

doi: 10.17586/2226-1494-2025-25-3-574-583

УДК 004.7

Граничная оценка надежности кластерных систем на основе декомпозиции марковской модели при ограниченном восстановлении узлов с накоплением отказов

Владимир Анатольевич Богатырев¹✉, Станислав Владимирович Богатырев²,
Анатолий Владимирович Богатырев³

¹ Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, 190000, Российская Федерация

^{1,2} Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

^{2,3} ООО «Центр разработки облачных хранилищ Ядро», Санкт-Петербург, 195027, Российская Федерация

¹ vladimir.bogatyrev@gmail.com✉, <https://orcid.org/0000-0003-0213-0223>

² realloc@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-0836-8515>

³ gangleon@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-5447-7275>

Аннотация

Введение. Исследованы возможности граничной оценки надежности кластера, состоящего из множества узлов, каждый из которых может находиться в значительном числе состояний, различающихся производительностью выполнения требуемых функций и средним временем восстановления до исправного состояния узла. Оценка надежности такой кластерной системы на основе марковских процессов затруднена на этапе построения диаграммы состояний и переходов из-за большой ее размерности. Трудность построения модели особенно возрастает при ограниченном восстановлении узлов, приводящем к очереди узлов, требующих восстановления. Преодолеть указанную трудность позволяет предлагаемый подход. Представленный подход предусматривает декомпозицию марковской модели кластера и поэтапное последовательное уточнение верхней и нижней граничных оценок надежности кластера с учетом влияния на замедление восстановления каждого узла кластера других его узлов. **Метод.** Особенность предлагаемого подхода заключается в декомпозиции модели с выделением некоторого отдельного узла кластера и построении его марковской модели с введением состояний ожидания начала восстановлений узла из-за обслуживания очереди на восстановление других ранее отказавших узлов кластера. Определив на марковской модели выделенного узла вероятности всех его состояний, учитывая идентичность всех узлов кластера, на основе формулы перебора гипотез определяются средние задержки до восстановления исправного состояния остальных узлов кластера, имеющих ранее возникшие отказы. Вычисленные средние задержки используются на следующем этапе расчета марковской модели узла с уточнением задержки начала восстановления выделенного узла из-за влияния очереди восстановления остальных узлов кластера. **Основные результаты.** На основе предлагаемой модели дана оценка коэффициента готовности кластера, комплектуемого из значительного числа структурно сложных узлов, характеризующихся множеством состояний разной производительности и времени восстановления узла до исходного исправного состояния. **Обсуждение.** Представленная в результате декомпозиции модель позволяет преодолеть проблему лавинообразного возрастания сложности модели кластера при увеличении числа его узлов и числа их состояний. Выполненные расчеты показали сходимость предлагаемой граничной оценки надежности кластера из структурно сложных узлов. Полученные результаты могут быть использованы при оценке надежности и обосновании выбора структуры кластеров, а также дисциплин их обслуживания и восстановления при накоплении отказов с учетом ограниченных ресурсов восстановления, приводящих к образованию очередей отказавших элементов, подлежащих восстановлению. Предложенная модель может быть применена при анализе влияния накопления отказов в разных узлах кластера на задержки обслуживания поступающего потока запросов.

Ключевые слова

граничная оценка, надежность, кластер, узлы с множеством состояний, ограниченное восстановление, коэффициент готовности, марковская модель, декомпозиция, задержка восстановления

Ссылка для цитирования: Богатырев В.А., Богатырев С.В., Богатырев А.В. Граничная оценка надежности кластерных систем на основе декомпозиции марковской модели при ограниченном восстановлении узлов с накоплением отказов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2025. Т. 25, № 3. С. 574–583. doi: 10.17586/2226-1494-2025-25-3-574-583

Boundary estimation of the reliability of cluster systems based on the decomposition of the Markov model with limited recovery of nodes with accumulated failures

Vladimir A. Bogatyrev¹✉, Stanislav V. Bogatyrev², Anatoly V. Bogatyrev³

¹ Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation (SUAI), Saint Petersburg, 190000, Russian Federation

^{1,2} ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

^{2,3} Yadro Cloud Storage Development Center, Saint Petersburg, 195027, Russian Federation

¹ vladimir.bogatyrev@gmail.com✉, <https://orcid.org/0000-0003-0213-0223>

² realloc@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-0836-8515>

³ gangleon@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-5447-7275>

Abstract

The possibilities of a boundary assessment of the reliability of a cluster consisting of many nodes, each of which can be in a significant number of states, differing in the performance of the required functions and the average recovery time to a healthy node, are being investigated. Estimating the reliability of such a cluster system based on Markov processes is difficult at the stage of constructing a diagram of states and transitions due to its large dimension. The difficulty of building a model increases especially with limited node recovery, leading to a queue of nodes requiring recovery. The proposed approach allows us to overcome this difficulty. The differences between the proposed approaches are that it provides for the decomposition of the Markov cluster model and a step-by-step sequential refinement of the upper and lower boundary estimates of cluster reliability, taking into account the impact on slowing down the recovery of each cluster node of its other nodes. The peculiarity of the proposed approach is the decomposition of the model with the allocation of a certain individual cluster node and the construction of its Markov model with the introduction of waiting states for node recoveries due to queue maintenance for the restoration of other previously failed cluster nodes. Having determined the probabilities of all its states on the Markov model of the selected node, taking into account the identity of all cluster nodes, the average delays until the restoration of the serviceable state of the remaining cluster nodes with previous failures are determined based on the hypothesis enumeration formula. The calculated average delays are used in the next stage of calculating the Markov node model, specifying the delay in starting recovery of the allocated node due to the influence of the recovery queue of the remaining nodes in the cluster. Based on the proposed model, the availability coefficient of a cluster is estimated, consisting of a significant number of structurally complex nodes characterized by a variety of states of different performance and recovery time of the node to its initial working condition. As a result of decomposition, the proposed model makes it possible to overcome the problem of an avalanche-like increase in the complexity of the cluster model with an increase in the number of its nodes and the number of their states. The calculations performed have shown the convergence of the proposed boundary estimate of the reliability of a cluster of a significant number of structurally complex nodes. The results obtained can be used to assess the reliability and justify the choice of cluster structure as well as the disciplines of their maintenance and recovery when failures accumulate, taking into account limited recovery resources leading to the formation of queues of failed elements to be restored. The proposed model can be used to analyze the impact of the accumulation of failures in different cluster nodes on the delays in servicing the incoming request stream.

Keywords

boundary estimation, reliability, cluster, nodes with multiple states, limited recovery, availability factor, Markov model, decomposition, recovery delay

For citation: Bogatyrev V.A., Bogatyrev S.V., Bogatyrev A.V. Boundary estimation of the reliability of cluster systems based on the decomposition of the Markov model with limited recovery of nodes with accumulated failures. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2025, vol. 25, no. 3, pp. 574–583 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2025-25-3-574-583

Введение

К современным распределенным системам обработки и хранения данных предъявляются высокие требования по надежности [1–3], отказоустойчивости [4–6] и малым задержкам выполнения функциональных задач [7, 8]. В ряде случаев для систем реального времени дополнительно требуются обеспечение непрерывности и своевременности вычислительного процесса, когда запросы должны выполняться за ограниченное предельно допустимое время [7]. Меры по поддержке

надежности и снижению задержек реализуются на всех уровнях и стадиях функционирования инфокоммуникационной системы, в том числе при межмашинном обмене и распределении запросов (нагрузки) через сеть и их выполнении в центрах обработки и хранения данных [8–10]. Высокая надежность при малых задержках обслуживания запросов может достигаться при консолидации ресурсов хранения и обработки данных в кластеры с многопутевым доступом к ним через структурно избыточную сеть [11–13]. Особенно остро задача обеспечения высокой надежности отказоустойчивости

при ультрамалых задержках передачи данных стоит для распределенных облачных систем [14–17] и систем интернет вещей реального времени [18–20].

Современные резервированные компьютерные системы, в том числе узлы кластеров хранения и обработки данных, как правило представляют собой структурно сложные устройства, имеющие множество возможных состояний различной эффективности и запаса надежности функционирования [21–23]. Такая ситуация усложняет построение моделей оценки (прогнозирование) надежности кластеров и оптимизацию их структурно параметрической организации, а также обоснование выбора дисциплин обслуживания и восстановления после отказов. Трудность оценки надежности кластеров усугубляется характерной для них ограниченностью восстановления, при которой в каждый момент времени восстанавливается только один элемент и возможны очереди на восстановление отказавших элементов разных узлов [1–4]. Преодоление указанной сложности оценки надежности кластеров возможно при ее граничной верхней и нижней оценке. При этом нижнее приближение используется для оценки надежности, а верхнее для вычисления ее погрешности.

Приближенная верхняя оценка надежности восстанавливаемых кластерных систем может основываться на предположении неограниченного восстановления, при котором ремонт элемента начинается сразу после его отказа. Однако такое упрощение модели связано с необходимостью оценки ее погрешности. В предположении неограниченного восстановления расчет надежности можно свести к параллельно-последовательной структуре соединения элементов, но это происходит не всегда [1–4]. Для систем, модель которых не сводится к параллельно-последовательной структуре, расчет надежности может базироваться на граничных оценках Эзари–Прошана, Литвака–Ушакова или других известных методов расчета структурно сложных систем [1–4]. Однако предположение неограниченного восстановления может не гарантировать, что оценка по минимальным сечениям Эзари–Прошану приведет к нижней оценке надежности. То же относится к оценке по минимальным непересекающимся путям Литвака–Ушакова. Риск вместо искомого нижнего приближения надежности получить его верхнее приближение существует, так как оценка вероятности работоспособности (коэффициент готовности) элемента при неограниченном его восстановлении является завышенной. Действительно, в предположении неограниченного обслуживания задержка начала восстановления элемента из-за очереди на ремонт других ранее отказавших элементов не учитывается, что может привести к недопустимо завышенной оценке надежности структуры даже при использовании известных методов, ориентированных на ее нижнюю граничную оценку.

При рассмотрении узлов компьютерной системы в двух состояниях — работоспособном и отказавшем [23] — модель надежности ограниченного восстановления может быть сведена к известной из теории массового обслуживания модели размножения и гибели [24]. Недостаток такого подхода заключается в достаточной погрешности расчета при структурно сложных узлах

кластера, которые реально могут находиться в нескольких работоспособных состояниях с разным качеством обслуживания поступающих в кластер запросов и разным временем восстановления [23, 24].

Рассчитать надежность несложных систем при незначительном числе состояний даже при ограниченном восстановлении возможно на основе марковских процессов. Так известны марковские модели компьютерных систем с дублированием вычислителей и устройств памяти [25, 26], и систем с организацией памяти на базе Redundant Array of Independent Disks массивов [27–30]. Построения полумарковских моделей двухузловых систем, позволяющих учесть не только простейшие потоки отказов и экспоненциальное восстановление, предложены в работе [31]. Однако в случае кластера из достаточно большого числа структурно сложных узлов размерность диаграммы состояний и переходов (в том числе марковской модели) резко возрастает [32], что затрудняет оценку надежности кластеров.

Целью настоящей работы является граничная оценка надежности кластера с ограниченным восстановлением из значительного числа узлов, каждый из которых имеет множество состояний, характеризующихся различным запасом надежности, временем восстановления до исправного состояния и производительностью по обслуживанию трафика.

Метод граничной оценки надежности кластеров

Предлагаемый метод предусматривает декомпозицию марковской модели и поэтапное последовательное уточнение верхней и нижней граничных оценок надежности кластера с учетом влияния на замедление восстановления каждого узла кластера очередей на восстановление ранее отказавших элементов остальных его узлов.

Кластеры из структурно сложных узлов. Примеры кластеров из структурно сложных узлов, которые могут находиться в состояниях с разным временем восстановления, представлены на рис. 1. Отметим, что возможна модификация структуры кластеров, при которой устройства памяти заменяются на серверы.

Верхняя грубая оценка коэффициента готовности кластера с предположением неограниченного восстановления элементов и узлов. Верхнюю оценку надежности кластера с узлами, характеризующимися множеством работоспособных состояний, можно грубо рассчитать в предположении неограниченного восстановления каждого элемента. При условии, что сразу после отказа кластера начинается его восстановление без учета, что могут возникать очереди среди других ожидающих восстановления элементов в том же или иных узлах кластера.

Оценку стационарного коэффициента готовности проведем для структуры по рис. 1, *b*. При неограниченном восстановлении элементов, в предположении что кластер сохраняет работоспособность, если работоспособен хотя бы один его узел, получаем наиболее грубую верхнюю оценку (h), определяемую как

$$K_{h0} = 1 - (1 - k)^n,$$

где k — коэффициент готовности узла кластера

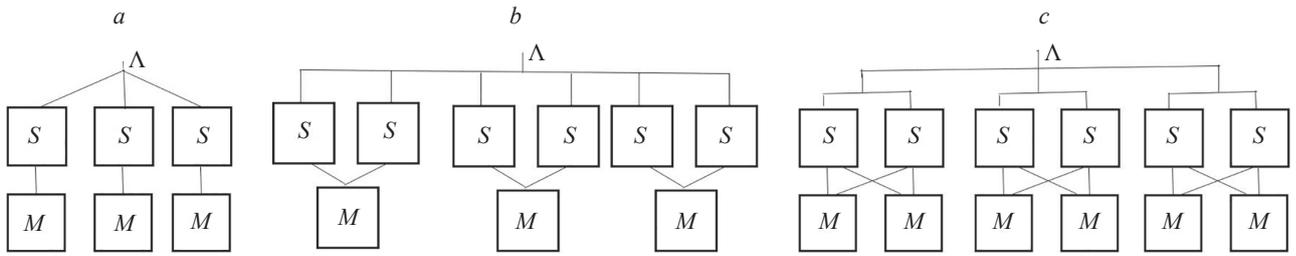


Рис. 1. Кластеры из структурно сложных узлов.

Узел кластера содержит: один сервер (S) и одно устройство памяти (M), при этом Λ — интенсивность входного потока (a); два сервера и одно устройство памяти (b); два сервера и два устройства памяти (c)

Fig. 1. Clusters of structurally complex nodes. The cluster node contains: one server and one memory device (a); two servers and one memory device (b); two servers and two memory devices (c)

$$k = k_2[1 - (1 - k_1)^2].$$

При этом для структур (рис. 1, b) k_1 и k_2 — коэффициенты готовности серверов S и устройств хранения M.

$$k_1 = \mu_1(\lambda_1 + \mu_1)^{-1}, \quad k_2 = \mu_2(\lambda_2 + \mu_2)^{-1},$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2$ — интенсивности отказов и восстановлений серверов S и устройств хранения M.

Расчеты выполним при $\lambda_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$, $\lambda_2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$, $\mu_1 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$, $\mu_2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$. В этом случае коэффициент готовности кластера $K_{h0} = 0,9999999993795285$.

Проведем уточненную верхнюю оценку коэффициента готовности кластера в предположении ограниченного обслуживания каждого его узла, когда задержка восстановления учитывается только из-за отказов элементов внутри узла, а задержки из-за образования очереди восстановления отказов в других узлах кластера не учитываются. Такое предположение приводит к завышенной оценке надежности кластера.

Предлагаемый подход характеризуется поэтапным последовательным приближением верхней и нижней граничных оценок надежности кластера с уточнением на каждом этапе влияния на замедление восстановления каждого узла кластера очередей на восстановления ранее отказавших элементов других его узлов.

Оценка выполняется в два этапа.

Этап 1. Построение марковской модели узла без учета влияния на задержку его восстановления других узлов кластера, что приводит к завышенной оценке надежности узла кластера.

Этап 2. По вычисленным на марковской модели вероятностям возможных работоспособных состояний узла, по формуле перебора гипотез находим надежность кластера целиком. Полученная оценка надежности кластера будет завышенной, но погрешность будет меньше, чем для первого рассматриваемого приближения, полученного на этапе 1.

Для узла кластера по рис. 1, b без учета влияния на задержки восстановления других узлов кластера диаграмма состояний и переходов представлена на рис. 2. Каждое возможное состояние узла кластера представлено узлом (вершиной) диаграммы, в поле которой верхней строкой обозначены состояния работоспособности двух серверов, а нижней — устройства памяти,

при этом работоспособные состояния соответствующих элементов узла кластера обозначены как «1», а отказавшие — «0». Рядом с вершинами (узлами) диаграммы показаны вероятности соответствующих состояний P_0, P_1, P_2, P_3, P_4 . К работоспособным состояниям узла кластера относятся состояния при исправности хотя бы одного сервера и устройства памяти (вероятности этих состояний P_0 или P_1).

По диаграмме (рис. 2) составим систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} -(2\lambda_1 + \lambda_2)P_0 + \mu_2P_3 + \mu_1P_1 = 0, \\ -\mu_1P_2 + \lambda_1P_1 = 0, \\ -\mu_2P_3 + \lambda_2P_0 = 0, \\ -\mu_2P_4 + \lambda_2P_1 = 0, \\ P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1. \end{cases}$$

По представленной системе уравнений можно найти вероятности всех состояний узла кластера P_0, P_1, P_2, P_3, P_4 .

Стационарный коэффициент готовности определим как вероятность того, что в произвольный момент времени работоспособен хотя бы один из n узлов кластера вне зависимости числа исправных в нем серверов S

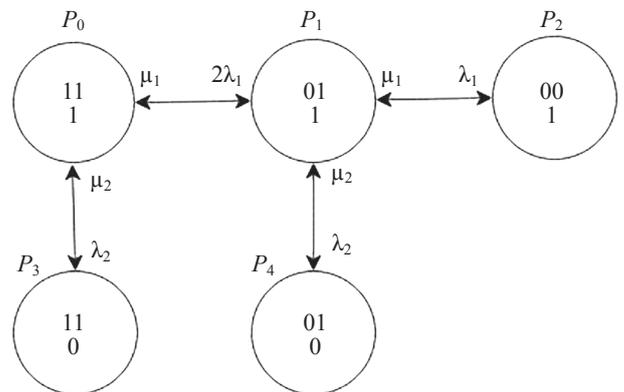


Рис. 2. Диаграмма состояний и переходов узла кластера при неограниченном его восстановлении без учета задержек восстановления из-за отказов других узлов кластера.

P_0, P_1, P_2, P_3, P_4 — вероятности состояний

Fig. 2. Diagram of the states and transitions of a cluster node with unlimited recovery without taking into account recovery delays due to failures of other cluster nodes

$$K_{h1} = \sum_{i=1}^n C_n^i (P_0 + P_1)^i (1 - P_0 - P_1)^{n-i}. \quad (1)$$

Если условие работоспособности кластера заключается в работоспособности не менее g его узлов, то:

$$K_{h1} = \sum_{i=g}^n C_n^i (P_0 + P_1)^i (1 - P_0 - P_1)^{n-i}.$$

Если следует разграничивать число работоспособных узлов с исправностью одного или двух серверов, то коэффициент готовности определяется как:

$$K_{h11} = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} \delta_{ij} C_n^i C_{n-i}^j P_0^i P_1^j (1 - P_0 - P_1)^{n-i-j}, \quad (2)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } i+j \geq 1, \\ 0, & \text{if } i+j < 1. \end{cases} \quad (3)$$

Разграничение работоспособных состояний по числу сохраненных серверов позволяет вычислить такие показатели системы как коэффициент сохранения эффективности или средние задержки обслуживания запросов с накопления отказов в узлах кластера. Так, коэффициент сохранения эффективности в зависимости от общего числа работоспособных серверов может быть вычислен по формуле

$$K_{c3} = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} \delta_{ij} (2i+j) C_n^i C_{n-i}^j P_0^i P_1^j (1 - P_0 - P_1)^{n-i-j}.$$

Заметим, что результаты расчета коэффициента готовности по формулам (1) и (2) совпадают и равны

$$K_{h1} = 0,999999993717164.$$

Расчет выполнен для исходных данных, заданных при оценке K_{h0} .

Таким образом, точность оценки коэффициента готовности повысилась сравнительно с наиболее грубым верхним приближением K_{h0} .

Оценив вероятности возможных состояний каждого узла кластера P_0, P_1, P_2, P_3, P_4 , выделим некоторый узел кластера и среди остальных $n - 1$ узлов кластера вычислим математическое ожидание числа узлов, находящихся в каждом (i -ом) из возможных состояний, с разным временем восстановления до исправного состояния узла. Искомое математическое ожидание найдем по формуле

$$n_i = P_i(n - 1). \quad (4)$$

Таким образом, математическое ожидание задержки τ начала восстановления некоторого выделенного узла из-за очереди восстановления ранее отказавших элементов в остальных $n - 1$ узлах кластера имеет вид

$$\tau = \frac{n_1}{\mu_1} + \frac{2n_2}{\mu_1} + \frac{n_3}{\mu_2} + n_4 \left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right), \quad (5)$$

и соответственно $\gamma = \tau^{-1}$, где γ — интенсивность перехода к началу восстановления узла.

После соответствующих предварительных расчетов перейдем к дальнейшему уточнению верхней оценки коэффициента готовности.

Уточнение верхней оценки коэффициента готовности кластера с учетом задержек из-за восстановления отказавших элементов всех его узлов.

Особенность предлагаемого уточнения заключается в декомпозиции, предполагающей выделение некоторого отдельного узла кластера и построении его марковской модели с введением состояний ожидания начала восстановления узла из-за обслуживания очереди на восстановление других ранее отказавших узлов кластера.

На данном этапе построения марковской модели учтем задержку начала обслуживания в некотором выделенном узле из-за очереди на восстановление элементов, отказавших в других узлах кластера.

Построение модели реализуется в два этапа.

Этап 1. Формируем марковскую модель некоторого узла с учетом возможных задержек начала его восстановления из-за обслуживания очереди ранее отказавших элементов других узлов кластера.

Этап 2. С учетом вычисленных на этапе 1 вероятностей различных состояний узлов кластера по формуле перебора гипотез находим коэффициент готовности всего кластера.

Диаграмма состояний и переходов марковской модели некоторого узла кластера с учетом задержек начала восстановления $\tau = 1/\gamma$ приведена на рис. 3. Если ресурсы узла позволяют вычислять требуемые функции, то восстановление может быть совмещено с обслуживанием поступающих функциональных запросов, что возможно связано с дополнительными отказами и переходами из состояния с вероятностью P_8 , в состояния, вероятности, которых P_6 или P_7 (рис. 3, а). Если восстановление отказавших элементов узла кластера проводится при отключенном электропитании, что исключает отказы работоспособных элементов узла, то диаграмма состояний и переходов узла преобразуется к виду на рис. 3, б.

Математическое ожидание задержки τ начала восстановления некоторого выделенного узла из-за очереди ранее отказавших элементов в остальных $n - 1$ узлах кластера вычислим по формуле (5). В результате интенсивность перехода к началу восстановления выделенного узла будет равна $\gamma = \tau^{-1}$.

Оценка τ проведена с учетом среднего числа узлов n_1, n_2, n_3, n_4 , определяемых по формуле (4) с различным набором отказавших элементов (по рис. 2), и времени, требуемого для восстановления исправности этих узлов.

Для определения вероятностей состояний по диаграмме (рис. 3) сформируем систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} -(2\lambda_1 + \lambda_2)P_0 + \mu_2 P_5 + \mu_1 P_8 = 0, \\ -(\lambda_1 + \lambda_2 + \gamma)P_1 + \lambda_2 P_0 = 0, \\ -\gamma P_2 + \lambda_2 P_1 = 0, \\ -\gamma P_3 + \lambda_2 P_0 = 0, \\ -\gamma P_4 + \lambda_1 P_1 = 0, \\ -\mu_2 P_5 + \gamma P_1 = 0, \\ -\mu_2 P_6 + \gamma P_3 = 0, \\ -\mu_1 P_7 + \gamma P_4 + \lambda_1 P_8 = 0, \\ P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 = 1. \end{cases} \quad (6)$$

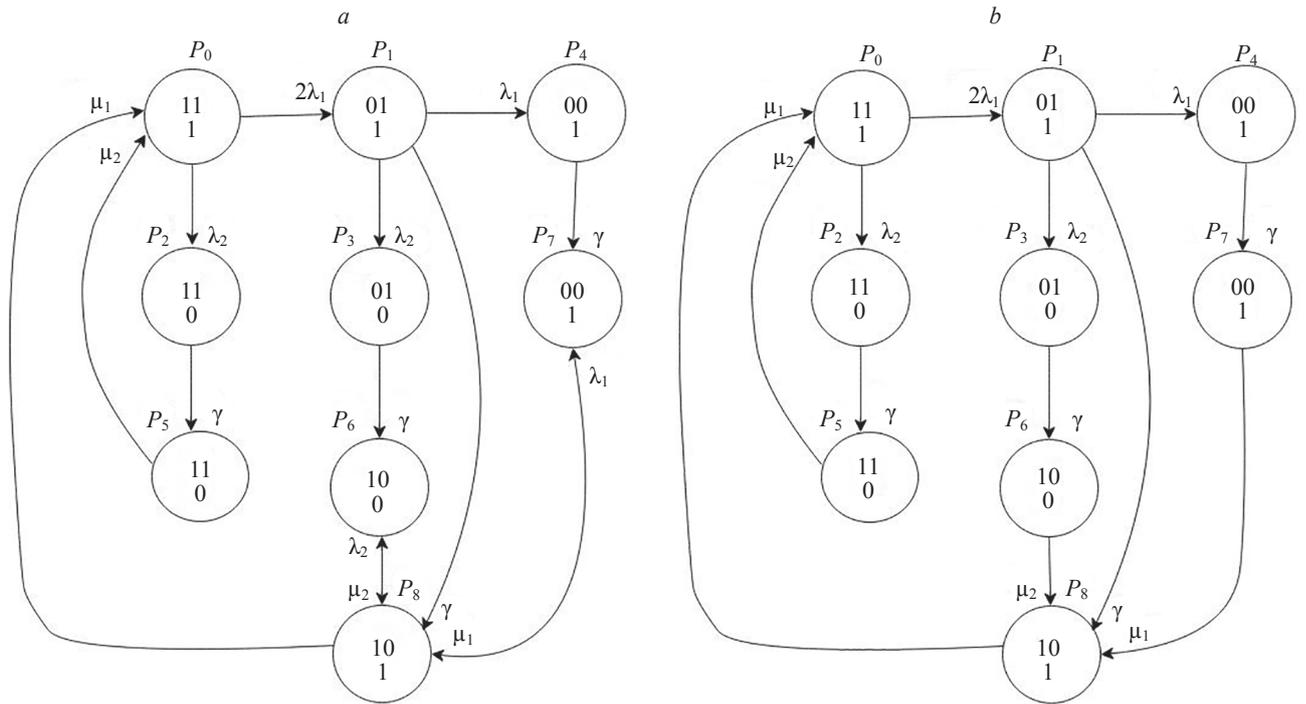


Рис. 3. Диаграммы состояний и переходов марковской модели узла кластера с учетом задержек начала восстановления без отключения электропитания во время восстановления (а) и с его отключением до возобновления исправного состояния узла (б).

P_0 и P_1 — вероятности состояний с выполнением требуемых функций при исправности двух и одного сервера; P_2, P_3 и P_4 — вероятности неработоспособных состояний с ожиданием начала восстановления; P_5-P_8 — вероятности состояний, в которых производится восстановление узла

Fig. 3. Diagram of the states and transitions of the Markov cluster node model, taking into account delays in the start of recovery without power outage during recovery (a) and with its shutdown until the resumption of the serviceable state of the node (b)

Стационарный коэффициент готовности кластера вычислим по формуле

$$K_{h2} = \sum_{i=1}^n C_n^i (P_0 + P_1 + P_8)^i (1 - P_0 - P_1 - P_8)^{n-i}. \quad (7)$$

Если следует разграничивать число работоспособных узлов с исправностью одного или двух серверов, то коэффициент готовности получим в виде:

$$K_{h21} = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} \delta_{ij} C_n^i C_{n-i}^j P_0^i (P_1 + P_8)^j (1 - P_0 - P_1 - P_8)^{n-i-j},$$

где δ_{ij} задается по формуле (3).

Уточненной верхней оценке коэффициента готовности кластера соответствует

$$K_{h2} = 0,9999999993065137.$$

Для прогнозирования надежности технических систем более важна ее нижняя оценка. Остановимся на поэтапном итерационном приближении нижней оценки. Результаты верхней оценки могут быть использованы при расчете погрешности нижней оценки.

Нижняя оценка надежности кластера. При грубом нижнем приближении выделим некоторый узел и будем считать, что в каждом из остальных $n-1$ узлов кластера отказывают элементы, восстановление совокупности которых до исправного состояния узла требует наибольшее время. Диаграмма состояний и пере-

ходов марковской модели каждого из n узлов кластера соответствует рис. 3. Система уравнений для поиска вероятностей состояний выделенного узла имеет вид (6), причем интенсивность перехода к началу восстановления узла находим для наихудшего случая

$$\gamma = \mu_2 / 2(n - 1).$$

Коэффициент готовности кластера K_{n1} (7) для нижней оценки (n) вычисляется по формуле перебора гипотез.

На основе уравнений (6), вычислив вероятности всех состояний каждого узла, уточненное время ожидания начала восстановления некоторого узла оценим как

$$\tau = (1 - P_0) \frac{n - 1}{P_5 + P_6 + P_7 + P_8} \left[\frac{2P_7}{\mu_1} + \frac{P_8}{\mu_1} + \frac{P_5}{\mu_2} + P_6 \left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right) \right].$$

Вычислив уточненное значение интенсивности $\gamma = \tau^{-1}$ на основе системы уравнений (6), находим уточненные значения вероятностей состояний узла кластера, после чего по формуле (7) вычисляем коэффициент готовности кластера K_{n2} .

Для заданных исходных данных имеем

$$K_{n0} = 0,9999984687564836, \\ K_{n1} = 0,9999999981600136.$$

Таблица. Поэтапные уточнения верхней и нижней оценок надежности кластера
Table. Step-by-step refinement of the upper and lower estimates of cluster reliability

Верхняя оценка		Нижняя оценка	
этап уточнения	значение	этап уточнения	значение
K_{h0}	0,999999993795285	K_{n0}	0,9999984687564836
K_{h1}	0,999999993717164	K_{n1}	0,999999981600136
K_{h2}	0,999999993065137	K_{n2}	0,999999992045664

В результате уточнения нижней оценки в соответствии с предложенным методом был получен результат

$$K_{n2} = 0,999999992045664.$$

Основные результаты

Основной результат заключается в том, что предложена верхняя и нижняя оценки стационарного коэффициента готовности кластера, из структурно сложных узлов, каждый из которого в результате различных комбинаций отказов элементов может обладать различным запасом надежности и требуемого времени восстановления до исправного состояния. Предлагаемый метод позволяет на основе многоэтапной процедуры уточнения верхнего и нижнего приближений добиться требуемой погрешности оценки коэффициента готовности кластера с учетом влияния ограниченных возможностей его восстановления. Результаты поэтапного уточнения верхней и нижней оценок надежности кластера приведены в таблице.

Нижняя оценка коэффициента готовности кластера может использоваться в качестве показателя надежности кластера, а верхняя для оценки предельной погрешности этой оценки, которая уменьшается на каждой итерации предлагаемой граничной оценки надежности кластера.

Представленные результаты расчета получены для случая, когда условие работоспособности кластера заключаются в требовании работоспособности хотя бы одного его узла. При требовании работоспособности не менее g узлов кластера результаты оценки искомого коэффициента готовности будут ниже представленных в таблице, но поэтапное снижение погрешности расчетов сохранится.

Обсуждение результатов и направления развития

Научная новизна предложенного метода граничной оценки надежности кластера из структурно сложных узлов заключается в декомпозиции модели кластера на основе построения марковской модели узла кластера с учетом поэтапного уточнения влияния на задержки его восстановления других узлов кластера. Значимость представленного метода оценки коэффициента готовности кластера обусловлена тем, что он позволяет избежать лавинообразного роста сложности марковской модели при увеличении числа структурно сложных узлов кластера. Метод предусматривает поэтапное уточнение верхнего и нижнего приближений оценки коэффициента готовности кластера.

Предложенный метод может быть использован при оценке надежности и обосновании выбора организации и дисциплин обслуживания кластеров из структурно сложных узлов с учетом их ограниченного восстановления, сопряженного с образованием очередей на их восстановление.

Ограничение предложенной модели надежности кластера заключается в ее ориентации на кластеры из однородных узлов.

В качестве дальнейшего развития предложенной марковской модели надежности предусматривается ее модернизация для кластеров, содержащих группы из неоднородных структурно сложных узлов.

Заключение

Предложена граничная оценка надежности кластера, каждый из узлов которого имеет множество состояний, характеризующихся различным запасом надежности и требуемого времени восстановления до исправного состояния.

Предлагаемая марковская модель надежности кластера отражает ограниченность восстановления узлов из-за возможного образования очереди на ремонт других узлов кластера.

Представленный метод характеризуется поэтапным последовательным приближением верхней и нижней граничных оценок надежности кластера с уточнением на каждом этапе влияния на замедление восстановления каждого узла кластера очередей на восстановления ранее отказавших элементов остальных его узлов.

Особенность предлагаемого подхода заключается в декомпозиции модели с выделением некоторого отдельного узла кластера и построении его марковской модели с введением состояний ожидания начала восстановления узла из-за обслуживания очереди на восстановление других ранее отказавших узлов кластера. Определив на марковской модели выделенного узла вероятности всех его состояний, учитывая идентичность всех узлов кластера, на основе формулы перебора гипотез определяются средние задержки до восстановления исправного состояния остальных узлов кластера, имеющих ранее возникшие отказы. Вычисленные средние задержки используются на следующем этапе расчета марковской модели узла с уточнением задержки начала восстановления выделенного узла из-за влияния восстановления остальных узлов кластера.

На основе предлагаемой модели дана оценка коэффициента готовности кластера с учетом накопления отказов узлов, приводящих к снижению их вычислительных возможностей.

Предлагаемая модель позволяет преодолеть проблеме лавинообразного возрастания сложности модели кластера при увеличении числа его узлов и их состояний.

Выполненные по предлагаемой модели расчеты показали поэтапное уточнение верхней и нижней оценок коэффициента готовности кластера из структурно сложных узлов.

Литература

1. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности // СПб.: БХВ-Петербург, 2006. 702 с.
2. Shubinsky I.B., Rozenberg I.N., Papic L. Adaptive fault tolerance in real-time information systems // *Reliability Theory and Applications*. 2017. V. 12. N 1. P. 18–25.
3. Черкесов Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов. СПб.: Питер, 2005. 479 с.
4. Aysan H. Fault-tolerance strategies and probabilistic guarantees for real-time systems. Doctoral dissertation. Mälardalen University. 2012. 109 p.
5. Koren I., Krishna C.M. *Fault-Tolerant Systems*. Morgan Kaufmann, 2007. 378 p.
6. Krasnobaev V., Kuznetsov A., Kiian A., Kuznetsova K. Fault tolerance computer system structures functioning in residue classes // Proc. of the 11th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS). 2021. P. 471–474. <https://doi.org/10.1109/idaacs53288.2021.9660919>
7. Кучерявый А.Е. Сети связи с ультра малыми задержками // Труды Научно-исследовательского института радио. 2020. № 1. С. 69.
8. Tatarnikova T.M., Sikarev I.A., Bogdanov P.Y., Timochkina T.V. Botnet attack detection approach in IoT networks // *Automatic Control and Computer Sciences*. 2022. V. 56. N 8. P. 838–846. <https://doi.org/10.3103/S0146411622080259>
9. Bogatyrev V.A., Bogatyrev A.V., Bogatyrev S.V. The probability of timeliness of a fully connected exchange in a redundant real-time communication system // Proc. of the Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF). 2020. P. 9131517. <https://doi.org/10.1109/WECONF48837.2020.9131517>
10. Burkov A., Rachugin R., Turlikov A. Stabilizing ALOHA using Preamble-based exploration by estimation of the number of active users // Proc. of the 18th International Symposium Problems of Redundancy in Information and Control Systems, (REDUNDANCY). 2023. P. 106–109. <https://doi.org/10.1109/redundancy59964.2023.10330186>
11. Bogatyrev V.A., Bogatyrev A.V., Bogatyrev S.V. Multipath transmission of heterogeneous traffic in acceptable delays with packet replication and destruction of expired replicas in the nodes that make up the path // *Communications in Computer and Information Science*. 2023. V. 1748. P. 104–121. https://doi.org/10.1007/978-3-031-30648-8_9
12. Bogatyrev V.A. Protocols for dynamic distribution of requests through a bus with variable logic ring for reception authority transfer // *Automatic Control and Computer Sciences*. 1999. V. 33. N 1. P. 57–63.
13. Bogatyrev V.A., Bogatyrev S.V., Bogatyrev A.V. Control of multipath transmissions in the nodes of switching segments of reserved paths // Proc. of the International Conference on Information, Control, and Communication Technologies (ICCT). 2022. P. 1–5. <https://doi.org/10.1109/icct56057.2022.9976839>
14. Tatarnikova T.M., Arkhiptsev E.M. Designing fault-tolerant systems with micro-service architecture // Proc. of 27th International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM). 2024. P. 348–351. <https://doi.org/10.1109/scm62608.2024.10554143>
15. Haider S., Nazir B. Fault tolerance in computational grids: perspectives, challenges, and issues // SpringerPlus. 2016. V. 5. N 1. P. 1991. <https://doi.org/10.1186/s40064-016-3669-0>
16. Chinnaiyah M.R., Niranjana N. Fault tolerant software systems using software configurations for cloud computing // *Journal of Cloud Computing*. 2018. V. 7. N 1. P. 3. <https://doi.org/10.1186/s13677-018-0104-9>
17. Markoval E., Moltchanov D., Pirmagomedov R., Ivanova D., Koucheryavy Y., Samouylov K. Priority-based coexistence of eMBB and URLLC traffic in industrial 5G NR deployments // Proc. of the 12th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and

References

1. Polovko A.M., Gurov S.V. *Fundamentals of Reliability Theory*. St. Petersburg, BHV-Petersburg Publ., 2006, 702 p. (in Russian)
2. Shubinsky I.B., Rozenberg I.N., Papic L. Adaptive fault tolerance in real-time information systems. *Reliability Theory and Applications*, 2017, vol. 12, no. 1, pp. 18–25.
3. Cherkesov G.N. *Reliability of Hardware and Software Complexes*. St. Petersburg, Piter Publ., 2005, 479 p. (in Russian)
4. Aysan H. *Fault-tolerance strategies and probabilistic guarantees for real-time systems*. Doctoral dissertation. Mälardalen University. 2012. 109 p.
5. Koren I., Krishna C.M. *Fault-Tolerant Systems*. Morgan Kaufmann, 2007, 378 p.
6. Krasnobaev V., Kuznetsov A., Kiian A., Kuznetsova K. Fault tolerance computer system structures functioning in residue classes. *Proc. of the 11th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS)*, 2021, pp. 471–474. <https://doi.org/10.1109/idaacs53288.2021.9660919>
7. Kucheryavy A.E. *Ultra Low Latency communication networks*. Trudy NIIR, 2020, no. 1, pp. 69 (in Russian)
8. Tatarnikova T.M., Sikarev I.A., Bogdanov P.Y., Timochkina T.V. Botnet attack detection approach in IoT networks. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2022, vol. 56, no. 8, pp. 838–846. <https://doi.org/10.3103/S0146411622080259>
9. Bogatyrev V.A., Bogatyrev A.V., Bogatyrev S.V. The probability of timeliness of a fully connected exchange in a redundant real-time communication system. *Proc. of the Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF)*, 2020, pp. 9131517. <https://doi.org/10.1109/WECONF48837.2020.9131517>
10. Burkov A., Rachugin R., Turlikov A. Stabilizing ALOHA using Preamble-based exploration by estimation of the number of active users. *Proc. of the 18th International Symposium Problems of Redundancy in Information and Control Systems, (REDUNDANCY)*, 2023, pp. 106–109. <https://doi.org/10.1109/redundancy59964.2023.10330186>
11. Bogatyrev V.A., Bogatyrev A.V., Bogatyrev S.V. Multipath transmission of heterogeneous traffic in acceptable delays with packet replication and destruction of expired replicas in the nodes that make up the path. *Communications in Computer and Information Science*, 2023, vol. 1748, pp. 104–121. https://doi.org/10.1007/978-3-031-30648-8_9
12. Bogatyrev V.A. Protocols for dynamic distribution of requests through a bus with variable logic ring for reception authority transfer. *Automatic Control and Computer Sciences*, 1999, vol. 33, no. 1, pp. 57–63.
13. Bogatyrev V.A., Bogatyrev S.V., Bogatyrev A.V. Control of multipath transmissions in the nodes of switching segments of reserved paths. *Proc. of the International Conference on Information, Control, and Communication Technologies (ICCT)*, 2022, pp. 1–5. <https://doi.org/10.1109/icct56057.2022.9976839>
14. Tatarnikova T.M., Arkhiptsev E.M. Designing fault-tolerant systems with micro-service architecture. *Proc. of the 27th International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM)*, 2024, pp. 348–351. <https://doi.org/10.1109/scm62608.2024.10554143>
15. Haider S., Nazir B. Fault tolerance in computational grids: perspectives, challenges, and issues. *SpringerPlus*, 2016, vol. 5, no. 1, pp. 1991. <https://doi.org/10.1186/s40064-016-3669-0>
16. Chinnaiyah M.R., Niranjana N. Fault tolerant software systems using software configurations for cloud computing. *Journal of Cloud Computing*, 2018, vol. 7, no. 1, pp. 3. <https://doi.org/10.1186/s13677-018-0104-9>
17. Markoval E., Moltchanov D., Pirmagomedov R., Ivanova D., Koucheryavy Y., Samouylov K. Priority-based coexistence of eMBB and URLLC traffic in industrial 5G NR deployments. *Proc. of the 12th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and*

- Control Systems and Workshops (ICUMT). 2020. P. 1–6. <https://doi.org/10.1109/ICUMT51630.2020.9222433>
18. Ji H., Park S., Yeo J., Kim Y., Lee J., Shim B. Ultra-Reliable and Low-Latency Communications in 5G Downlink: physical layer aspects // *IEEE Wireless Communications*. 2018. V. 25. N 3. P. 124–130. <https://doi.org/10.1109/mwc.2018.1700294>
 19. Gurjanov A.V., Korobeynikov A.G., Zharinov I.O., Zharinov O.O. Edge, fog and cloud computing in the cyber-physical systems networks // *Ceur Workshop Proceedings*. 2021. P. 103–108.
 20. Srivastava A., Kumar N. Queueing model based dynamic scalability for containerized cloud // *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*. 2023. V. 14. N 1. P. 465–472. <https://doi.org/10.14569/IJACSA.2023.0140150>
 21. Астахова Т.Н., Верзун Н.А., Касаткин В.В., Колбанев М.О., Шамин А.А. Исследование моделей связности сенсорных сетей // *Информационно-управляющие системы*. 2019. № 5 (102). С. 38–50. <https://doi.org/10.31799/1684-8853-2019-5-38-50>
 22. Gurov S.V., Utkin L.V. Reliability of repairable reserved systems with failure aftereffect // *Automation and Remote Control*. 2017. V. 78. N 1. P. 113–124. <https://doi.org/10.1134/S000511791701009X>
 23. Bogatyrev V., Vinokurova M. Control and safety of operation of duplicated computer systems // *Communications in Computer and Information Science*. 2017. V. 700. P. 331–342. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66836-9_28
 24. Леонтьев А.С., Тимошкин М.С. Математические модели оценки показателей надежности для исследования вероятностно-временных характеристик многомашинных комплексов с учетом отказов // *Международный научно-исследовательский журнал*. 2023. № 1(127). С. 18. <https://doi.org/10.23670/IRJ.2023.127.27>
 25. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. М.: Машиностроение, 1979. 432 с.
 26. Богатырев В.А., Богатырев С.В., Богатырев А.В. Оценка готовности компьютерной системы к своевременному обслуживанию запросов при его совмещении с информационным восстановлением памяти после отказов // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2023. Т. 23. № 3. С. 608–617. <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2023-23-3-608-617>
 27. Qi Y., Meng H., Hou D., Chen Y. A study on software rejuvenation model of application server cluster in two-dimension state space using Markov process // *Information Technology Journal*. 2008. V. 7. N 1. P. 98–104. <https://doi.org/10.3923/itj.2008.98.104>
 28. Rahman P.A. Advanced reliability model of the fault-tolerant disk arrays with data striping and single disk redundancy // *Proc. of the International Scientific and Practical Conference*. 2017. P. 20–25.
 29. Uspenskaya N.N. Estimation of availability factor for the data storage systems based on redundant disk arrays with the backup // *Proc. of the International Scientific and Practical Conference*. 2016. P. 20–23.
 30. Рахман П.А., Шарипов М.И. Модель надежности двухузловой кластера приложений высокой готовности в системах управления предприятием // *Экономика и менеджмент систем управления*. 2015. № 3 (17). С. 85–102.
 31. Хомоненко А.Д., Благовещенская Е.А., Проурзин О.В., Андрук А.А. Прогноз надежности кластерной вычислительной системы с помощью полумарковской модели альтернирующих процессов и мониторинга // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2018. Т. 10. № 4. С. 72–82. <https://doi.org/10.24411/2409-5419-2018-10099>
 32. Terskov V., Sakash I. The reliability evaluation of local computer networks using markov model of multiple heterogeneous groups of switches // *E3s Web of Conferences*. 2024. V. 592. P. 03036.
 33. Control Systems and Workshops (ICUMT), 2020, pp. 1–6. <https://doi.org/10.1109/ICUMT51630.2020.9222433>
 34. Ji H., Park S., Yeo J., Kim Y., Lee J., Shim B. Ultra-Reliable and Low-Latency Communications in 5G Downlink: physical layer aspects. *IEEE Wireless Communications*, 2018, vol. 25, no. 3, pp. 124–130. <https://doi.org/10.1109/mwc.2018.1700294>
 35. Gurjanov A.V., Korobeynikov A.G., Zharinov I.O., Zharinov O.O. Edge, fog and cloud computing in the cyber-physical systems networks. *Ceur Workshop Proceedings*, 2021, pp. 103–108.
 36. Srivastava A., Kumar N. Queueing model based dynamic scalability for containerized cloud. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 2023, vol. 14, no. 1, pp. 465–472. <https://doi.org/10.14569/IJACSA.2023.0140150>
 37. Astakhova T.N., Verzun N.A., Kasatkin V.V., Kolbanev M.O., Shamin A.A. Sensor network connectivity models. *Informatsionno Upravliaiushchie Sistemy*, 2019, N 5 (102), P. 38–50. (in Russian). <https://doi.org/10.31799/1684-8853-2019-5-38-50>
 38. Gurov S.V., Utkin L.V. Reliability of repairable reserved systems with failure aftereffect. *Automation and Remote Control*, 2017, vol. 78, no. 1, pp. 113–124. <https://doi.org/10.1134/S000511791701009X>
 39. Bogatyrev V., Vinokurova M. Control and safety of operation of duplicated computer systems. *Communications in Computer and Information Science*, 2017, vol. 700, pp. 331–342. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66836-9_28
 40. Leontev A.S., Timoshkin M.S. Mathematical models for evaluating reliability indicators to study the probabilistic and temporal characteristics of multi-machine complexes with regard to failures. *International Research Journal*, 2023, no. 1 (127), pp. 18. (in Russian). <https://doi.org/10.23670/IRJ.2023.127.27>
 41. Kleinrock L. *Queueing Systems: Theory*. Wiley, 1974, 417 p.
 42. Bogatyrev V.A., Bogatyrev S.V., Bogatyrev A.V. Assessment of the readiness of a computer system for timely servicing of requests when combined with information recovery of memory after failures. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2023, vol. 23, no. 3, pp. 608–617. (in Russian). <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2023-23-3-608-617>
 43. Qi Y., Meng H., Hou D., Chen Y. A study on software rejuvenation model of application server cluster in two-dimension state space using Markov process. *Information Technology Journal*, 2008, vol. 7, no. 1, pp. 98–104. <https://doi.org/10.3923/itj.2008.98.104>
 44. Rahman P.A. Advanced reliability model of the fault-tolerant disk arrays with data striping and single disk redundancy. *Proc. of the International Scientific and Practical Conference*, 2017, pp. 20–25.
 45. Uspenskaya N.N. Estimation of availability factor for the data storage systems based on redundant disk arrays with the backup. *Proc. of the International Scientific and Practical Conference*, 2016, pp. 20–23.
 46. Rakhman P.A., Sharipov M.I. Reliability model of a two-node cluster of high-availability applications in enterprise management systems. *Economics and Management of Management Systems*. 2015. no. 3 (17). pp. 85–102. (in Russian)
 47. Khomonenko A.D., Blagoveshchenskaya E.A., Prourzin O.V., Andruk A.A. Forecasting the reliability of a cluster computing system using a semi-Markov model of alternating processes and monitoring. *High Technologies in Earth Space Research. H&ES Research*, 2018, vol. 10, no. 4, pp. 72–82. (in Russian). <https://doi.org/10.24411/2409-5419-2018-10099>
 48. Terskov V. Sakash I. The reliability evaluation of local computer networks using markov model of multiple heterogeneous groups of switches. *E3s Web of Conferences*, 2024. vol. 592, pp. 03036.

Авторы

Богатырев Владимир Анатольевич — доктор технических наук, профессор, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, 190000, Российская Федерация; профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, [sc 7006571069](https://orcid.org/0000-0003-0213-0223), <https://orcid.org/0000-0003-0213-0223>, vladimir.bogatyrev@gmail.com

Богатырев Станислав Владимирович — инженер-консультант, ООО «Центр разработки облачных хранилищ Ядро», Санкт-Петербург, 195027, Российская Федерация; аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, [sc 57183002200](https://orcid.org/0000-0003-0836-8515), <https://orcid.org/0000-0003-0836-8515>, realloc@gmail.com

Authors

Vladimir A. Bogatyrev — D.Sc., Professor, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation (SUAI), Saint Petersburg, 190000, Russian Federation; Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, [sc 7006571069](https://orcid.org/0000-0003-0213-0223), <https://orcid.org/0000-0003-0213-0223>, vladimir.bogatyrev@gmail.com

Stanislav V. Bogatyrev — Consulting Engineer, Yadro Cloud Storage Development Center, Saint Petersburg, 195027, Russian Federation; PhD Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, [sc 57183002200](https://orcid.org/0000-0003-0836-8515), <https://orcid.org/0000-0003-0836-8515>, realloc@gmail.com

Богатырев Анатолий Владимирович — кандидат технических наук, инженер-консультант, ООО «Центр разработки облачных хранилищ Ядро», Санкт-Петербург, 195027, Российская Федерация,  56549712700, <https://orcid.org/0000-0001-5447-7275>, gangleon@gmail.com

Anatoly V. Bogatyrev — PhD, Consulting Engineer, Yadro Cloud Storage Development Center, Saint Petersburg, 195027, Russian Federation,  56549712700, <https://orcid.org/0000-0001-5447-7275>, gangleon@gmail.com

Статья поступила в редакцию 18.01.2025
Одобрена после рецензирования 03.05.2025
Принята к печати 28.05.2025

Received 18.01.2025
Approved after reviewing 03.05.2025
Accepted 28.05.2025



Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»