

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ MODELING AND SIMULATION

doi: 10.17586/2226-1494-2025-25-5-933-942

УДК 527.62, 629.05

Решение задачи автономной навигации беспилотного летательного аппарата на основе интеграции инерциальной и оптической систем измерения

Сергей Викторович Соколов¹, Елена Григорьевна Чуб²✉

¹ Московский технический университет связи и информатики, Москва, 123423, Российская Федерация

^{1,2} Ростовский государственный экономический университет, Ростов-на-Дону, 344002, Российская Федерация

¹ s.v.s.888@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5246-841X>

² elenachub111@gmail.com✉, <https://orcid.org/0000-0002-3012-4181>

Аннотация

Введение. При построении навигационных систем беспилотных летательных аппаратов основными требованиями к ним являются автономность, точность и миниатюрность исполнения. Автономность навигации беспилотных летательных аппаратов может быть обеспечена с помощью бесплатформенной инерциальной навигационной системы, но ее недостатком является ухудшение точности решения навигационной задачи с течением времени. Для коррекции ошибок бесплатформенной инерциальной навигационной системы используется ее интеграция с различными неинерциальными навигационными системами, среди которых одной из наиболее перспективных с точки зрения выполнения перечисленных требований является система навигации по измерениям оптического потока. Но при традиционном использовании такой системы определяются только составляющие линейной и угловой скоростей беспилотных летательных аппаратов. Подобное определение скоростей является лишь частью общей задачи навигации и не позволяет решить ее в целом. Для поиска решения представлен подход, позволяющий объединить возможности бесплатформенной инерциальной навигационной системы, обеспечивающей решение задачи навигации в целом, и системы навигации по оптическому потоку, позволяющей осуществлять автономное наблюдение параметров линейного и углового движений с минимальными аппаратными затратами. **Метод.** Предложенное решение задачи автономной навигации беспилотных летательных аппаратов получено на основе сильносвязанной интеграции бесплатформенной инерциальной навигационной системы и системы навигации по оптическому потоку с использованием методов стохастической нелинейной фильтрации. Синтез навигационного алгоритма построен на формировании уравнений оцениваемого вектора навигационных параметров по инерциальным измерениям, а уравнений его наблюдателя — по измерениям оптического потока, с последующей реализацией на их основе единого навигационного фильтра, учитывающего дискретный характер используемых измерений. Для оценки полного вектора параметров движения беспилотных летательных аппаратов по измерениям интегрированной инерциально-оптической навигационной системы применен модифицированный расширенный дискретный фильтр Калмана для коррелированных шумов объекта и наблюдателя. **Основные результаты.** Апробация предложенного подхода выполнена на основе численного эксперимента, в ходе которого смоделировано пространственно-угловое движение среднескоростного беспилотного летательного аппарата с одновременным формированием зашумленных измерений параметров его движения. Уровень помех измерения выбран соответствующим уровню помех среднеточных инерциальных и оптических измерителей. Алгоритм оценивания вектора навигационных параметров беспилотного летательного аппарата реализован на основе предложенного модифицированного расширенного дискретного фильтра Калмана. Полученные значения погрешностей оценки всех параметров движения беспилотного летательного аппарата показали возможность выполнения требований к точности не только современных, но и перспективных автономных навигационных систем. **Обсуждение.** Сильносвязанная интеграция инерциальной и оптической навигационных систем по вычислительным затратам и по точности оценки параметров движения оказывается более эффективной в сравнении с традиционным методом определения только составляющих линейной и угловой скоростей объекта по параметрам оптического потока. Основными преимуществами предложенной инерциально-оптической навигационной системы являются автономность и возможность наблюдения всех параметров движения беспилотного летательного аппарата. Устойчивость и точность оценки, простота технической реализации позволяют использовать предложенное

решение для автономной помехоустойчивой навигации беспилотных летательных аппаратов самого различного назначения.

Ключевые слова

бесплатформенная инерциальная навигационная система, параметры оптического потока, инерциально-оптическая навигационная система, стохастическая фильтрация

Благодарности

Работа выполнена в рамках Госзадания № 1023080200012-3-2.3.4.

Ссылка для цитирования: Соколов С.В., Чуб Е.Г. Решение задачи автономной навигации беспилотного летательного аппарата на основе интеграции инерциальной и оптической систем измерения // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2025. Т. 25, № 5. С. 933–942. doi: 10.17586/2226-1494-2025-25-5-933-942

Solving the problem of autonomous drone navigation based on the integration of inertial and optical measurement systems

Sergey V. Sokolov¹, Elena G. Chub²✉

¹ Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, 123423, Russian Federation

^{1,2} Rostov State University of Economics, Rostov-on-Don, 344002, Russian Federation

¹ s.v.s.888@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-5246-841X>

² elenachub111@gmail.com✉, <https://orcid.org/0000-0002-3012-4181>

Abstract

When building drone navigation systems, the main requirements for them are autonomy, accuracy and miniaturization of execution. Drone navigation autonomy can be achieved using strapdown, but its disadvantage is that the accuracy of solving the navigation problem deteriorates over time. To correct strapdown errors, its integration with various non-inertial navigation systems is used, among which one of the most promising in terms of meeting the above requirements is the optical flow measurement navigation system. However, in its traditional use, only the components of the linear and angular velocities of unmanned aerial vehicles are determined. Such a determination of speeds is only part of the overall navigation task and does not allow us to solve it as a whole. In this regard, the article considers an approach that allows combining the capabilities of a free-form inertial navigation system that provides a solution to the navigation problem as a whole, and an optical flow navigation system that allows for autonomous monitoring of linear and angular motion parameters with minimal hardware costs. The proposed solution to the drones autonomous navigation problem is based on the strongly coupled integration of strapdown and an optical flow navigation system using stochastic nonlinear filtering methods. The synthesis of the navigation algorithm is based on the formation of equations of the estimated vector of navigation parameters based on inertial measurements, and the equations of its observer based on optical flow measurements, followed by the implementation of a single navigation filter based on them, taking into account the discrete nature of the measurements used. To estimate the full vector of motion parameters of drones based on measurements of the integrated inertial optical navigation system, a modified extended discrete Kalman filter was used for correlated object and observer noise. The proposed approach was tested on the basis of a numerical experiment during which the spatial and angular motion of a medium-speed drone was modeled with the simultaneous formation of noisy measurements of its motion parameters. The measurement interference level is selected according to the interference level of the medium-range inertial and optical meters. The algorithm for estimating the vector of navigation parameters of the drone is implemented based on the proposed modified extended discrete filter Kalman. The obtained error values for estimating all drone motion parameters have shown that it is possible to meet the accuracy requirements of not only modern, but also promising autonomous navigation systems. The highly coupled integration of inertial and optical navigation systems in terms of computational costs and accuracy of estimating motion parameters turns out to be more effective than the traditional method of determining only the components of the linear and angular velocities of an object based on the parameters of the optical flow. The main advantages of the proposed inertial optical navigation system are autonomy and the ability to monitor all motion parameters of an unmanned aerial vehicle. The stability and accuracy of the assessment, the simplicity of the technical implementation make it possible to use the proposed solution for autonomous noise-resistant navigation of drones for various purposes.

Keywords

strapdown, optical flow parameters, inertial-optical navigation system, stochastic filtering

Acknowledgements

The work was carried out within the framework of the State Assignment No. 1023080200012-3-2.3.4.

For citation: Sokolov S.V., Chub E.G. Solving the problem of autonomous drone navigation based on the integration of inertial and optical measurement systems. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2025, vol. 25, no. 5, pp. 933–942 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2025-25-5-933-942

Введение

Одной из основных проблем разработки навигационных систем (НС) современных беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) является одновременное

выполнение таких требований к ним как автономность, точность и миниатюрность исполнения. Традиционное использование спутниковых НС, обеспечивающих выполнение последних двух требований [1–5], оказывается, как правило, невозможным при воздействии

естественных или искусственных радиопомех повышенной интенсивности. В этом случае автономность навигации БПЛА может быть обеспечена с помощью бесплатформенной инерциальной НС (БИНС), основным недостатком которой является ухудшение точности решения навигационной задачи с течением времени. Неизбежные ошибки БИНС, в свою очередь, корректируются различными неинерциальными НС, интегрируемыми с БИНС [5–8], среди которых одной из наиболее перспективных с точки зрения перечисленных требований является НС, использующая измерения оптического потока.

Исследованию данной НС посвящено значительное количество работ [9–23]. Основной идеей всех публикаций на эту тему является поиск наименее затратных в вычислительном отношении и более точных алгоритмов определения составляющих линейной и угловой скоростей объекта по изменению интенсивности оптического потока, снимаемого видеокамерой во время движения. В большинстве работ данная задача решается путем определения соответствия характерных точек на последовательности изображений с использованием различных вероятностных [9], геометрических [10–12] и алгебраических [13, 14] методов. Более универсальным подходом является применение основного уравнения оптического потока [15–18], позволяющего определять так называемые параметры оптического потока, аналитически связанные с проекциями линейной и угловой скоростей объекта [19]. Но имеющая место некорректность задачи идентификации параметров оптического потока привела к многочисленным разработкам, привлекающим дополнительную информацию о регистрируемых изображениях, что неизбежно увеличивает и без того значительный объем вычислительных затрат [20–23]. При этом следует отметить, что определение линейной и угловой скоростей объекта (в рассматриваемом случае — БПЛА) является лишь промежуточным этапом решения общей задачи навигации — текущего позиционирования БПЛА и определения его угловой ориентации, и не позволяет решить ее в целом. В связи с этим рассмотрим подход, обеспечивающий непосредственное определение не промежуточных навигационных параметров БПЛА (проекций линейной и угловой скоростей), а искомым — координат его местоположения и углов ориентации, причем, в условиях неизбежных помех измерения.

Постановка задачи

Для решения задачи автономной навигации БПЛА актуальна разработка подходов, объединяющих как совместные возможности БИНС, обеспечивающих решение задачи навигации в целом, и систем навигации по оптическому потоку (СНОП), позволяющих наблюдать параметры линейного и углового движений с минимальными аппаратными затратами, так и методов, учитывающих влияние помех при оценке навигационных параметров БПЛА, т. е. методов современной теории стохастической фильтрации [1, 2, 6, 8, 24]. Поставленную проблему будем решать на основе интеграции традиционных БИНС и СНОП. Для возмож-

ности последующего решения используем следующие системы координат (СК) [2, 6, 8, 25]:

- приборную СК (ПСК) $J Oxyz$ с началом в центре масс БПЛА, оси которой направлены по взаимно ортогональным осям чувствительности чувствительных элементов, образующих измерительный комплекс БИНС;
 - невращающуюся инерциальную СК (ИСК) $I O\xi\eta\zeta$ с началом в центре сферы Земли, осью $O\eta$, совпадающей с вектором угловой скорости вращения Земли Ω ; осью $O\zeta$, лежащей в начальный момент времени в плоскости нулевого меридиана, и осью $O\xi$, дополняющей СК до правой;
 - сопровождающую (ССК) $S OXYZ$ с началом в центре масс БПЛА, ось OY которой лежит в плоскости местного меридиана, ось OZ направлена от центра Земли по местной вертикали, а ось OX дополняет СК до правой;
 - СК, связанную с видеокамерой (ВСК) $Ox^*y^*z^*$ (рис. 1), где $x^* = f \frac{X^*}{Z^*}$, $y^* = f \frac{Y^*}{Z^*}$ — известные координаты проекции точки сканирования P на плоскость изображения, f — фокусное расстояние; Z^* — глубина изображения (проекция точки сканирования P); V_{x^*} , V_{y^*} , V_{z^*} — проекции вектора линейной скорости центра масс БПЛА на оси ВСК; ω_{x^*} , ω_{y^*} , ω_{z^*} — проекции вектора угловой скорости БПЛА на оси ВСК. При этом оси ориентированы следующим образом: OZ^* совпадает с линией визирования видеокамеры; начало ВСК — с началом ПСК; в начальный момент времени Ox^* ВСК — с направлением оси Ox ПСК; Oy^* ВСК — с направлением оси Oy ПСК; Oz^* ВСК направлена противоположно оси Oz ПСК.
- Состав измерительного комплекса БИНС традиционный — содержит три акселерометра и три датчика угловой скорости (ДУС), оси чувствительности которых направлены по осям ПСК.

Описание предлагаемого метода

Дискретная модель БИНС. В качестве модели БИНС используем уравнения БИНС в общей нелиней-

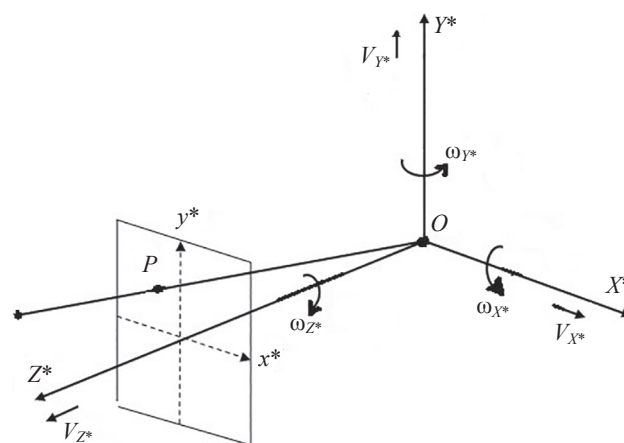


Рис. 1. Система координат, связанная с видеокамерой
Fig. 1. The coordinate system associated with the video camera

ной форме [8, 25]. Так как обработка информации в бортовых навигационных процессорах происходит в цифровом виде, рекуррентные уравнения БИНС представим в дискретной форме:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \alpha_k \\ \beta_k \\ \gamma_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \alpha_{k-1} \\ \beta_{k-1} \\ \gamma_{k-1} \end{bmatrix} + \tau \begin{bmatrix} \frac{\sin \gamma_{k-1}}{\cos \beta_{k-1}} & \frac{\cos \gamma_{k-1}}{\cos \beta_{k-1}} & 0 \\ \cos \gamma_{k-1} & -\sin \gamma_{k-1} & 0 \\ \sin \gamma_{k-1} \operatorname{tg} \beta_{k-1} & \cos \gamma_{k-1} \operatorname{tg} \beta_{k-1} & 1 \end{bmatrix} \times \\ &\quad \times (\mathbf{Z}_{d_k} - \mathbf{W}_{d_k}), \\ \begin{bmatrix} \lambda_k \\ \varphi_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \lambda_{k-1} \\ \varphi_{k-1} \end{bmatrix} + \tau \begin{bmatrix} (\cos \varphi_{k-1})^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{X_{k-1}} \\ V_{Y_{k-1}} \end{bmatrix} (r + h_{k-1})^{-1}, \\ h_k &= h_{k-1} + \tau V_{Z_{k-1}}, \\ \begin{bmatrix} V_{X_k} \\ V_{Y_k} \\ V_{Z_k} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V_{X_{k-1}} \\ V_{Y_{k-1}} \\ V_{Z_{k-1}} \end{bmatrix} + \tau \left\{ \mathbf{C}^T(\alpha_{k-1}, \beta_{k-1}, \gamma_{k-1}, \lambda_{k-1}, \varphi_{k-1}) \times \right. \\ &\quad \times \mathbf{Z}_{a_k} + \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \Omega \cos \varphi_{k-1} \\ \Omega \sin \varphi_{k-1} \end{bmatrix} + (r + h_{k-1})^{-1} \begin{bmatrix} -V_{Y_{k-1}} \\ V_{X_{k-1}} \\ V_{X_{k-1}} \operatorname{tg} \varphi_{k-1} \end{bmatrix} \right) \times \\ &\quad \times \begin{bmatrix} V_{X_{k-1}} \\ V_{Y_{k-1}} \\ V_{Z_{k-1}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -\Omega^2 (r + h_{k-1}) \cos \varphi_{k-1} \sin \varphi_{k-1} \\ \Omega^2 (r + h_{k-1}) \cos^2 \varphi_{k-1} + g \end{bmatrix} - \\ &\quad \left. - \mathbf{C}^T(\alpha_{k-1}, \beta_{k-1}, \gamma_{k-1}, \lambda_{k-1}, \varphi_{k-1}) \mathbf{W}_{a_k} \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

где τ — временной шаг; $\alpha_k, \beta_k, \gamma_k$ — углы Эйлера-Крылова, определяющие ориентацию ПСК относительно ИСК на k -ом шаге; \mathbf{Z}_{d_k} — вектор измерений трех ортогональных ДУС на k -ом шаге; \mathbf{W}_{d_k} — вектор помех измерения ДУС на k -ом шаге, аппроксимируемый в дальнейшем центрированной гауссовской последовательностью с матрицей дисперсий \mathbf{D}_{d_k} ; λ_k — долгота; φ_k — широта центра масс БПЛА на k -ом шаге; $|V_{X_k} \ V_{Y_k} \ V_{Z_k}|^T$ — вектор скорости БПЛА относительно Земли на k -ом шаге; r — радиус Земли; h_k — высота БПЛА на k -ом шаге; Ω — скорость вращения Земли; g — гравитационное ускорение; \mathbf{Z}_{a_k} — вектор выходных сигналов акселерометров на k -ом шаге; \mathbf{W}_{a_k} — вектор помех акселерометров на k -ом шаге, аппроксимируемый центрированной гауссовской последовательностью с матрицей дисперсий \mathbf{D}_{a_k} ; $\mathbf{C}(\alpha_{k-1}, \beta_{k-1}, \gamma_{k-1}, \lambda_{k-1}, \varphi_{k-1}) = \mathbf{D}(\alpha_{k-1}, \beta_{k-1}, \gamma_{k-1}) \times \mathbf{B}^T(\lambda_{k-1}, \varphi_{k-1})$ — матрица поворота 2-го рода [25] ПСК относительно ССК, матрицы поворота: $\mathbf{D}(\alpha_{k-1}, \beta_{k-1}, \gamma_{k-1})$ — ПСК относительно ИСК, $\mathbf{B}(\lambda_{k-1}, \varphi_{k-1})$ — ССК относительно ИСК [8].

В векторной форме уравнения (1), полученные при самых общих предположениях о траектории движения БПЛА и стохастическом характере помех чувствительных элементов БИНС, можно представить как:

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{F}(\mathbf{Y}_{k-1}, k-1) + \mathbf{F}_1(\mathbf{Y}_{k-1}, k-1) \mathbf{W}_{Y_k}, \quad (2)$$

где $\mathbf{Y}_k = |\alpha_k \ \beta_k \ \gamma_k \ \lambda_k \ \varphi_k \ V_{X_k} \ V_{Y_k} \ V_{Z_k} \ h_k|^T$, $\mathbf{Y}(0) = \mathbf{Y}_0$, $\mathbf{W}_{Y_k} = |W_{d_k}^T \ W_{a_k}^T|^T$, $\mathbf{F}(\mathbf{Y}_{k-1}, k-1)$ — вектор-функция,

определяющая регулярную составляющую вектора состояния БИНС; $\mathbf{F}_1(\mathbf{Y}_{k-1}, k-1)$ — матрица, определяющая влияние помех измерения на динамику вектора состояния БИНС.

Полученная модель (2) является полной дискретной стохастической моделью БИНС, обеспечивающей возможность ее использования при построении интегрированной НС в качестве модели вектора навигационных параметров. Необходимость интеграции обусловлена тем обстоятельством, что измерения *всех* чувствительных элементов БИНС уже использованы при описании динамики полного вектора навигационных параметров в уравнении (2). А для оценки этих параметров с применением методов стохастической фильтрации обязательно наличие наблюдателя вектора состояния системы, т. е. дополнительных измерений, несущих информацию обо всех оцениваемых переменных модели (2). В качестве такого наблюдателя параметров движения БПЛА рассмотрим СНОП, обладающую такими преимуществами как конструктивная простота и автономность.

Модель СНОП. В современных СНОП используются различные методы оценки параметров движения объекта путем обработки информации, содержащейся в изменении интенсивности, цветовой гаммы, контраста отраженного светового излучения [15, 17, 20]. Одним из основных подходов к оценке параметров движения является вычисление поля скоростей оптического потока по монокулярным изображениям [10–23]. На сегодняшний день эта задача решается в детерминированной постановке [16–23]: непосредственным вычислением вектора оптического потока из так называемого основного уравнения оптического потока с последующим определением параметров движения путем решения соответствующей системы уравнений.

Под оптическим потоком здесь понимается его классическое определение как изображения видимого движения объектов, поверхностей или краев сцены, получаемого в результате перемещения наблюдателя (в частности, камеры) относительно сцены. Или, формализуя данное определение: если $I_0(x, y)$ — первый кадр видео (функция интенсивности от координаты точки на изображении), а $I_1(x, y)$ — второй кадр, содержащий те же самые точки, только смещенные (интенсивность сохранена, края изображения не рассматриваются), то векторное поле $V(x, y) = (u(x, y), v(x, y))$: $I_1(x, y) = I_0(x + u, y + v) \ \forall (x, y)$ и есть оптический поток. Главная особенность компонентов $u(x, y), v(x, y)$ векторного поля $V(x, y)$ («параметров оптического потока») — наличие аналитической зависимости от линейной и угловой скоростей движения объекта, вычисляемых по этим параметрам, в связи с чем задача их оценки с высокой точностью, причем, в условиях неизбежных помех видеосъемки, является одной из основных в теории и практике технического зрения.

Исходным уравнением для определения параметров оптического потока $u(x, y), v(x, y)$ является основное уравнение оптического потока [15–19]:

$$\frac{\partial I}{\partial t} + u \frac{\partial I}{\partial x} + v \frac{\partial I}{\partial y} = 0,$$

где u, v — компоненты скорости яркостной картины соответственно в направлениях x и y , взятые в точке сканирования P ; $\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t}$, $\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial x}$, $\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial y}$ — частные производные функции яркости наблюдаемой поверхности, которые оцениваются непосредственно из изображения.

Здесь важно отметить, что использование детерминированного подхода в описании движения объекта при приближенном решении уравнения оптического потока позволяет вычислить лишь *масштабированные* линейную и угловую скорости, а также, что более существенно, не обеспечивает принципиальной возможности формирования точного решения в связи с неизбежной зашумленностью реальных изображений и методической погрешностью подхода [10–23]. В связи с этим рассмотрим иной подход к оценке навигационных параметров БПЛА — на основе интегрирования СНОП с БИНС и использования измерений СНОП в качестве вектора наблюдений навигационных параметров, описываемых уравнением БИНС (2), с последующим применением аппарата теории стохастической фильтрации.

Для построения модели наблюдателя вектора навигационных параметров, формируемых СНОП, применим уравнения, связывающие значения вектора оптического потока с параметрами движения БПЛА [16–23], которые в ВСК имеют вид:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} u \\ v \end{vmatrix} = \\ & \begin{vmatrix} f \left(-\frac{V_{x^*}}{Z^*} - \omega_{y^*} + \omega_{z^*} y^* \right) - f x^* \left(-\frac{V_{z^*}}{Z^*} - \omega_{x^*} y^* + \omega_{y^*} x^* \right) \\ f \left(-\frac{V_{y^*}}{Z^*} - \omega_{z^*} x^* + \omega_{x^*} \right) - f y^* \left(-\frac{V_{z^*}}{Z^*} - \omega_{x^*} y^* + \omega_{y^*} x^* \right) \end{vmatrix} = \\ & = \frac{f}{Z^*} \begin{vmatrix} -1 & 0 & x^* \\ 0 & -1 & y^* \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_{x^*} \\ V_{y^*} \\ V_{z^*} \end{vmatrix} + f \begin{vmatrix} y^* x^* & -(x^{*2} + 1) & y^* \\ (y^{*2} + 1) & -y^* x^* & -x^* \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \omega_{x^*} \\ \omega_{y^*} \\ \omega_{z^*} \end{vmatrix}, \end{aligned}$$

где u, v — параметры оптического потока.

Предположим, что при использовании СНОП оптическая информация снимается с поверхности Земли (линия визирования видеокамеры в невозмущенном состоянии направлена к центру Земли).

В этом случае в проекциях на оси ПСК уравнения вектора оптического потока примут вид:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} u \\ v \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} f \left(\frac{V_y}{Z} - \omega_x + \omega_z x \right) + f y \left(-\frac{V_z}{Z} + \omega_y x - \omega_x y \right) \\ f \left(\frac{V_x}{Z} - \omega_z y + \omega_y \right) + f x \left(-\frac{V_z}{Z} + \omega_y x - \omega_x y \right) \end{vmatrix} = \\ & = \frac{f}{Z} \begin{vmatrix} 0 & 1 & -y \\ 1 & 0 & -x \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{vmatrix} + f \begin{vmatrix} -(y^2 + 1) & yx & x \\ -yx & x^2 + 1 & -y \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{vmatrix}, \end{aligned}$$

где x, y — известные координаты проекции точки сканирования P на плоскость изображения; $Z = Z(x, y)$ —

глубина точки сканирования P ; V_x, V_y, V_z — проекции вектора линейной скорости центра масс БПЛА на оси ПСК; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — проекции вектора угловой скорости БПЛА на оси ПСК.

Для возможности использования полученных уравнений в качестве уравнений наблюдателя вектора \mathbf{Y}_k представим входящие в них переменные в дискретной форме в ССК.

В случае невозмущенного движения видеокамеры при сканировании подстилающей поверхности глубина изображения точки сканирования P определяется как $Z_k(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + h_k^2}$, следовательно, в общем случае — при вращении приборного трехгранника (т. е. видеокамеры), глубина изображения трансформируется следующим образом: $Z_k(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + \frac{h_k^2}{c_{33}^2(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k)}}$, где $c_{33}(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k)$ — соответствующий элемент матрицы $\mathbf{C}(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k)$. В свою очередь, векторы линейной и угловой скоростей (с учетом угловой скорости вращения Земли, а также вращения сопровождающего трехгранника за счет движения центра масс объекта) в ПСК можно представить как:

$$\begin{aligned} & |V_{x_k} \ V_{y_k} \ V_{z_k}|^T = \mathbf{C}(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k) |V_{x_k} \ V_{y_k} \ V_{z_k}|^T, \\ & |\omega_{x_k} \ \omega_{y_k} \ \omega_{z_k}|^T = \mathbf{Z}_{d_k} - \mathbf{C}(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k) \times \\ & \times \left\{ \begin{vmatrix} 0 \\ \Omega \cos \varphi_k \\ \Omega \sin \varphi_k \end{vmatrix} + \tau(r + h_k)^{-1} \begin{vmatrix} V_{Y_k} \\ V_{X_k} (\cos \varphi_k)^{-1} \\ 0 \end{vmatrix} \right\} - \mathbf{W}_{d_k} \end{aligned}$$

при этом вектор $(\mathbf{Z}_{d_k} - \mathbf{W}_{d_k})$ (вектор угловой скорости в ИСК) для улучшения наблюдаемости параметров углового движения может быть выражен из уравнений (1) через углы Эйлера–Крылова следующим образом:

$$\mathbf{Z}_{d_k} - \mathbf{W}_{d_k} = \tau^{-1} \Phi^{-1}(\beta_{k-1}, \gamma_{k-1}) \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} \alpha_k \\ \beta_k \\ \gamma_k \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \alpha_{k-1} \\ \beta_{k-1} \\ \gamma_{k-1} \end{vmatrix} \end{pmatrix},$$

$$\Phi^{-1}(\beta_{k-1}, \gamma_{k-1}) = \begin{vmatrix} \sin \gamma_{k-1} \cos \beta_{k-1} & \cos \gamma_{k-1} & 0 \\ \cos \gamma_{k-1} \cos \beta_{k-1} & -\sin \gamma_{k-1} & 0 \\ -\sin \beta_{k-1} & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

где Φ^{-1} — матрица, обратная матрице Φ .

Тогда окончательно уравнение вектора оптического потока в функции оцениваемого навигационного вектора \mathbf{Y}_k примет вид:

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} u_k \\ v_k \end{vmatrix} = f \left(x^2 + y^2 + \frac{h_k^2}{c_{33}^2(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k)} \right)^{-1/2} \begin{vmatrix} 0 & 1 & -y \\ 1 & 0 & -x \end{vmatrix} \times \\ & \times \mathbf{C}(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k) \begin{vmatrix} V_{X_k} \\ V_{Y_k} \\ V_{Z_k} \end{vmatrix} + \\ & + f \begin{vmatrix} -(y^2 + 1) & yx & x \\ -yx & x^2 + 1 & -y \end{vmatrix} \left\{ \tau^{-1} \Phi^{-1}(\beta_{k-1}, \gamma_{k-1}) \times \right. \end{aligned}$$

$$\times \left(\begin{bmatrix} \alpha_k \\ \beta_k \\ \gamma_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha_{k-1} \\ \beta_{k-1} \\ \gamma_{k-1} \end{bmatrix} \right) - \mathbf{C}(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k) \times \\ \times \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \Omega \cos \varphi_k \\ \Omega \sin \varphi_k \end{bmatrix} + \tau(r + h_k)^{-1} \begin{bmatrix} V_{Y_k} \\ V_{X_k}(\cos \varphi_k)^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \right) \Bigg\}.$$

В работах [10–15, 20–23] отмечено, что в реальной СНОП компоненты вектора оптического потока u_k, v_k в каждой точке сканирования измеряются с неизбежными погрешностями W_{u_k}, W_{v_k} . В этом случае измеряемый в точке P на k -ом шаге вектор оптического потока $\mathbf{Z}_{СНОП_k}$ имеет вид:

$$\mathbf{Z}_{СНОП_k} = \begin{bmatrix} u_k \\ v_k \end{bmatrix} = f \left(x^2 + y^2 + \frac{h_k^2}{c_{33}^2(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k)} \right)^{-1/2} \times \\ \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & -y \\ 1 & 0 & -x \end{bmatrix} \mathbf{C}(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k) \begin{bmatrix} V_{X_k} \\ V_{Y_k} \\ V_{Z_k} \end{bmatrix} + \\ + f \begin{bmatrix} -(y^2 + 1) & yx & x \\ -yx & x^2 + 1 & -y \end{bmatrix} \left\{ \tau^{-1} \Phi^{-1}(\beta_{k-1}, \gamma_{k-1}) \times \right. \\ \times \left(\begin{bmatrix} \alpha_k \\ \beta_k \\ \gamma_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha_{k-1} \\ \beta_{k-1} \\ \gamma_{k-1} \end{bmatrix} \right) - \mathbf{C}(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k) \times \\ \times \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \Omega \cos \varphi_k \\ \Omega \sin \varphi_k \end{bmatrix} + \tau(r + h_k)^{-1} \begin{bmatrix} V_{Y_k} \\ V_{X_k}(\cos \varphi_k)^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \right) \Bigg\} + \begin{bmatrix} W_{u_k} \\ W_{v_k} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Так как в общем случае вероятностные распределения погрешностей W_{u_k}, W_{v_k} не определены, то для возможности применения методов нелинейной фильтрации используем усреднение сигналов наблюдения $\mathbf{Z}_{СНОП_{ik}}$ (3), полученных во всех i -х точках (x_i, y_i) сканирования:

$$\mathbf{Z}_{H_k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{Z}_{СНОП_{ik}} = \frac{f}{N} \times \\ \times \sum_{i=1}^N \left(x_i^2 + y_i^2 + \frac{h_k^2}{c_{33}^2(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k)} \right)^{-1/2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -y_i \\ 1 & 0 & -x_i \end{bmatrix} \times \\ \times \mathbf{C}(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k) \begin{bmatrix} V_{X_k} \\ V_{Y_k} \\ V_{Z_k} \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} -(y^2 + 1) & yx_i & x_i \\ -yx_i & x_i^2 + 1 & -y_i \end{bmatrix} \left\{ \tau^{-1} \Phi^{-1}(\beta_{k-1}, \gamma_{k-1}) \times \right. \\ \times \left(\begin{bmatrix} \alpha_k \\ \beta_k \\ \gamma_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha_{k-1} \\ \beta_{k-1} \\ \gamma_{k-1} \end{bmatrix} \right) - \mathbf{C}(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k) \times$$

$$\times \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \Omega \cos \varphi_k \\ \Omega \sin \varphi_k \end{bmatrix} + \tau(r + h_k)^{-1} \begin{bmatrix} V_{Y_k} \\ V_{X_k}(\cos \varphi_k)^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \right) \Bigg\} + \\ + \begin{bmatrix} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_{ui_k} \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_{vi_k} \end{bmatrix}.$$

Так как помехи параметров оптического потока равномоны для каждой точки сканирования, то в силу центральной предельной теоремы распределение шумов

$$W_{u^*k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_{ui_k}, \quad W_{v^*k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_{vi_k}$$

в новом наблюдателе (4) уже при $N \geq 3$ будет близко к гауссовскому, постоянно приближаясь к нему еще более с ростом N [24]. Это дает основание аппроксимировать помехи W_{u^*k}, W_{v^*k} центрированными гауссовскими последовательностями с дисперсиями D_{u^*k}, D_{v^*k} соответственно. Помимо этого, при окончательном формировании наблюдателя текущих параметров движения (на k -ом шаге) произведем аппроксимацию углов $\alpha_{k-1}, \beta_{k-1}, \gamma_{k-1}$ их оценкой: $\hat{\alpha}_{k-1}, \hat{\beta}_{k-1}, \hat{\gamma}_{k-1}$. В итоге искомый наблюдатель вектора навигационных параметров, обеспечивающий возможность применения существующих методов нелинейной фильтрации [24], запишем в виде:

$$\mathbf{Z}_{H_k} = \mathbf{A}_1(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k, h_k) \mathbf{C}(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k) \times \\ \times \begin{bmatrix} V_{X_k} \\ V_{Y_k} \\ V_{Z_k} \end{bmatrix} + \mathbf{A}_2 \left\{ \tau^{-1} \Phi^{-1}(\hat{\beta}_{k-1}, \hat{\gamma}_{k-1}) \times \right. \\ \times \left(\begin{bmatrix} \alpha_k \\ \beta_k \\ \gamma_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_{k-1} \\ \hat{\beta}_{k-1} \\ \hat{\gamma}_{k-1} \end{bmatrix} \right) - \mathbf{C}(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k) \times \\ \times \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \Omega \cos \varphi_k \\ \Omega \sin \varphi_k \end{bmatrix} + \tau(r + h_k)^{-1} \begin{bmatrix} V_{Y_k} \\ V_{X_k}(\cos \varphi_k)^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \right) \Bigg\} + \begin{bmatrix} W_{u^*k} \\ W_{v^*k} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_1(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k, h_k) = \frac{f}{N} \times \\ \times \sum_{i=1}^N \left(x_i^2 + y_i^2 + \frac{h_k^2}{c_{33}^2(\alpha_k, \beta_k, \gamma_k, \lambda_k, \varphi_k)} \right)^{-1/2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -y_i \\ 1 & 0 & -x_i \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_2 = \frac{f}{N} \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} -(y_i^2 + 1) & y_i x_i & x_i \\ -y_i x_i & x_i^2 + 1 & -y_i \end{bmatrix},$$

или в общем виде:

$$\mathbf{Z}_{H_k} = \mathbf{H}_k(\mathbf{Y}_k, k-1) + \mathbf{W}_{H_k}, \quad \mathbf{W}_{H_k} = [W_{u_k} \ W_{v_k}]^T. \quad (5)$$

Важной особенностью полученного наблюдателя (5) является явная зависимость его информационной части от *всех* компонентов вектора \mathbf{Y}_k , что положительно влияет на сходимость и точность процесса фильтрации.

Уравнения оценки навигационных параметров в интегрированной НС. Полученные уравнения (2) и (5) в классическом виде «объект-наблюдатель» позволяют

окончательно решить поставленную задачу нелинейной фильтрации вектора \mathbf{Y}_k на основе формирования расширенного дискретного фильтра Калмана, использование которого, во-первых, потенциально обеспечивает минимум среднеквадратической ошибки оценки вектора навигационных параметров, а во-вторых, позволяет достичь необходимого компромисса между требуемой точностью и объемом вычислительных затрат, реализуемым в бортовых вычислителях [24]:

$$\hat{\mathbf{Y}}_k = \mathbf{F}(\hat{\mathbf{Y}}_{k-1}, k-1) + \mathbf{K}_k(\mathbf{Z}_{\mathbf{H}_k} - \mathbf{H}_k[\mathbf{F}(\hat{\mathbf{Y}}_{k-1}, k-1)]), \quad (6)$$

где $\hat{\mathbf{Y}}_k$ — оценка вектора состояния системы в k -й момент времени; $\mathbf{F}(\hat{\mathbf{Y}}_{k-1}, k-1)$ и $\mathbf{H}_k[\mathbf{F}(\hat{\mathbf{Y}}_{k-1}, k-1)]$ — экстраполированные оценки векторов состояния и наблюдений; \mathbf{K}_k — коэффициент усиления фильтра:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{h}_k^T (\mathbf{h}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{h}_k^T + \mathbf{D}_{\mathbf{H}_k})^{-1},$$

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \Phi_k \mathbf{P}_{k-1} \Phi_k^T + \mathbf{D}_{\mathbf{Y}_k}, \quad \mathbf{P}_k = (\mathbf{E} - \mathbf{K}_k \mathbf{h}_k) \mathbf{P}_{k/k-1},$$

где $\mathbf{h}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{H}_k(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}=\mathbf{F}(\hat{\mathbf{Y}}_{k-1}, k-1)}$, $\Phi_k = \left. \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}=\hat{\mathbf{Y}}_{k-1}}$; $\mathbf{P}_{k/k-1}$ — экстраполированная ковариационная матрица; \mathbf{P}_k — ковариационная матрица в k -й момент времени; \mathbf{E} — единичная матрица,

$$\mathbf{D}_{\mathbf{Y}_k} = \mathbf{F}_1(\hat{\mathbf{Y}}_{k-1}, k-1) \begin{bmatrix} D_d & 0 \\ 0 & D_a \end{bmatrix} \mathbf{F}_1^T(\hat{\mathbf{Y}}_{k-1}, k-1), \quad \mathbf{D}_{\mathbf{H}_k} = \begin{bmatrix} D_{uk} & 0 \\ 0 & D_{vk} \end{bmatrix}.$$

Как правило, применение расширенного дискретного фильтра Калмана (6) обеспечивает требуемый ком-

промисс по критерию «точность — вычислительные затраты» при реализации как в вычислителях общего назначения, так и в специализированных бортовых вычислителях. Для иллюстрации эффективности предложенного подхода был проведен следующий численный эксперимент.

Численный эксперимент

Рассматривалось движение БПЛА со следующими параметрами линейного и углового движений в ПСК:

$$V_x = 23 + 2,7 \cos(0,18t), \quad V_y = 14 + \sin(0,2t),$$

$$V_z = 0,12 \cos(10^{-2}t) \text{ (м/с)},$$

$$\omega_x = 0,2 \cos(0,02t), \quad \omega_y = 0,23 \sin(0,04t),$$

$$\omega_z = 0,02 \cos(0,01t) \text{ (}^\circ/\text{с)}$$

на временном интервале $[0, 1000]$ с из точки с координатами $\lambda_0 = \frac{\pi}{6}$ рад, $\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$ рад, $h_0 = 80$ м.

Измерения ДУС моделировались путем аддитивного наложения векторной гауссовской последовательности \mathbf{W}_d с нулевым средним и матрицей дисперсий $\mathbf{D}_d = 10^{-8} \mathbf{E}_3$ (рад/с)², \mathbf{E}_3 — единичная матрица размерности 3, на вектор проекций угловой скорости в ИСК, определяемый как $\mathbf{D}^T(\alpha_{k-1}, \beta_{k-1}, \gamma_{k-1})|\omega_{x_k}, \omega_{y_k}, \omega_{z_k}|^T$. Моделирование измерений СНОП осуществлялось в соответствии с алгоритмом усреднения (7) при $f = 25$ мм для 100 пикселей (x_i, y_i) в координатной сетке $\{x: [0; 5], y: [0; 5]\}$ с шагом 0,5 и использованием в качестве по-

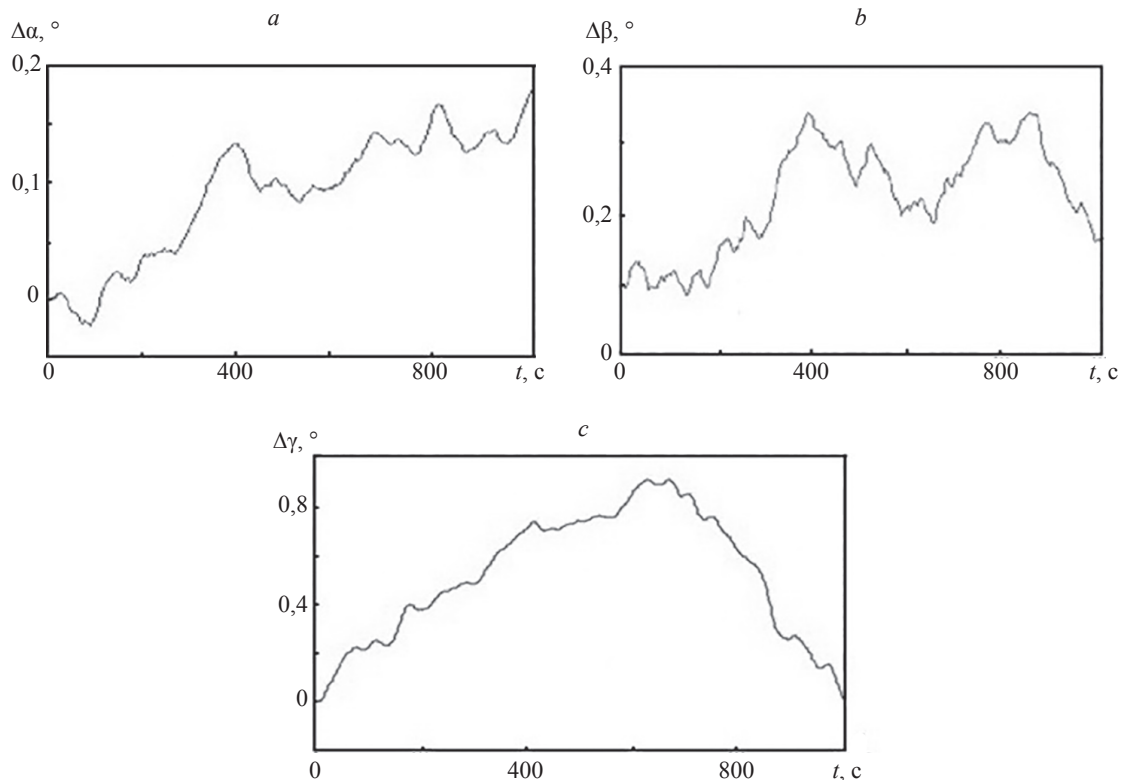


Рис. 2. Усредненные оценки погрешностей углов α (a), β (b) и γ (c)

Fig. 2. Average estimates of angles errors α (a), β (b), and γ (c)

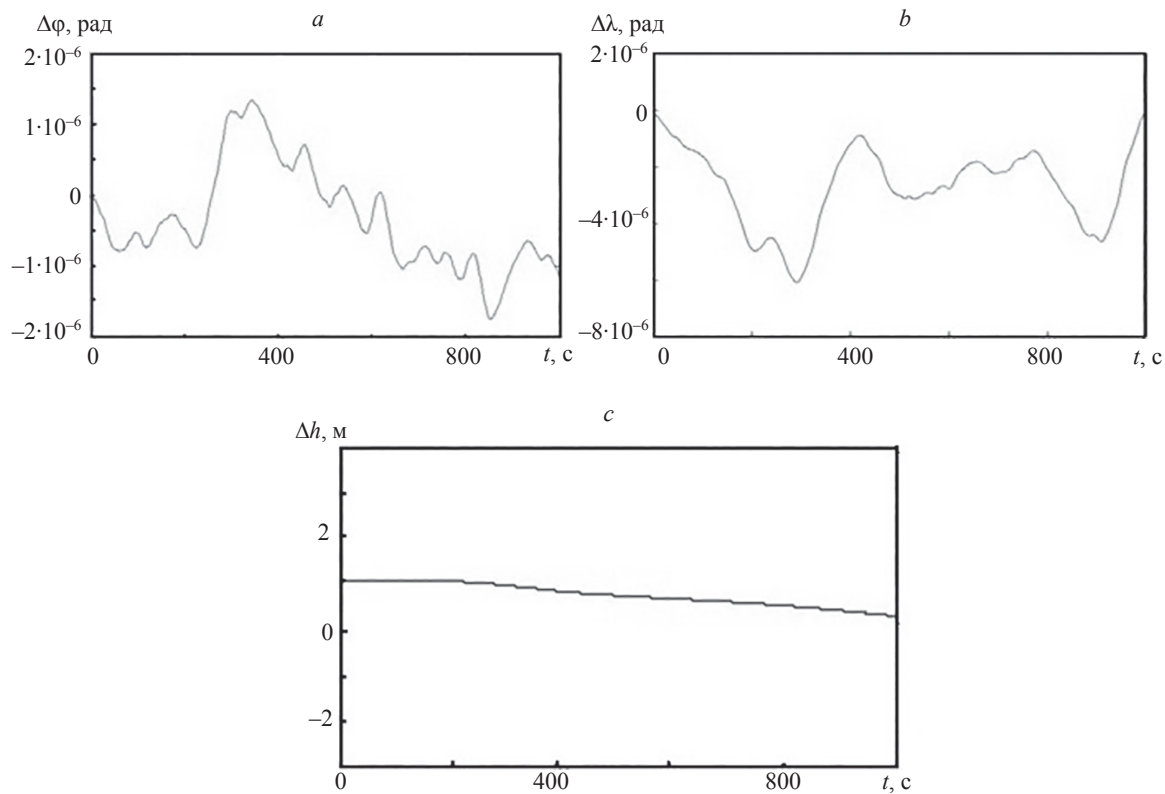


Рис. 3. Усредненные оценки погрешностей широты (a), долготы (b) и высоты (c) беспилотного летательного аппарата

Fig. 3. Average estimates of drone latitude (a), longitude (b), and height (c) errors

мех измерения W_u , W_v гауссовских последовательностей с нулевыми средними и дисперсиями $(D_u, D_v) = (2,2 \cdot 10^{-4})^2$ (м/с)². По полученным измерениям СНОП был реализован алгоритм расширенного дискретного фильтра Калмана (9) с шагом 0,01 с.

Навигационные параметры БПЛА оценивались для 15 траекторий с последующим усреднением погрешностей оценивания всех параметров по множеству.

На рис. 2 представлены графики усредненных погрешностей оценок углов α , β , γ , определяющих ориентацию ПСК относительно ИСК, на рис. 3 — графики усредненных погрешностей оценок широты, долготы и высоты БПЛА.

Анализ приведенных значений погрешностей оценивания углов ориентации и координат БПЛА позволяет сделать выводы об устойчивости процесса их оценивания и удовлетворении диапазонов изменения значений погрешностей оценок требованиям, предъявляемым не только к современным, но и перспективным автономным НС БПЛА.

В результате получено, что среднее значение погрешности оценки угла α не превысило на *всем* интервале моделирования $0,2^\circ$, а в конце интервала моделирования — $0,18^\circ$, для угла β — $0,35^\circ$ (в конце — $0,2^\circ$), для угла γ — $0,9^\circ$ (в конце — $0,1^\circ$); по широте средняя абсолютная погрешность оценки не превысила $1,8 \cdot 10^{-6}$ рад (12 м), а в конце интервала моделирования — $1,1 \cdot 10^{-6}$ рад (7 м), по долготе — $6 \cdot 10^{-6}$ рад

(в конце — 18 м) ($0,5 \cdot 10^{-6}$ рад (1,5 м)), по высоте — 1 м (в конце — 0,5 м).

Заключение

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что использование системы навигации по оптическому потоку в качестве наблюдателя параметров движения беспилотного летательного аппарата при комплексировании с бесплатформенной инерциальной навигационной системой оказывается более эффективным по сравнению с непосредственным определением по параметрам оптического потока только составляющих линейной и угловой скоростей — как по вычислительным затратам, так и по точности оценки вектора навигационных параметров беспилотного летательного аппарата [9–23]. В целом, преимущественными особенностями рассмотренной инерциально-оптической навигационной системы являются ее автономность, невысокая размерность наблюдателя (равная 2), а также возможность наблюдения всех параметров движения беспилотного летательного аппарата, что обеспечивает устойчивость и точность оценки его навигационных параметров.

Простота технической реализации данной системы позволяет использовать ее для навигации беспилотных летательных аппаратов самого различного назначения.

Литература

1. Веремеенко К.К., Желтов С.Ю., Ким Н.В. Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов. М.: Физматлит, 2009. 552 с.
2. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.
3. Shaheen E.M. Mathematical analysis for the GPS carrier tracking loop phase jitter in presence of different types of interference signals // *Gyroscopy and Navigation*. 2018. V. 9. N 4. P. 267–276. <https://doi.org/10.1134/s2075108718040077>
4. Bhatti J., Humphreys T.E. Hostile control of ships via false GPS signals: demonstration and detection // *Navigation*. 2017. V. 64. N 1. P. 51–66. <https://doi.org/10.1002/navi.183>
5. Синютин С.А., Соколов С.В. Решение задачи тесной интеграции инерциально-спутниковых навигационных систем, комплексированных с одометром // *Инженерный вестник Дона*. 2014. №4-1 (31). С 74.
6. Емельянцева Г.И., Степанов А.П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации. СПб.: Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. 394 с.
7. Анушин Н.О., Емельянцева Г.И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов. СПб.: ГИЦ РФ — ЦНИИ «Электроприбор», 1999. 356 с.
8. Розенберг И.Н., Соколов С.В., Уманский В.И., Погорелов В.А. Теоретические основы тесной интеграции инерциально-спутниковых навигационных систем. М.: Физматлит, 2018. 305 с.
9. Степовой А.В. Методы оценивания вероятности наведения ЛА с пассивным оптико-электронным прибором // *Известия высших учебных заведений. Приборостроение*. 1999. Т. 42. № 2. С. 40–44.
10. Kitt B., Geiger A., Lategahn H. Visual odometry based on stereo image sequences with RANSAC-based outlier rejection scheme // *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*. 2010. P. 486–492. <https://doi.org/10.1109/ivs.2010.5548123>
11. Bruss A.R., Horn B.K.P. Passive navigation // *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*. 1983. V. 21. N 1. P. 3–20. [https://doi.org/10.1016/s0734-189x\(83\)80026-7](https://doi.org/10.1016/s0734-189x(83)80026-7)
12. Geiger A., Lenz P., Stiller C., Urtasun R. Vision meets robotics: The KITTI Dataset // *The International Journal of Robotics Research*. 2013. V. 32. N 11. P. 1231–1237. <https://doi.org/10.1177/0278364913491297>
13. Raudies F., Neumann H. A review and evaluation of methods estimating ego-motion // *Computer Vision and Image Understanding*. 2012. V. 116. N 5. P. 606–633. <https://doi.org/10.1016/j.cviu.2011.04.004>
14. Zhang T., Tomasi C. On the consistency of instantaneous rigid motion estimation // *International Journal of Computer Vision*. 2002. V. 46. N 1. P. 51–79. <https://doi.org/10.1023/a:1013248231976>
15. Хорн Б.К.П. Зрение роботов. М.: Мир, 1989. 487 с.
16. Пономарев Е.С., Григорьев А.С. Алгоритмы вычисления оптического потока в задаче определения собственного движения. // Сборник трудов 39-й междисциплинарной школы-конференции ИППИ РАН «Информационные технологии и системы 2015». Сочи: Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича РАН. 2015. С. 457–470.
17. Baker S., Roth S., Scharstein D., Black M.J., Lewis J.P., Szeliski R. A database and evaluation methodology for optical flow // *Proc. of the IEEE 11th International Conference on Computer Vision*. 2007. P. 1–8. <https://doi.org/10.1109/iccvc.2007.4408903>
18. Fleet D.J., Weiss Y. Optical flow estimation // *Handbook of Mathematical Models in Computer Vision*. 2006. P. 237–257. https://doi.org/10.1007/0-387-28831-7_15
19. Sokolov S.V., Shvidchenko S.A., Reshetnikova I.V., Vavilova E.V. Effective estimation of motion parameters of mobile robotic complexes based on information processing of technical vision systems // *Proc. of the Systems of signals generating and processing in the field of on board communications*. 2025. P. 1–4. <https://doi.org/10.1109/ieeeeconf64229.2025.10948069>
20. Kanatani K. 3-D Interpretation of optical flow by renormalization // *International Journal of Computer Vision*. 1993. V. 11. N 3. P. 267–282. <https://doi.org/10.1007/BF01469345>
21. Mirabdollah H., Mertsching B. On the Second Order Statistics of Essential Matrix Elements // *Lecture Notes in Computer Science*. 2014. V. 8753. P. 547–557. https://doi.org/10.1007/978-3-319-11752-2_45

References

1. Veremeenko K.K., Zheltov S.Iu., Kim N.V. *Modern Information Technologies in the Tasks of Navigation and Guidance of Unmanned Aerial Vehicles*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2009, 552 p. (in Russian)
2. Perov A.I., Kharisov V.N. (ed.) *GLONASS: Design Concepts and Principles of Operation*. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2010, 800 p. (in Russian)
3. Shaheen E.M. Mathematical analysis for the GPS carrier tracking loop phase jitter in presence of different types of interference signals. *Gyroscopy and Navigation*, 2018, vol. 9, no. 4, pp. 267–276. <https://doi.org/10.1134/s2075108718040077>
4. Bhatti J., Humphreys T.E. Hostile control of ships via false GPS signals: demonstration and detection. *Navigation*, 2017, vol. 64, no. 1, pp. 51–66. <https://doi.org/10.1002/navi.183>
5. Siniutin S.A., Sokolov S.V. Solution of the problem of close integration of inertial-satellite navigation systems, complexed with odometer. *Engineering Journal of Don*, 2014, no. 4-1 (31), pp 74. (in Russian)
6. Emeliantsev G.I., Stepanov A.P. *Integrated Inertial-Satellite Systems of Orientation and Navigation*. St. Petersburg, Concern CSRI Elektropribor, 2016, 394 p. (in Russian)
7. Anuchin N.O., Emeliantsev G.I. *Integrated Systems of Orientation and Navigation for Marine Moving Objects*. St. Petersburg, Concern CSRI Elektropribor, 1999, 356 p. (in Russian)
8. Rozenberg I.N., Sokolov S.V., Umanskii V.I., Pogorelov V.A. *Theoretical Framework of the Deep Integration of Inertial-Satellite Navigation Systems*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2018, 305 p. (in Russian)
9. Stepovoi A.V. Methods for estimating the probability of an aircraft guidance with a passive optoelectronic device. *Journal of Instrument Engineering*, 1999, vol. 42, no. 2, pp. 40–44. (in Russian)
10. Kitt B., Geiger A., Lategahn H. Visual odometry based on stereo image sequences with RANSAC-based outlier rejection scheme. *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, 2010, pp. 486–492. <https://doi.org/10.1109/ivs.2010.5548123>
11. Bruss A.R., Horn B.K.P. Passive navigation. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1983, vol. 21, no. 1, pp. 3–20. [https://doi.org/10.1016/s0734-189x\(83\)80026-7](https://doi.org/10.1016/s0734-189x(83)80026-7)
12. Geiger A., Lenz P., Stiller C., Urtasun R. Vision meets robotics: The KITTI Dataset. *The International Journal of Robotics Research*, 2013, vol. 32, no. 11, pp. 1231–1237. <https://doi.org/10.1177/0278364913491297>
13. Raudies F., Neumann H. A review and evaluation of methods estimating ego-motion. *Computer Vision and Image Understanding*, 2012, vol. 116, no. 5, pp. 606–633. <https://doi.org/10.1016/j.cviu.2011.04.004>
14. Zhang T., Tomasi C. On the consistency of instantaneous rigid motion estimation. *International Journal of Computer Vision*, 2002, vol. 46, no. 1, pp. 51–79. <https://doi.org/10.1023/a:1013248231976>
15. Horn B.K.P. *Robot Vision*. Mit Pr, 1986, 480 p.
16. Ponomarev E.S., Grigorev A.S. Algorithms for optical flow calculations in the problem of the proper motion determining. *Proc. of the 39th Information Technologies and Systems*, 2015, pp. 457–470. (in Russian)
17. Baker S., Roth S., Scharstein D., Black M.J., Lewis J.P., Szeliski R. A database and evaluation methodology for optical flow. *Proc. of the IEEE 11th International Conference on Computer Vision*, 2007, pp. 1–8. <https://doi.org/10.1109/iccvc.2007.4408903>
18. Fleet D.J., Weiss Y. Optical flow estimation. *Handbook of Mathematical Models in Computer Vision*, 2006, pp. 237–257. https://doi.org/10.1007/0-387-28831-7_15
19. Sokolov S.V., Shvidchenko S.A., Reshetnikova I.V., Vavilova E.V. Effective estimation of motion parameters of mobile robotic complexes based on information processing of technical vision systems. *Proc. of the Systems of signals generating and processing in the field of on board communications*, 2025, pp. 1–4. <https://doi.org/10.1109/ieeeeconf64229.2025.10948069>
20. Kanatani K. 3-D Interpretation of optical flow by renormalization. *International Journal of Computer Vision*, 1993, vol. 11, no. 3, pp. 267–282. <https://doi.org/10.1007/BF01469345>
21. Mirabdollah H., Mertsching B. On the Second Order Statistics of Essential Matrix Elements. *Lecture Notes in Computer Science*, 2014, vol. 8753, pp. 547–557. https://doi.org/10.1007/978-3-319-11752-2_45
22. Xu L., Jia J., Matsushita Y. Motion detail preserving optical flow estimation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine*

22. Xu L., Jia J., Matsushita Y. Motion detail preserving optical flow estimation // *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 2012. V. 34. N9. P. 1744–1757. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.2011.236>
23. Zach C., Pock T., Bischof H. A duality based approach for realtime TV-L 1 optical flow // *Lecture Notes in Computer Science*. 2007. V. 4713. P. 214–223. https://doi.org/10.1007/978-3-540-74936-3_22
24. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 2004. 608 с.
25. Ишлинский А.Ю. Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация. М.: Наука, 1976. 670 с.
- Intelligence*, 2012, vol. 34, no.9, pp. 1744–1757. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.2011.236>
23. Zach C., Pock T., Bischof H. A duality based approach for realtime TV-L 1 optical flow. *Lecture Notes in Computer Science*, 2007, vol. 4713, pp. 214–223. https://doi.org/10.1007/978-3-540-74936-3_22
24. Tikhonov V.I., Kharisov V.N. *Statistical Analysis and Synthesis of Radio Engineering Devices and Systems*. Moscow, Radio i svjaz' Publ., 2004, 608 p. (in Russian)
25. Ishlinskii A.Iu. *Orientation, Gyroscopes, and Inertial Navigation*. Moscow, Nauka Publ., 1976. 670 p. (in Russian)

Авторы

Соколов Сергей Викторович — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой, Московский технический университет связи и информатики, Москва, 123423, Российская Федерация; профессор, Ростовский государственный экономический университет, Ростов-на-Дону, 344002, Российская Федерация, [sc 35235181200](https://orcid.org/0000-0002-5246-841X), <https://orcid.org/0000-0002-5246-841X>, s.v.s.888@yandex.ru

Чуб Елена Григорьевна — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Ростовский государственный экономический университет, Ростов-на-Дону, 344002, Российская Федерация, [sc 55611768900](https://orcid.org/0000-0002-3012-4181), <https://orcid.org/0000-0002-3012-4181>, elenachub111@gmail.com

Статья поступила в редакцию 26.05.2025
Одобрена после рецензирования 20.08.2025
Принята к печати 30.09.2025

Authors

Sergey V. Sokolov — D.Sc., Professor, Head of Department, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, 123423, Russian Federation; Professor, Rostov State University of Economics, Rostov-on-Don, 344002, Russian Federation, [sc 35235181200](https://orcid.org/0000-0002-5246-841X), <https://orcid.org/0000-0002-5246-841X>, s.v.s.888@yandex.ru

Elena G. Chub — PhD, Senior Researcher, Rostov State University of Economics, Rostov-on-Don, 344002, Russian Federation, [sc 55611768900](https://orcid.org/0000-0002-3012-4181), <https://orcid.org/0000-0002-3012-4181>, elenachub111@gmail.com

Received 26.05.2025
Approved after reviewing 20.08.2025
Accepted 30.09.2025



Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»