

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
MODELING AND SIMULATION

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-1-133-143

УДК 531.383

Обеспечение режимов функционирования кориолисовых вибрационных гироскопов с низкодобротными резонаторами**Валерий Владимирович Матвеев¹, Владимир Владимирович Лихошерст²,
Алексей Владимирович Каликанов³, Максим Георгиевич Погорелов⁴✉,
Максим Дмитриевич Кирсанов⁵, Сергей Владимирович Телухин⁶**^{1,2,3,4,5,6} Тульский государственный университет, Тула, 300012, Российская Федерация¹ matweew.valery@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8997-0297>² lvv_01@inbox.ru, <https://orcid.org/0009-0009-4315-5997>³ kalikanov.aleksei@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1590-4278>⁴ mgpogoreloff@yandex.ru✉, <https://orcid.org/0009-0005-9731-3066>⁵ kirsanovMD@yandex.ru, <https://orcid.org/0009-0002-2872-9322>⁶ teluhinserg@yandex.ru, <https://orcid.org/0009-0001-2649-8420>**Аннотация**

Введение. Кориолисовые вибрационные гироскопы — класс перспективных инерциальных датчиков первичной информации, реагирующих на вращение основания резонатора посредством сил инерции Кориолиса, возникающих в вибрирующей оболочке. В настоящее время получили развитие два направления производства резонаторов таких гироскопов: из кварцевого стекла — материала с чрезвычайной малым внутренним трением и на основе обработки металлического сплава. При использовании первого направления, благодаря высокой добротности кварца, удается создавать интегрирующие гироскопы навигационного класса. Существующие образцы кориолисовых вибрационных гироскопов с металлическими резонаторами, как правило, представляют собой датчики угловой скорости. Проблема создания интегрирующего режима гироскопа с металлическим резонатором связана с низкой добротностью металлических сплавов, которая обычно не превышает 35 000. При таком значении добротности длительность функционирования гироскопа в режиме датчика угловых отклонений составит несколько секунд. В работе представлены способы обеспечения функционирования кориолисовых вибрационных гироскопов, включая режим интегрирующего гироскопа. **Метод.** Приведено математическое описание кориолисовых вибрационных гироскопов с цилиндрическим объемным резонатором на основе динамической модели доктора Д. Линча методом огибающих амплитуд колебаний. Математическая модель дополнена поправками, обеспечивающими компенсацию диссипации энергии колебаний резонатора для реализации интегрирующего режима гироскопа. Показаны условия полной компенсации рассеяния энергии колебаний. Представлено описание способов возбуждения стоячей волны в резонаторе с помощью вынуждающего периодического воздействия и путем создания автоколебаний. Показано, что длительность переходного процесса возбуждения определяется постоянной времени резонатора. **Основные результаты.** Приведены результаты экспериментальных исследований кориолисовых вибрационных гироскопов с низкодобротным металлическим резонатором, подтверждающие возможность реализации интегрирующего режима функционирования гироскопа. Первоначальное возбуждение колебаний резонатора осуществлялось автоколебательным контуром. Согласно результатам экспериментальных исследований, добротность металлического резонатора удалось повысить схемотехнически в 17 раз. В равной мере увеличено и время функционирования кориолисовых вибрационных гироскопов. **Обсуждение.** Теоретически и экспериментально показана возможность построения кориолисовых вибрационных гироскопов в режиме интегрирующего гироскопа на основе низкодобротного металлического резонатора. Решение данной проблемы основывалось на схемотехническом способе повышения добротности. Принципиально добротность резонатора может быть значительно повышена по сравнению с достигнутым в эксперименте показателем. Это обеспечит более длительное время функционирования кориолисовых вибрационных гироскопов в интегрирующем режиме.

Ключевые слова

кориолисовый вибрационный гироскоп, низкодобротный резонатор, режим функционирования, способы возбуждения

© Матвеев В.В., Лихошерст В.В., Каликанов А.В., Погорелов М.Г., Кирсанов М.Д., Телухин С.В., 2024

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках государственного задания по теме FEWG-2022-0002.

Ссылка для цитирования: Матвеев В.В., Лихошерст В.В., Каликанов А.В., Погорелов М.Г., Кирсанов М.Д., Телухин С.В. Обеспечение режимов функционирования кориолисовых вибрационных гироскопов с низкодобротными резонаторами // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 1. С. 133–143. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-1-133-143

Providing operating modes for Coriolis vibration gyroscopes with low-Q resonators

Valery V. Matveev¹, Vladimir V. Likhosherst², Alexey V. Kalikanov³, Maxim G. Pogorelov⁴✉, Maxim D. Kirsanov⁵, Sergey V. Telukhin⁶

^{1,2,3,4,5,6} Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation

¹ matveev.valery@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8997-0297>

² lvv_01@inbox.ru, <https://orcid.org/0009-0009-4315-5997>

³ kalikanov.aleksei@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1590-4278>

⁴ mgpogoreloff@yandex.ru✉, <https://orcid.org/0009-0005-9731-3066>

⁵ kirsanovMD@yandex.ru, <https://orcid.org/0009-0002-2872-9322>

⁶ teluhinse@yandex.ru, <https://orcid.org/0009-0001-2649-8420>

Abstract

Coriolis vibration gyroscopes are a class of promising inertial primary information sensors that respond to the rotation of the resonator base through Coriolis inertial forces arising in the vibrating shell. Currently, two directions for the production of resonators for such gyroscopes have been developed: from quartz glass, a material with extremely low internal friction, and based on the processing of a metal alloy. When using the first direction, thanks to the high quality factor of quartz, it is possible to create navigation-class integrating gyroscopes. Existing samples of Coriolis vibration gyroscopes with metal resonators, as a rule, are angular velocity sensors. The problem of creating an integrating mode of a gyroscope with a metal resonator is associated with the low quality factor of metal alloys which usually does not exceed 35,000. With this value of quality factor, the duration of operation of the gyroscope in the angular deviation sensor mode will be several seconds. The paper presents methods for ensuring the functioning of Coriolis vibration gyroscopes, including the integrating gyroscope mode. A mathematical description of Coriolis vibration gyroscopes with a cylindrical cavity resonator is given based on the dynamic model of Dr. D. Lynch using the method of envelope amplitudes of oscillations. The mathematical model is supplemented with corrections that provide compensation for the dissipation of the resonator oscillations energy to implement the integrating mode of the gyroscope. The conditions for complete compensation of vibration energy dissipation are shown. A description of methods for exciting a standing wave in a resonator using periodic forcing and by creating self-oscillations is presented. It is shown that the duration of the transient excitation process is determined by the time constant of the resonator. The results of experimental studies of Coriolis vibration gyroscopes with a low-Q metal resonator are presented confirming the possibility of implementing an integrating mode of operation of the gyroscope. The initial excitation of the resonator oscillations is carried out by a self-oscillating circuit. According to the results of experimental studies, the quality factor of the metal resonator was increased by a factor of 17. The operating time of Coriolis vibrating gyroscopes has been equally increased. The possibility of constructing Coriolis vibration gyroscopes in the integrating gyroscope mode based on a low-Q metal resonator has been shown theoretically and experimentally. The solution to this problem was based on a circuitry method for increasing the quality factor. In principle, the quality factor of the resonator can be significantly increased compared to the figure achieved in the experiment. This will ensure a longer operating time of Coriolis vibration gyroscopes in the integrating mode.

Keywords

Coriolis vibration gyroscope, low-Q resonator, operating mode, excitation methods

Acknowledgements

The work was supported financially by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation within the framework of the state assignment on the topic FEWG-2022-0002.

For citation: Matveev V.V., Likhosherst V.V., Kalikanov A.V., Pogorelov M.G., Kirsanov M.D., Telukhin S.V. Providing operating modes for Coriolis vibration gyroscopes with low-Q resonators. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 1, pp. 133–143 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-1-133-143

Введение

В настоящее время перспективными инерциальными датчиками первичной информации, чувствительными к вращению основания резонатора посредством сил инерции Кориолиса, являются вибрационные гироскопы, выполненные на основе кремниевой технологии

микро-электромеханических систем (МЭМС) [1, 2], высокоточной обработки кварцевого стекла [3, 4] или металлического сплава [5–8]. Для производства МЭМС-гироскопов требуются специализированные технологии поверхностной микрообработки, глубинного травления кремния, литографии, осаждения и др. [9]. Обработка кварцевого стекла весьма трудоемка и для достижения

высокой добротности резонатора требуется применение бесконтактных датчиков и устройств управления стоячей волной [10, 11]. Простота механической обработки металлических сплавов и отсутствие необходимости применения специализированного технологического оборудования делает привлекательным применение металлических резонаторов в кориолисовых вибрационных гироскопах (КВГ) [12].

Проблема создания КВГ с металлическим объемным резонатором связана с низкой добротностью металлических сплавов, которая обычно не превышает 35 000. Для сравнения добротность кварцевых полусферических резонаторов составляет от единиц миллионов и выше [13]. В связи с этим на базе КВГ с низкодобротными резонаторами, как правило, реализуются датчики угловой скорости (ДУС). При этом теоретическое обоснование режимов возбуждения и получения информации в основном направлено на КВГ с кварцевым полусферическим резонатором [14]. Отметим, что аналитическое описание с экспериментальным подтверждением возбуждения свободной волны автоколебательным контуром в научных работах весьма ограничено. Публикации по реализации КВГ с низкодобротным резонатором, функционирующим в качестве интегрирующего гироскопа (ИГ), также практически отсутствуют. В связи с этим целью настоящей работы является систематизация описания режимов функционирования КВГ с низкодобротным резонатором в качестве дифференцирующего гироскопа и ИГ в виде дифференциальных уравнений, передаточных функций и характеристик, связывающих значение угловой скорости основания и выходного сигнала.

Типовая конструкция и принцип действия КВГ

Типовая конструкция КВГ с объемным резонатором содержит, как правило, цилиндрический чувствительный элемент (рис. 1, а), на дно которого приклеиваются четыре пары пьезоэлементов. Резонатор устанавливается на основание, содержащее выводы с пьезоэлементов [7]. Для обнаружения угловой скорости (или угла) поворота основания Ω используется свойство инерции стоячей волны, возбуждаемой в резонаторе путем подачи переменного напряжения на одну из пар пьезоэлементов, например, находящихся вдоль оси x_1

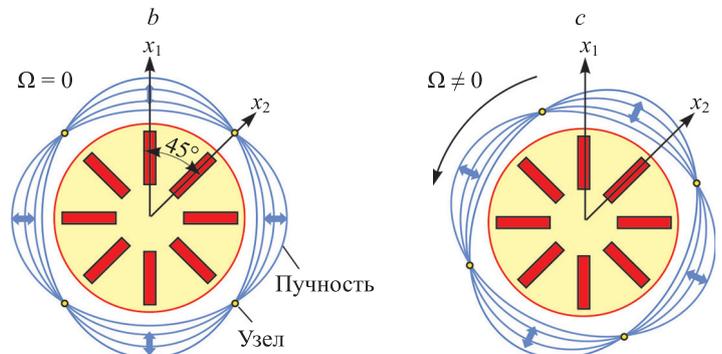
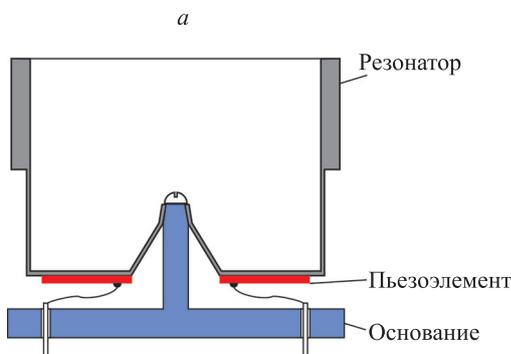


Рис. 1. Типовая схема кориолисового вибрационного гироскопа (а), положение стоячей волны при неподвижном (b) и повороте основания (с) резонатора

Fig. 1. Typical diagram of a Coriolis vibration gyroscope (a), position of a standing wave when the resonator base is stationary (b) and rotated (c)

(рис. 1, b). Точки стоячей волны с максимальной амплитудой радиальных колебаний являются пучностями, а с минимальной — узлами. Стоячая волна для второй формы колебаний, являющейся рабочей формой колебаний в КВГ, имеет четыре узла и четыре пучности.

Если основание, на котором находится резонатор, не вращается ($\Omega = 0$), то волновая картина неизменна (рис. 1, b). При этом сигналы, снимаемые с пары пьезоэлементов, расположенных вдоль оси x_2 и находящихся под углом 45° к оси возбуждения, близки к нулю. Если основание вращается с угловой скоростью Ω , то волновая картина прецессирует (запаздывает) от направления возбуждения на некоторый угол, и сигнал, снимаемый с пьезоэлементов, установленных вдоль оси x_2 , становится отличен от нуля и определяется величиной угловой скорости. В зависимости от способа возбуждения КВГ может являться ДУС или ИГ. Две оставшиеся пары пьезоэлементов служат для контроля резонансного режима возбуждения и компенсации прецессии стоячей волны.

Математическая модель КВГ

Строгая теория КВГ с объемными резонаторами достаточно полно изложена в фундаментальных работах [4, 10, 11]. Для инженерного анализа функционирования КВГ с различной формой чувствительного элемента широко применяется математическая модель, описывающая колебания резонатора вдоль осей контроля x_1 и x_2 . Модель при постоянной угловой скорости основания может быть представлена в виде [12, 15]:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \frac{\omega_0}{Q}\dot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 - 2K\Omega\dot{x}_2 = f_1(t, x_1, \dot{x}_1, \int_t x_1 dt, \dots) \\ \ddot{x}_2 + \frac{\omega_0}{Q}\dot{x}_2 + \omega_0^2 x_2 + 2K\Omega\dot{x}_1 = f_2(t, x_2, \dot{x}_2, \int_t x_2 dt, \dots) \end{cases} \quad (1)$$

где ω_0 — круговая частота собственных колебаний; Ω — угловая скорость вращения основания; K — коэффициент прецессии волны; $f_i(t, x_i, \dot{x}_i, \int_t x_i dt, \dots)$ — функция управления ($i = 1, 2$); Q — добротность колебаний.

Математическая модель (1) записана для постоянной угловой скорости основания и при отсутствии разночастотности и разnodобротности.

Возбуждение стоячей волны

Возбуждение стоячей волны осуществляется на собственной частоте второй формы колебаний. С учетом конструктивных особенностей цилиндрических резонаторов КВГ возможны следующие способы возбуждения:

- формированием вынужденных колебаний резонатора генератором сигнала синусоидальной или прямоугольной формы с фазовой автоподстройкой частоты (рис. 2, а);
- путем формирования автоколебаний, реализуемых нелинейной обратной связью (рис. 2, б).

В первом случае на дно резонатора со стороны пьезоэлементов прикладывается воздействие на собственной частоте. В этом случае функции управления имеют вид:

$$f_1(\dots) = f_0 \sin \omega_0 t, f_2(\dots) = 0. \tag{2}$$

Для способа управляющих воздействий в форме (2) и отсутствии вращения основания ($\Omega = 0$), решение первого уравнения системы (1) при $Q \gg 1$ в резонансном режиме с высокой степенью точности можно представить в виде:

$$x_1(t) \approx f_0 \frac{Q}{\omega_0^2} \left(1 - e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t}\right) \sin(\omega_0 t - \pi/2). \tag{3}$$

Отметим, что для контроля резонансного режима необходимо контролировать фазовое запаздывание отклика резонатора, которое должно составлять минус 90° по отношению к сигналу возбуждения (рис. 2, а).

Из решения выражения (3) следует, что огибающая амплитуд колебаний при возбуждении резонатора на собственной частоте имеет аperiodический характер, определяемый постоянной времени

$$T = 2Q/\omega_0. \tag{4}$$

Практическую ценность при исследовании КВГ имеет построение математической модели по огибающим амплитуд колебаний (*amplitude envelope*) резона-

тора. Подобные модели позволяют проводить анализ и синтез КВГ без учета высокочастотной несущей колебаний резонатора [16]. На основе решения (3) огибающая амплитуд колебаний при совпадении частоты возбуждения с собственной частотой резонатора соответствует аperiodическому звену первого порядка с передаточной функцией вида (рис. 3):

$$W_1^{env}(s) = \frac{x_1^{env}(s)}{f_0(s)} = \frac{T}{2\omega_0(Ts + 1)} = \frac{Q}{\omega_0^2(Ts + 1)}, \tag{5}$$

где s — аргумент в преобразовании Лапласа.

Исходя из свойств передаточной функции (5), время переходного процесса может быть оценено по следующей зависимости

$$t_{\Pi} \approx 3T = 6Q/\omega_0.$$

Для рассматриваемого класса резонаторов собственная частота обычно составляет величину порядка 6000 Гц, а добротность — 30 000. Для данных параметров постоянная времени резонатора принимает значение $T \approx 1,6$ с, тогда время переходного процесса составляет около 5 с. Таким образом, без специальных мер длительность процесса возбуждения может составлять значительную величину.

Вместо синусоидального сигнала, стоячую волну можно возбуждать прямоугольными импульсами амплитудой f_0 и круговой частотой ω_0 . Известно, что при разложении прямоугольных импульсов в ряд Фурье, амплитуда первой гармоники будет составлять величину $4f_0/\pi$. Допустим, что высшие гармоники ослабляются резонатором, тогда огибающую амплитуду колебаний резонатора опишем передаточной функцией вида:

$$W_1^{env}(s) = \frac{x_1^{env}(s)}{f_0(s)} = \frac{4Q}{\pi\omega_0^2(Ts + 1)}. \tag{6}$$

При организации автоколебательного режима возбуждения в контуре должен присутствовать источник питания постоянного тока и нелинейный элемент, регулирующий приток энергии. Возможны два варианта

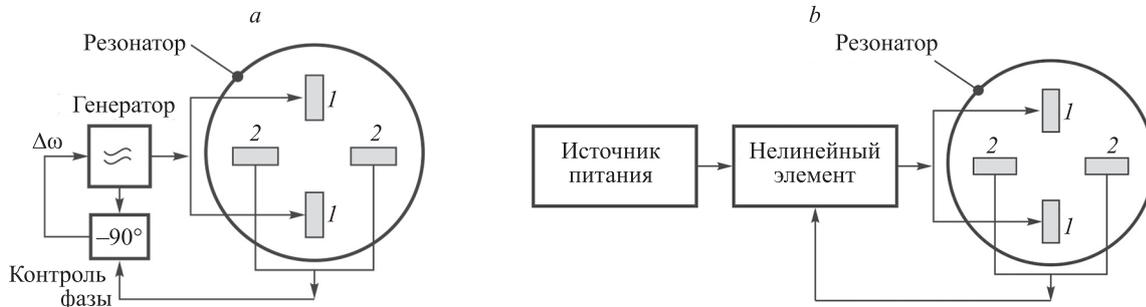


Рис. 2. Способы возбуждения стоячей волны в резонаторе кориолисового вибрационного гироскопа при формировании: вынужденных колебаний резонатора (а) и автоколебаний (б).

1 — пьезоэлементы возбуждения; 2 — пьезоэлементы обратной связи; $\Delta\omega$ — приращение частоты сигнала генератора

Fig. 2. Methods for excitation of a standing wave in the resonator of a Coriolis vibration gyroscope during the formation of forced oscillations of the resonator (a) and self-oscillations (b).

1 — piezoelectric excitation elements; 2 — feedback piezoelements; $\Delta\omega$ — generator signal frequency increment

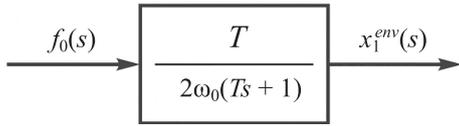


Рис. 3. Структурная схема контура первичных колебаний кориолисового вибрационного гироскопа в условиях резонансной настройки

Fig. 3. Block diagram of the primary oscillation circuit of a Coriolis vibrating gyroscope under resonant tuning conditions

реализации автоколебательного режима возбуждения КВГ. В первом случае возбуждение автоколебаний реализуется в соответствии с уравнением вида:

$$\ddot{x}_1 + \frac{2}{T}\dot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 - f_0 \text{sign}(\dot{x}_1) = 0, \quad (7)$$

где f_0 — амплитуда удельной силы трения.

Исследование уравнения (7) показало [17], что частота автоколебаний практически равна собственной частоте резонатора ω_0 , а огибающая амплитуд колебаний носит аperiодический характер с постоянной времени, определяемой соотношением (4).

Амплитуду установившихся автоколебаний оценим по следующей зависимости

$$x_1^{\text{уст}} \approx \frac{4f_0 Q}{\pi \omega_0^2}, \quad (8)$$

что равным образом соответствует амплитуде вынужденных резонансных колебаний, возбуждаемых прямоугольными импульсами. В связи с этим динамику огибающей амплитуд автоколебаний можно также описать передаточной функцией аperiодического звена первого порядка (6).

К аналогичному результату приводит возбуждение автоколебаний резонатора в соответствии с уравнением:

$$\ddot{x}_1 + \frac{2}{T}\dot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 + f_0 \text{sign}\left(\int_0^t x_1 dt\right) = 0, \quad (9)$$

отличающимся от (7) наличием интеграла от перемещения резонатора под знаком сигнатуры, что является более рациональным с точки зрения снижения шумов в цепи возбуждения. При этом частота автоколебаний также соответствует собственной частоте ω_0 , а амплитуда может быть оценена по зависимости (8).

Режим КВГ–ДУС

В режиме ДУС к резонатору прикладывается возбуждающее воздействие на собственной частоте колебаний. В разделе «Возбуждение стоячей волны» показано, что возбуждение резонатора прямоугольными импульсами или автоколебаниями не вносит существенных отличий по сравнению с возбуждением синусоидальным сигналом. В связи с этим уравнения КВГ на вращающемся с угловой скоростью Ω основании запишем в виде:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \frac{2}{T}\dot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 - 2K\Omega\dot{x}_2 = f_0 \sin\omega_0 t, \\ \ddot{x}_2 + \frac{2}{T}\dot{x}_2 + \omega_0^2 x_2 + 2K\Omega\dot{x}_1 = 0. \end{cases} \quad (10)$$

При необходимости учета автоколебательного способа возбуждения к величине f_0 необходимо добавить множитель $4/\pi$. Структурная схема КВГ по огибающим амплитуд колебаний резонатора приведена на рис. 4.

Структурная схема соответствует случаю обеспечения угловой скорости вращения основания и поступлению резонансной настройки, что позволяет исследовать КВГ без учета высокочастотной несущей колебаний резонатора. Блок с коэффициентом передачи $4/\pi$ отмечен пунктирной линией, так как должен присутствовать при возбуждении стоячей волны прямоугольными импульсами или в автоколебательном режиме. При организации компенсационного режима функционирования КВГ вводится обратная связь с передаточной функцией $W_k(s)$. В этом случае выходной сигнал КВГ x_{out}^{env} привлекается из цепи обратной связи.

Передаточные функции по огибающим амплитуд колебаний резонатора прямого измерения по осям контроля x_1 и x_2 , полученные в соответствии со структурной схемой, при отсутствии блока $W_k(s)$, имеют вид:

$$W_1(s) = \frac{x_1^{env}(s)}{f_0(s)} = \frac{T(Ts + 1)}{2\omega_0[(Ts + 1)^2 + K^2 T^2 \Omega^2]}, \quad (11)$$

$$W_2(s) = \frac{x_2^{env}(s)}{f_0(s)} = -\frac{KT^2 \Omega^2}{2\omega_0[(Ts + 1)^2 + K^2 T^2 \Omega^2]}. \quad (12)$$

Из анализа знаменателей передаточных функций (11) и (12) сделаем следующие выводы:

— наличие величины Ω^2 показывает нелинейную зависимость характеристик КВГ от угловой скорости основания;

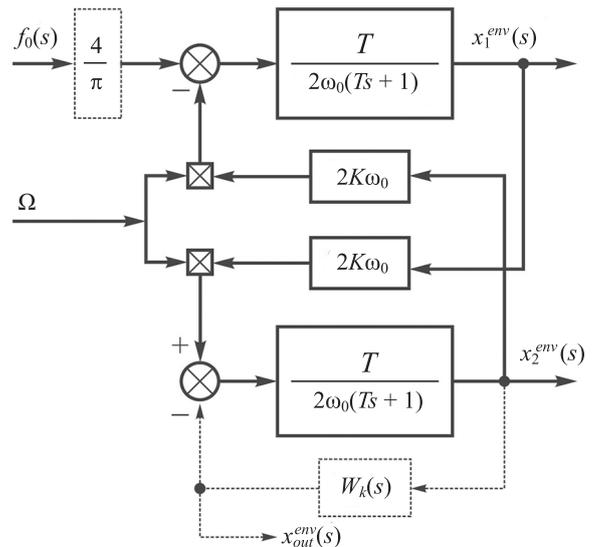


Рис. 4. Структурная схема кориолисового вибрационного гироскопа по огибающим амплитуд колебаний резонатора
Fig. 4. Block diagram of a Coriolis vibration gyroscope based on the envelopes of the resonator oscillation amplitudes

— переходный процесс огибающей амплитуд колебаний по координате x_2 описывается колебательным звеном с постоянной времени

$$T_2 = T/\sqrt{1 + K^2 T^2 \Omega^2},$$

которая для угловых скоростей основания до 50 °/с сопоставима с постоянной времени T , что делает процесс измерения угловой скорости достаточно инерционным.

В соответствии с передаточными функциями (11), (12), установившиеся амплитуды колебаний резонатора по координатам x_1 и x_2 определим выражениями

$$x_1^a = \frac{Tf_0}{2\omega_0(1 + K^2 T^2 \Omega^2)}, \quad (13)$$

$$x_2^a = \frac{KT^2 f_0}{2\omega_0} \frac{\Omega}{1 + K^2 T^2 \Omega^2}. \quad (14)$$

Рассмотрим нелинейную зависимость амплитуд колебаний резонатора (13) и (14) (рис. 5) с помощью графиков зависимости установившихся амплитуд колебаний резонатора КВГ с параметрами: $f_0 = 0,1$ м/с², $\omega_0 = 6000$ Гц, $Q = 30\,000$, $K = 0,4$, $T = 1,6$ с. Таким образом, по мере возрастания угловой скорости Ω амплитуда колебаний в цепи возбуждения снижается. При этом амплитуда колебаний по оси x_2 возрастает при достижении максимальной угловой скорости Ω_m , а затем начинает снижаться. Выполним анализ соотношения (14) на экстремум. В результате получим, что амплитуда колебаний резонатора КВГ максимальна при угловой скорости основания

$$\Omega_m = \frac{1}{TK}. \quad (15)$$

При угловой скорости (15) амплитуды колебаний x_1^a и x_2^a равны. Отношение амплитуд линейно зависит от угловой скорости основания

$$x_2^a/x_1^a = KT\Omega. \quad (16)$$

Таким образом, при функционировании КВГ прямого измерения в режиме ДУС угловую скорость осно-

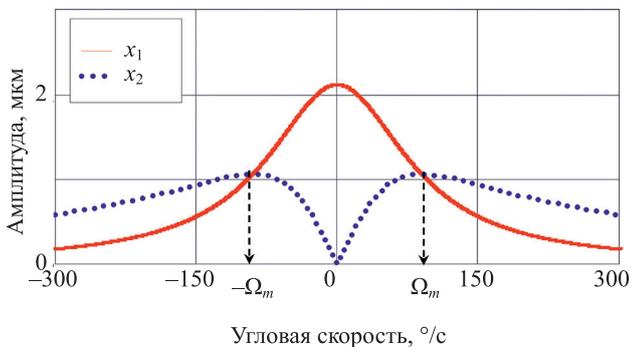


Рис. 5. Зависимость установившихся амплитуд колебаний кориолисового вибрационного гироскопа по осям контроля x_1 и x_2

Fig. 5. Dependence of the steady-state oscillation amplitudes of the Coriolis vibration gyroscope along the control axes x_1 and x_2

вания можно определить как отношение амплитуд (16) установившихся колебаний резонатора.

Для улучшения динамических характеристик КВГ и обеспечения линейности выходной характеристики обычно реализуется компенсационный режим функционирования ДУС, при котором за счет реализации цепи обратной связи осуществляется компенсация действия кориолисовых сил инерции, вызывающих прецессию стоячей волны.

В работе [18] показано, что «при построении контура компенсации с управлением по огибающей модулированного сигнала при сохранении резонансной настройки может быть обеспечена требуемая полоса рабочих частот без снижения чувствительности к угловой скорости основания». При этом при построении контура компенсации кориолисова момента гироскопа использован пропорциональный регулятор (П-регулятор).

В [12] в контуре компенсации кориолисового ускорения и квадратурной составляющей применен пропорционально-интегральный регулятор (ПИ-регулятор), а в [19] для управления вторичными колебаниями резонатора — пропорционально-интегрально-дифференцирующий регулятор (ПИД-регулятор), с помощью которого возможно реализовать полосу пропускания в 100–200 Гц. Однако в работах [12, 18, 19] математическая модель для огибающих амплитуд колебаний резонатора рассматривается без учета члена $2K\Omega\dot{x}_2$ в уравнениях движения (10).

Для учета компенсационного режима КВГ–ДУС структурная схема (рис. 4) должна быть дополнена цепью обратной связи, включающей звено с передаточной функцией $W_k(s)$.

Рассмотрим случай коррекции КВГ ПИ-регулятором с передаточной функцией

$$W_k(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = \frac{k_i(T_p s + 1)}{s},$$

где k_p , k_i — коэффициенты передачи ПИ-регулятора; $T_p = k_p/k_i$ — постоянная времени корректирующего устройства.

В этом случае передаточные функции огибающих колебаний резонатора примут вид

$$\begin{aligned} W_1(s) &= \frac{x_1^{env}(s)}{f_0(s)} = \\ &= \frac{T[2\omega_0 s(Ts + 1) + Tk_i(T_p s + 1)]}{2\omega_0\{[Ts + 1][2\omega_0 s(Ts + 1) + Tk_i(T_p s + 1)] + 2\omega_0 K^2 T^2 \Omega^2 s\}}, \\ W_2(s) &= \frac{x_2^{env}(s)}{f_0(s)} = \\ &= \frac{\Omega K T^2 s}{(Ts + 1)[2\omega_0 s(Ts + 1) + Tk_i(T_p s + 1)] + 2\omega_0 K^2 T^2 \Omega^2 s}, \end{aligned}$$

из которых следует, что слагаемые, содержащие квадрат угловой скорости основания резонатора Ω^2 , снабжены множителем в виде оператора Лапласа s . В установившемся режиме значения амплитуд колебаний резонатора в точках контроля определим соотношениями:

$$x_1^a = \frac{f_0 T}{2\omega_0}, \quad x_2^a = 0. \quad (17)$$

Из соотношений (17) получим, что установившееся значение амплитуды колебаний по координате x_1 не зависит от угловой скорости основания, а по координате x_2 стремится к нулю. Если в качестве выходного сигнала КВГ привлекается сигнал x_{out}^{env} (рис. 4), то ему соответствует передаточная функция:

$$W_{out}(s) = \frac{x_{out}^{env}(s)}{f_0(s)} = \frac{\Omega K T^2 k_i (T_p s + 1)}{(Ts + 1)[2\omega_0 s(Ts + 1) + Tk_i(T_p s + 1)] + 2\omega_0 K^2 T^2 \Omega^2 s}.$$

Установившееся значение амплитуды данного выходного сигнала определим в виде:

$$x_{out}^a = f_0 K T \Omega. \quad (18)$$

На основании выражения (18) получим линейную зависимость от измеряемой угловой скорости основания.

Предположим, что $T_p = T$, то передаточную функцию выходного сигнала КВГ–ДУС можно приближенно записать в виде

$$W_{out}(s) = \frac{x_{out}(s)}{\Omega(s)} \approx \frac{f_0 K T}{T_c s + 1}$$

где $T_c = \frac{2\omega_0}{Tk_i}$ — постоянная времени КВГ с контуром компенсации кориолисова ускорения, которая может быть достаточно малой за счет соответствующего выбора коэффициента k_i .

Отметим, что использование П-регулятора (пропорционального закона регулирования) в цепи обратной связи не устраняет зависимость выходного сигнала от квадрата угловой скорости основания.

Режим КВГ–ИГ

Рассмотрим свободные колебания резонатора, при которых отсутствует вынуждающее воздействие со стороны пьезоэлементов

$$f_1(\dots) = 0, f_2(\dots) = 0.$$

В этом случае математическая модель КВГ приобретает вид:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \frac{2}{T}\dot{x}_1 - 2K\Omega\dot{x}_2 + \omega_0^2 x_1 = 0, \\ \ddot{x}_2 + \frac{2}{T}\dot{x}_2 + 2K\Omega\dot{x}_1 + \omega_0^2 x_2 = 0. \end{cases} \quad (19)$$

Уравнения движения (19) идентичны уравнениям колебаний маятника Фуко [20] с учетом диссипации энергии. Введением комплексной переменной $z = x_1 + jx_2$ система (19) может быть преобразована к одному дифференциальному уравнению

$$\ddot{z} + \left(\frac{2}{T} + 2jK\Omega\right)\dot{z} + \omega_0^2 z = 0. \quad (20)$$

Примем угловую скорость основания постоянной и решим уравнение (20) при начальных условиях:

$$z(0) = z_0 = x_1^0,$$

$$\dot{z}(0) = 0,$$

где x_1^0 — начальные отклонения резонатора по координате x_1 .

Переходя затем от переменной z к x_1 и x_2 , решение системы уравнений (19) запишем в виде:

$$x_1(t) \approx x_1^0 e^{-t/T} \cos\omega_0 t \cos K\Omega t,$$

$$x_2(t) \approx -x_1^0 e^{-t/T} \cos\omega_0 t \sin K\Omega t.$$

Найдем отношение переменных $x_2(t)/x_1(t)$ и определим угол поворота основания резонатора:

$$\Omega t = -\frac{1}{K} \operatorname{arctg} \frac{x_2(t)}{x_1(t)}, \quad (21)$$

из которого возможно получить принципиальную реализацию КВГ в режиме ИГ. Предположим, что для условия $K = 1$ соотношение (21) соответствует повороту плоскости колебаний маятника Фуко. Так как ось x_2 колебаний резонатора располагается под углом 45° к оси x_1 (а не под 90° , как у маятника Фуко), то для правильной интерпретации измерений соотношение (21) необходимо умножить на $1/2$.

Для обеспечения заданной продолжительности работы в режиме КВГ–ИГ осуществим компенсацию диссипации энергии, связанной с наличием членов $2\dot{x}_1/T$, $2\dot{x}_2/T$ в уравнениях (19). Возможны два варианта реализации такой компенсации. При первом варианте — пьезоэлементы КВГ должны формировать сигналы, пропорциональные скоростям движения резонатора \dot{x}_1 и \dot{x}_2 , но с противоположным знаком. Тогда математическая модель КВГ примет вид:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \frac{2}{T}\dot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 - 2K\Omega\dot{x}_2 - k_d \dot{x}_1 = 0, \\ \ddot{x}_2 + \frac{2}{T}\dot{x}_2 + \omega_0^2 x_2 + 2K\Omega\dot{x}_1 - k_d \dot{x}_2 = 0, \end{cases} \quad (22)$$

где k_d — коэффициент пропорциональности производных от перемещения резонатора.

Полная компенсация диссипации энергии будет выполнена при равенстве:

$$k_d = 2T^{-1}.$$

Недостатком модели (22) является необходимость формирования производных от перемещений резонатора \dot{x}_1 и \dot{x}_2 , что может привести к возрастанию шума в цепях компенсации.

Второй вариант компенсации диссипации энергии связан с формированием воздействия на резонатор КВГ сигналами, пропорциональными интегралам от перемещений x_1 и x_2 . Математическую модель КВГ представим системой уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \frac{2}{T}\dot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 - 2K\Omega\dot{x}_2 + k_i \int_0^t x_1 dt = 0, \\ \ddot{x}_2 + \frac{2}{T}\dot{x}_2 + \omega_0^2 x_2 + 2K\Omega\dot{x}_1 + k_i \int_0^t x_2 dt = 0, \end{cases} \quad (23)$$

где k_i — коэффициент пропорциональности интегральных членов.

При этом полная компенсация диссипации энергии имеет вид:

$$k_i = \frac{2\omega_0^2}{T} = \frac{\omega_0^3}{Q}$$

Отметим, что при $k_i > \omega_0^3/Q$ колебательный процесс будет расходящимся.

Результаты экспериментальных исследований

Выполним исследования на натурном макете КВГ с металлическим резонатором, собственная частота которого составила около 5750 Гц, при возбуждении свободной волны за счет реализации автоколебаний в соответствии с уравнением (9). После получения автоколебаний КВГ был переведен в режим свободной волны с компенсацией диссипации энергии колебаний в соответствии с уравнениями (23). Для реализации требуемого интегрирующего устройства использована аналоговая схема на операционном усилителе (рис. 6).

Интегрирующее устройство описано передаточной функцией вида:

$$W(s) = \frac{ks}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)},$$

где $T_1 = R_1C_1$, $T_2 = R_2C_2$ — постоянные времени; $k = R_2C_1$ — коэффициент усиления.

Для данной собственной частоты колебаний резонатора обеспечивались постоянные времени: $T_1 = 0,1$ мс, $T_2 = 1,6$ мс.

На рис. 7 приведены амплитудная и фазовая частотные характеристики используемого интегрирующего устройства.

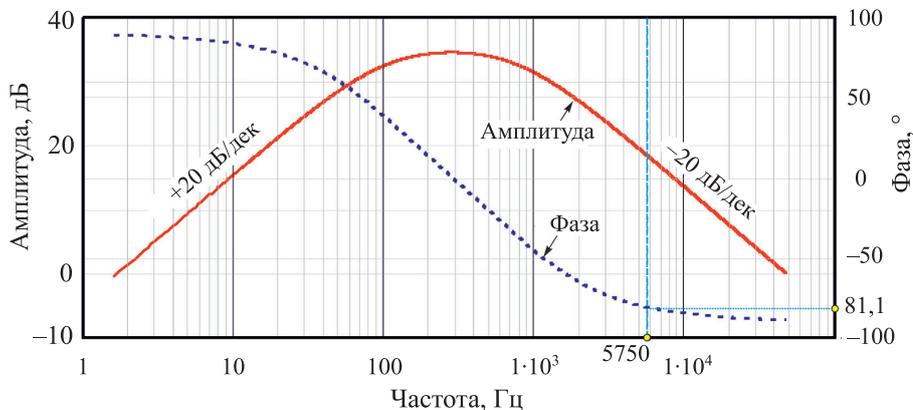


Рис. 7. Амплитудная и фазовая частотные характеристики интегрирующего устройства и его фазовое запаздывание 81°6' на собственной частоте резонатора 5770 Гц

Fig. 7. Amplitude and phase frequency characteristics of the integrating device and its phase lag of 81°6' at the natural frequency of the resonator 5770 Hz

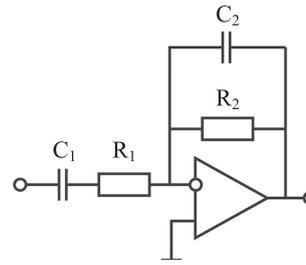


Рис. 6. Схема интегрирующего устройства
Fig. 6. Integrating device diagram

Собственная частота резонатора лежит в области спада амплитудной частотной характеристики, имеющей наклон минус 20 дБ/дек, что соответствует интегрирующему звену. Функция sign () реализована также на операционном усилителе с помощью схемы компаратора. Получены экспериментальная осциллограмма процесса возбуждения автоколебаний резонатора (рис. 8, a), установившиеся автоколебания резонатора и сигнал на выходе компаратора (рис. 8, b).

На рис. 9 приведены экспериментальные графики затухающих колебаний по координате x_1 при неподвижном основании без и с компенсацией диссипации энергии колебаний. Кроме того, на рис. 9 приведены огибающие амплитуд колебаний резонатора, построенные на основе импульсной переходной характеристики передаточной функции (5).

Постоянная времени металлического резонатора без компенсации энергии составила $T \approx 1$ с, что при собственной частоте резонатора 5750 Гц соответствует добротности около 18 000. Вместе с тем постоянная времени резонатора с контурами компенсации диссипации энергии имеет значение $T_e \approx 17$ с, что соответствует эквивалентной добротности 307 091. Таким образом, в 17 раз возросло эффективное увеличение добротности, а также увеличение времени функционирования до значения порядка $3T_e \approx 54$ с.

На рис. 10 приведены фигуры Лиссажу, полученные после возбуждения свободной волны, и ожидания в течение 3 с (основание было неподвижно) с последую-

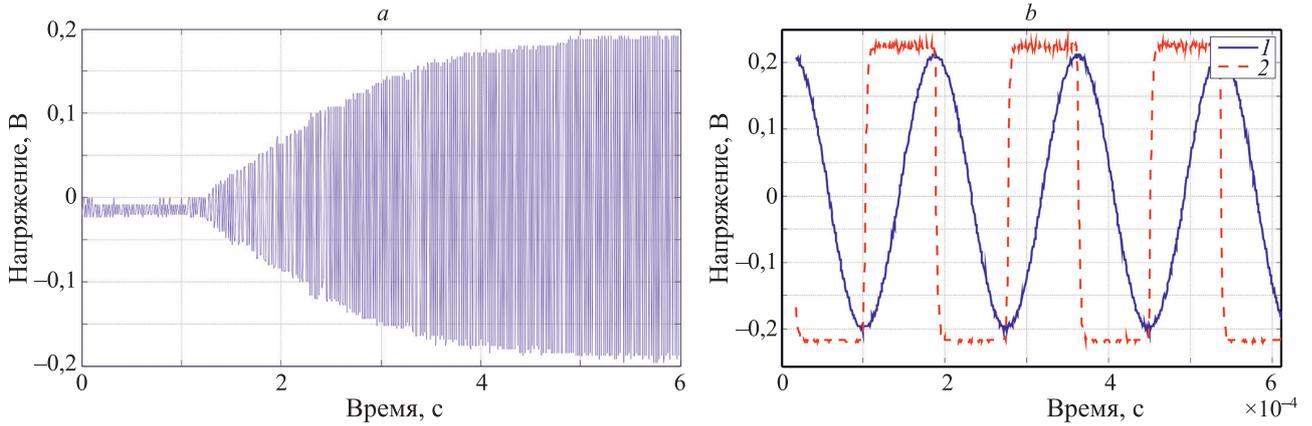


Рис. 8. Экспериментальная осциллограмма процесса возбуждения автоколебаний резонатора (а); установившиеся автоколебания резонатора (кривая 1) и сигнал на выходе компаратора (кривая 2) (b)

Fig. 8. Experimental oscillogram of the process of excitation of self-oscillations of the resonator (a); steady-state self-oscillations of the resonator (curve 1) and the signal at the output of the comparator (curve 2) (b)

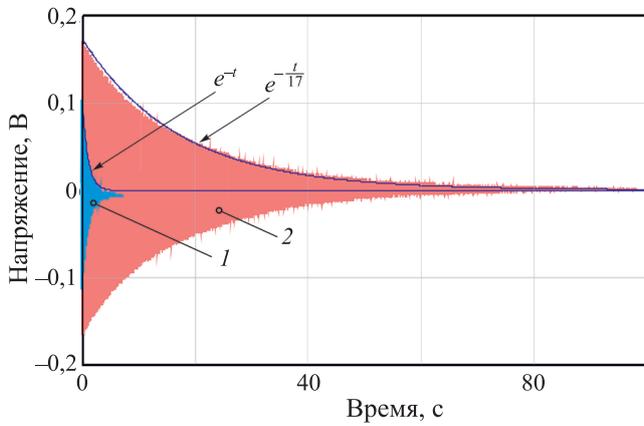


Рис. 9. Графики затухающих колебаний резонатора: без (кривая 1) и с компенсацией (кривая 2) диссипации энергии
Fig. 9. Graphs of damped oscillations of the resonator: without compensation (1) and with compensation for energy dissipation (2)

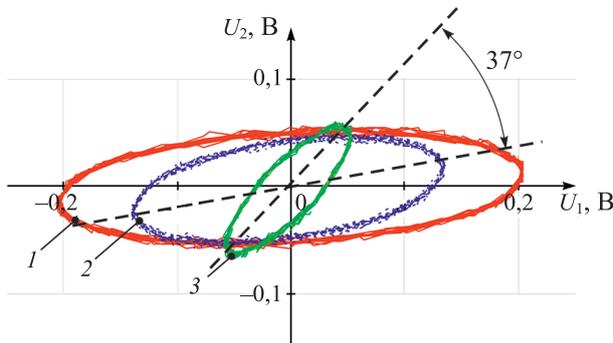


Рис. 10. Фигуры Лиссажу для кориолисового вибрационного гироскопа в режиме интегрирующего гироскопа: 1 — в момент запуска; 2 — после ожидания в течение 3 с; 3 — после поворота основания на угол 45°
Fig. 10. Lissajous figures for a Coriolis vibrating gyroscope in the integrating gyroscope mode: 1 — at the moment of launch; 2 — after waiting for 3 s; 3 — after rotating the base at an angle of 45°

щим поворотом основания на угол 45°. Напряжение U_1 соответствует сигналу, снимаемому с пьезоэлементов, установленных вдоль оси x_1 , U_2 — с пьезоэлементов вдоль оси x_2 .

Для коэффициента прецессии волны $K \approx 0,4$ измеренный угол поворота основания составил $37^\circ / (2 \cdot 0,4) \approx 46^\circ 15'$. Данный результат следует считать предварительным, так как получен при реализации контура управления КВГ на макетных платах и требует дополнительной проработки. Тем не менее, проведенный эксперимент подтверждает возможность создания свободной волны в низкочастотном резонаторе путем компенсации диссипации энергии колебательного процесса и функционирования КВГ в режиме ИГ.

Заключение

Выполнено математическое описание режимов функционирования кориолисового вибрационного гироскопа с низкочастотным металлическим резонатором в качестве датчика угловой скорости и интегрирующего гироскопа посредством дифференциальных уравнений, структурных схем и передаточных функций. Представлены оценки амплитуд установившихся колебаний при возбуждении стоячей волны на резонансной частоте с помощью генератора синусоидальных колебаний и методом автоколебаний. Установлена нелинейная зависимость амплитуд колебаний резонатора от угловой скорости основания при функционировании режима датчика угловой скорости. Показано, что при достижении угловой скорости Ω_m амплитуды установившихся колебаний резонатора в точках контроля равны между собой. Установлено, что при функционировании гироскопа в режиме прямого измерения в качестве информационного параметра, функционально зависящего от угловой скорости основания, целесообразно использовать отношение амплитуд колебаний x_2^a/x_1^a . Приведено теоретическое обоснование использования пропорционально-интегрирующего регулятора при реализации гироскопа в режиме датчика угловой скорости. Дано математическое описание гироскопа в качестве

измерителя угловых перемещений при свободных колебаниях резонатора. Показано, что без специальных мер функционирование гироскопа с низкодобротным резонатором в интегрирующем режиме возможно только в течение нескольких секунд. Рассмотрены способы компенсации диссипации энергии при свободных колебаниях резонатора. Получены результаты экспериментальных исследований гироскопа с низкодобротным

металлическим резонатором в режиме датчика угловых перемещений. Согласно результатам экспериментальных исследований, добротность металлического резонатора удалось повысить схемотехнически в 17 раз. В равной мере увеличено и время функционирования кориолисовых вибрационных гироскопов в интегрирующем режиме.

Литература

1. Вавилов В.Д., Тимошенко С.П., Тимошенко А.С. Микросистемные датчики физических величин: монография. М.: Техносфера, 2018. 550 с.
2. Пешехонов В.Г. Перспективы развития гироскопии // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28. № 2(109). С. 3–10. <https://doi.org/10.17285/0869-7035.0028>
3. Лунин Б.С. Научно-технологические основы разработки полусферических резонаторов волновых твердотельных гироскопов: автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук. М.: Изд-во МГУ, 2006. 32 с.
4. Лунин Б.С., Матвеев В.А., Басараб М.А. Волновой твердотельный гироскоп. Теория и технология. М.: Радиотехника, 2014. 176 с.
5. Распопов В.Я., Егоров С.В. Проектирование резонатора волнового твердотельного гироскопа и верификация конечно-элементной модели // Известия ТулГУ. Технические науки. 2021. № 10. С. 227–235.
6. Распопов В.Я., Лихошерст В.В. Волновые твердотельные гироскопы с металлическим резонатором // Гироскопия и навигация. 2023. Т. 31. № 1(120). С. 26–44.
7. Распопов В.Я., Волчихин И.А., Волчихин А.И., Ладонкин А.В., Лихошерст В.В., Матвеев В.В. Волновой твердотельный гироскоп с металлическим резонатором: монография / под ред. В.Я. Распопова. Тула: Изд-во ТулГУ, 2018. 189 с.
8. Chikovani V.V., Yatsenko Yu.A., Barabashov A.S., Kovalenko V.A., Tewksbury P. A set of high accuracy low cost metallic resonator CVG // Proc. of the 20th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2007). 2007. P. 1345–1350.
9. Acar C., Shkel A. MEMS Vibratory Gyroscopes: Structural Approaches to Improve Robustness. Springer, 2009. 256 p. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-09536-3>
10. Матвеев В.А., Липатников В.И., Алехин А.В. Проектирование волнового твердотельного гироскопа: учеб. пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1998. 166 с.
11. Климов Д.М., Журавлёв В.Ф., Жбанов Ю.К. Кварцевый полусферический резонатор (волновой твердотельный гироскоп). М.: Ким Л.А., 2017. 193 с.
12. Lynch D.D. Coriolis vibratory gyroscope // IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Coriolis Vibratory Gyros. IEEE std.1431 annex B. 2004. P. 56–66.
13. Шарма Н.Г., Сундарараджан Т., Сингх Г.С. Гибридный резонатор твердотельного волнового гироскопа с высокой добротностью: конструкция с использованием термоупругого демпфирования, исследование чувствительности и определение характеристик // Гироскопия и навигация. 2021. Т. 29. № 1(112). С. 70–96. <https://doi.org/10.17285/0869-7035.0057>
14. Маслов А.А., Маслов Д.А., Ниналалов И.Г., Меркурьев И.В. Волновые твердотельные гироскопы: обзор публикаций // Гироскопия и навигация. 2023. Т. 31. № 1(120). С. 3–25.
15. Lynch D.D. Vibratory gyro analysis by the method of averaging // Proc. of the 2nd St. Petersburg conference on gyroscopic technology and navigation. St. Petersburg, 1995. P. 26–34.
16. Северов Л.А., Золотарев С.К., Овчинникова Н.А., Панферов А.И., Пономарев В.К. Информационные характеристики микромеханических гироскопов на основе кремниевой технологии микроэлектромеханических систем // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2011. Т. 54. № 8. С. 12–22.
17. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний: учеб. пособие для вузов. М.: Наука, 1971. 239 с.

References

1. Vavilov V.D., Timoshenkov S.P., Timoshenkov A.S. *Microsystem Sensors of Physical Quantities*. Moscow, Technospha Publ., 2018, 550 p. (in Russian)
2. Peshekhonov V.G. The author of precision gyroscope. *Gyroscopy and Navigation*, 2020, vol. 11, no. 2, pp. 188–192. <https://doi.org/10.1134/S2075108720020042>
3. Lunin B.S. *Science and technology basis for the development of the hemispherical resonators for solid-state wave gyroscopes*. Abstract of the dissertation for the degree of Doctor of Technical Sciences. Moscow, MSU, 2006, 32 p. (in Russian)
4. Lunin B.S., Matveev V.A., Basarab M.A. *Solid-State Wave Gyroscope*. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2014, 176 p. (in Russian)
5. Raspopov V.Ya., Egorov S.V. Design and verification of the finite element model of a wave solid-state gyroscope resonator. *Izvestiya Tula State University. Technical sciences*, 2021, no. 10, pp. 227–235. (in Russian)
6. Raspopov V.Y., Likhosherst V.V. HRG with a metal resonator. *Gyroscopy and Navigation*, 2023, vol. 14, no. 1, pp. 14–26. <https://doi.org/10.1134/S2075108723010066>
7. Raspopov V.Ia., Volchikhin I.A., Volchikhin A.I., Ladonkin A.V., Likhosherst V.V., Matveev V.V. *Solid-State Wave Gyroscope with a Metal Resonator*. Tula, Tula State University, 2018, 189 p. (in Russian)
8. Chikovani V.V., Yatsenko Yu.A., Barabashov A.S., Kovalenko V.A., Tewksbury P. A set of high accuracy low cost metallic resonator CVG. *Proc. of the 20th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2007)*, 2007, pp. 1345–1350.
9. Acar C., Shkel A. *MEMS Vibratory Gyroscopes: Structural Approaches to Improve Robustness*. Springer, 2009, 256 p. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-09536-3>
10. Matveev V.A., Lipatnikov V.I., Alekhin A.V. *Design of the Solid State Wave Gyro*. Moscow, Bauman Moscow State Technical University, 1998, 166 p. (in Russian)
11. Klimov D.M., Zhuravlev V.F., Zhanov Iu.K. *Hemispherical Quartz Resonator (Solid-State Wave Gyroscope)*. Moscow, Kim L.A. Publ., 2017, 193 p. (in Russian)
12. Lynch D.D. Coriolis vibratory gyroscope. *IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Coriolis Vibratory Gyros*. IEEE std.1431 annex B. 2004, pp. 56–66.
13. Sharma G.N., Sundararajan T., Gautam S.S. Thermoelastic damping based design, sensitivity study and demonstration of a functional hybrid gyroscope resonator for high quality factor. *Gyroscopy and Navigation*, 2021, vol. 12, no. 1, pp. 69–85. <https://doi.org/10.1134/S2075108721010107>
14. Maslov A.A., Maslov D.A., Ninalalov I.G., Merkuriev I.V. Hemispherical resonator gyros (an overview of publications). *Gyroscopy and Navigation*, 2023, vol. 14, no. 1, pp. 1–13. <https://doi.org/10.1134/S2075108723010054>
15. Lynch D.D. Vibratory gyro analysis by the method of averaging. *Proc. of the 2nd St. Petersburg conference on gyroscopic technology and navigation*. St. Petersburg, 1995, pp. 26–34.
16. Severov L.A., Zolotarev S.K., Ovchinnikova N.A., Panferov A.I., Ponomarev V.K. Data characteristics of the micromechanical gyroscopes based on silicon technology microelectromechanical systems. *Journal of Instrument Engineering*, 2011, vol. 54, no. 8, pp. 12–22. (in Russian)
17. Panovko Ia.G. *Introduction to Mechanical Vibration Theory*. Moscow, Nauka Publ., 1971, 239 p. (in Russian)
18. Kucherkov S.G. Using the integrating properties of a vibrating micromechanical gyroscope with resonant tuning when constructing

18. Кучерков С.Г. Использование интегрирующих свойств вибрационного микромеханического гироскопа с резонансной настройкой при построении датчика угловой скорости компенсационного типа // Гироскопия и навигация. 2002. № 2. С. 12–18.
 19. Chikovani V. Secondary wave control system of the Coriolis vibratory gyroscope resonator // Electronics and Control Systems. 2013. N 3. P. 58–61. <https://doi.org/10.18372/1990-5548.35.5805>
 20. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособие. В 10 т. Т. 1. Механика / 4-е изд., испр. М.: Наука. гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. 216 с.
- a compensation-type angular velocity sensor. *Гироскопия и Навигация*, 2002, no. 2, pp. 12–18. (in Russian)
 19. Chikovani V. Secondary wave control system of the Coriolis vibratory gyroscope resonator. *Electronics and Control Systems*, 2013, no. 3, pp. 58–61. <https://doi.org/10.18372/1990-5548.35.5805>
 20. Landau L., Lifshitz E. *Course of Theoretical Physics. Vol. 1. Mechanics*. Elsevier, 1988, 224 p.

Авторы

Матвеев Валерий Владимирович — доктор технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник, заведующий кафедрой, Тульский государственный университет, Тула, 300012, Российская Федерация, [sc 56382006100](https://orcid.org/0000-0001-8997-0297), <https://orcid.org/0000-0001-8997-0297>, matweev.valery@yandex.ru

Лихошерст Владимир Владимирович — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, доцент, Тульский государственный университет, Тула, 300012, Российская Федерация, [sc 57190385346](https://orcid.org/0009-0009-4315-5997), <https://orcid.org/0009-0009-4315-5997>, lvv_01@inbox.ru

Каликанов Алексей Владимирович — младший научный сотрудник, ассистент кафедры, Тульский государственный университет, Тула, 300012, Российская Федерация, [sc 5755680050](https://orcid.org/0000-0002-1590-4278), <https://orcid.org/0000-0002-1590-4278>, kalikanov.aleksei@mail.ru

Погорелов Максим Георгиевич — кандидат технических наук, заведующий лабораторией, доцент, Тульский государственный университет, Тула, 300012, Российская Федерация, [sc 55983327300](https://orcid.org/0009-0005-9731-3066), <https://orcid.org/0009-0005-9731-3066>, mgpogoreloff@yandex.ru

Кирсанов Максим Дмитриевич — младший научный сотрудник, ассистент, Тульский государственный университет, Тула, 300012, Российская Федерация, [sc 79539670944](https://orcid.org/0009-0002-2872-9322), <https://orcid.org/0009-0002-2872-9322>, kirsanovMD@yandex.ru

Телухин Сергей Владимирович — кандидат технических наук, доцент, Тульский государственный университет, Тула, 300012, Российская Федерация, [sc 56770129600](https://orcid.org/0009-0001-2649-8420), <https://orcid.org/0009-0001-2649-8420>, teluhinserg@yandex.ru

Authors

Valery V. Matveev — D.Sc., Associate Professor, Leading Researcher, Head of Department, Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation, [sc 56382006100](https://orcid.org/0000-0001-8997-0297), <https://orcid.org/0000-0001-8997-0297>, matweev.valery@yandex.ru

Vladimir V. Likhosherst — PhD, Senior Researcher, Associate Professor, Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation, [sc 57190385346](https://orcid.org/0009-0009-4315-5997), <https://orcid.org/0009-0009-4315-5997>, lvv_01@inbox.ru

Alexey V. Kalikanov — Junior Researcher, Assistant, Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation, [sc 5755680050](https://orcid.org/0000-0002-1590-4278), <https://orcid.org/0000-0002-1590-4278>, kalikanov.aleksei@mail.ru

Maxim G. Pogorelov — PhD, Head of Laboratory, Associate Professor, Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation, [sc 55983327300](https://orcid.org/0009-0005-9731-3066), <https://orcid.org/0009-0005-9731-3066>, mgpogoreloff@yandex.ru

Maxim D. Kirsanov — Junior Researcher, Associate Professor, Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation, [sc 79539670944](https://orcid.org/0009-0002-2872-9322), <https://orcid.org/0009-0002-2872-9322>, kirsanovMD@yandex.ru

Sergey V. Telukhin — PhD, Associate Professor, Tula State University, Tula, 300012, Russian Federation, [sc 56770129600](https://orcid.org/0009-0001-2649-8420), <https://orcid.org/0009-0001-2649-8420>, teluhinserg@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 04.04.2023
Одобрена после рецензирования 09.12.2023
Принята к печати 13.01.2024

Received 04.04.2023
Approved after reviewing 09.12.2023
Accepted 13.01.2024



Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»