

doi: 10.17586/2226-1494-2025-25-5-971-978

УДК 51-73

Методы моделирования аномальных режимов динамических процессов на основе энергетической оценки

Владислав Константинович Казанков^{1✉}, Светлана Евгеньевна Холодова²

¹ ООО ТОР, Санкт-Петербург, 190013, Российская Федерация

¹ Научно-технологический университет «Сириус», Краснодарский край, поселок городского типа Сириус, 354340, Российская Федерация

² Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

¹ v.kazankov98@gmail.com✉, <https://orcid.org/0000-0002-7766-7730>

² kholodovase@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-2852-4952>

Аннотация

Введение. Рассматривается задача о методологии прогнозирования особых режимов динамических процессов, в частности — нелинейного эффекта, возникающего в морской среде, называемого «волнами-убийцами». Волны-убийцы — волны, возникающие в океане, как правило, внезапно, существующие короткий временной промежуток и обладающие огромным разрушительным потенциалом. Существует множество направлений в изучении данного явления, основанных на применении компьютерного моделирования и численных методов. При этом наблюдается тенденция поиска волн-убийц не только в гидродинамике, но и в других предметных областях, в которых при построении моделей исследуемых явлений и процессов применяется аппарат решения соответствующих начально-краевых задач для систем дифференциальных уравнений. Как правило, исследования направлены на поиск решения дифференциальных уравнений, на основе которых удастся продемонстрировать возникновение аномально высоких волн. Следует отметить, что поиск аналитических решений для некоторых дифференциальных уравнений является крайне сложной задачей или даже не решаемой. **Метод.** Предлагается альтернативный подход, позволяющий доказать существование возможности возникновения аномалии без необходимости решения системы дифференциальных уравнений. В результате производится построение модели динамической системы, похожей на формализм теории Купмана, отличающейся учетом асимптотической скорости роста образа динамического оператора в энергетическом пространстве, на основе которого возникает упорядоченная иерархия классов динамических операторов. Предлагается определение аномалии в формализме рассматриваемого математического аппарата, при этом, феномен волны-убийцы интерпретируется как частный случай возникновения аномального явления в гидродинамической системе при достаточно высоком среднем значении волнового фона. **Основные результаты.** Разработан метод, позволяющий рассматривать эволюцию динамической системы на основе взаимодействия выделенных объемов рассматриваемой среды и их обмена энергией. В рамках предложенного подхода удастся сформулировать необходимые условия возникновения аномального явления и достаточные условия отсутствия возникновения аномалий. Предлагается метод обработки временного ряда, учитывающий гипотезу о периодичности возникновения аномальных явлений. **Обсуждение.** Демонстрируется существование аномалий в магнитогидродинамических процессах, для доказательства которого проводится построение модели инверсии магнитного поля, причем решение дисперсионного уравнения осуществляется с помощью модификации численного метода Иванисова–Полищука, состоящей в комбинировании его алгоритма и метода оптимизации Adam. Полученные результаты могут быть востребованы для дальнейшего развития изучения устройства динамических систем и для выявления большего количества междисциплинарных связей, позволяющих конструктивно перенести часть результатов из одной предметной области в другую.

Ключевые слова

математическое моделирование, волны-убийцы, динамические системы, временные ряды, доказательство существования аномалий

Ссылка для цитирования: Казанков В.К., Холодова С.Е. Методы моделирования аномальных режимов динамических процессов на основе энергетической оценки // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2025. Т. 25, № 5. С. 971–978. doi: 10.17586/2226-1494-2025-25-5-971-978

© Казанков В.К., Холодова С.Е., 2025

Methods of modeling anomalous modes of dynamic processes based on energy estimation

Vladislav K. Kazankov¹✉, Svetlana E. Kholodova²

¹ TOR company, Saint Petersburg, 190013, Russian Federation

¹ Sirius University of Science and Technology, Sirius Federal Territory, 354340, Russian Federation

² ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

¹ v.kazankov98@gmail.com✉, <https://orcid.org/0000-0002-7766-7730>

² kholodovase@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-2852-4952>

Abstract

The problem of forecasting methodology for special modes of dynamic processes the nonlinear effect that occurs in the marine environment, called “rogue waves”, is considered. Rogue waves are waves that occur in the ocean, as a rule, suddenly, exist for a short period of time and have a huge destructive potential. There are many directions in the study of this phenomenon based on the application of computer modeling and numerical methods. At the same time, there is a tendency to search for rogue waves not only in hydrodynamics, but also in other subject areas, in which, when constructing models of the phenomena and processes under study, the apparatus for solving the corresponding initial boundary value problems for systems of differential equations is used. As a rule, the authors try to find solutions to differential equations, based on which it is possible to demonstrate the occurrence of abnormally high waves. It should be noted that the search for analytical solutions for some differential equations is an extremely difficult task or even impossible to solve. An alternative approach is proposed that makes it possible to prove the existence of the possibility of an anomaly without the need to solve the corresponding system of differential equations, and a model of a dynamic system is constructed similar to the formalism of Koopman theory which takes into account the asymptotic growth rate of the image of a dynamic operator in the energy space, on the basis of which an ordered hierarchy of classes of dynamic operators arises. The definition of an anomaly in the formalism of the mathematical apparatus under consideration is proposed, while the phenomenon of a rogue wave is interpreted as a special case of the occurrence of an anomalous phenomenon in a hydrodynamic system with a sufficiently high average value of the wave background. Within the framework of the proposed approach, it is possible to formulate the necessary conditions for the occurrence of an abnormal phenomenon and sufficient conditions for the absence of anomalies. A time series processing method is proposed that considers the hypothesis of the frequency of occurrence of anomalous phenomena. The existence of anomalies in magnetohydrodynamic processes is demonstrated, which is proved by constructing a model of magnetic field inversion, and the solution of the corresponding dispersion equation is carried out using a modification of the numerical Ivanisov-Polishchuk method consisting in combining the Ivanisov-Polishchuk algorithm and the Adam optimization method. The results obtained may be in demand for further development of the study of the structure of dynamic systems and for identifying more interdisciplinary connections that allow constructive transfer of some of the results from one subject area to another.

Keywords

mathematical modeling, rogue waves, dynamical systems, time series, proof of the existence of anomalies

For citation: Kazankov V.K., Kholodova S.E. Methods of modeling anomalous modes of dynamic processes based on energy estimation. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2025, vol. 25, no. 5, pp. 971–978 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2025-25-5-971-978

Введение

Динамические процессы являются неотъемлемой частью физического мира. Их математические модели широко используются как в теоретических исследованиях, так и при внедрении передовых технологий в производство. Несмотря на особенности предметных областей, классическим способом описания динамики в системе является использование аппарата дифференциальных уравнений. Существует феномен, который до недавнего времени считался особенностью исключительно гидродинамических систем, но оказалось, что первопричина его возникновения заключена в структуре динамики самой системы. Явление называется «волна-убийца» [1, 2], которое возникает, как правило, в системах с нелинейной динамикой. Известны натурные эксперименты, позволившие впервые сгенерировать волну-убийцу в бассейне при пересечении пары волн под определенными углами [3]. К отличительным чертам волн-убийц относят: огромный размер, внезапность возникновения, короткий временной промежуток существования. Феноменологически существование

волн-убийц крупного размера может быть объяснено тем, что природа таких волн связана с совокупной энергией всех волн выделенной сплошной среды. Следует отметить, что появление волн-убийц возможно не только в жидких средах, описываемых классической гидродинамикой, но и в различных квантово-механических процессах, постоянных относительно запаса энергии системы. Существует два основных направления исследования волн-убийц: исследование свойств уравнений математической физики вместе со структурой их решения и прогнозирование возникновения волн-убийц. В работах [4–6] исследованы нелинейные уравнения, соответствующие моделям квантовой механики, при решении которых возникают волны-убийцы. Так частные решения уравнений Шредингера нелинейного вида дают необходимые, с точки зрения математического моделирования, структуры для построения модели волн-убийц. Также исследование решений обобщенного уравнения Хироты показало наличие волн-убийц [7]. Возникает необходимость в формировании критериев прогнозирования возникновения аномалий с учетом периодической структуры их появления. Не меньший

интерес представляет исследование взаимосвязи статистических показателей волновых амплитуд и характера взаимодействия волн друг с другом. В настоящей работе предлагается в подтверждение применимости подхода к моделированию возникновения волн-убийц рассмотреть динамические системы, не подчиняющиеся в явном виде гидродинамическим законам. При этом требуется описать динамические системы, в которых выделяются структурные компоненты, необходимые для описания аномальных режимов. В качестве инструмента исследования разработана прогностическая модель, позволяющая при помощи ретроспективного анализа предоставить возможность появления аномалий в текущей системе. С точки зрения методов математического моделирования предлагается класс функций, имеющих ряд характеристик, достаточных для описания интересующей модели.

Метод

Математическая модель. Рассмотрим сплошную среду V . Произведем ее разбиение на непересекающиеся объемы v_i и зафиксируем их. Определим для любого объема v_i линейный функционал $J_i: V \rightarrow W \subset \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, где W — множество всех оценок $w_i(t)$, представляющих собой энергетические оценки объемов v_i в момент времени t ; $\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ — множество действительных неотрицательных чисел; параметр $t \in T \subset \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ описывает непрерывное время. Энергетические оценки объемов v_i в момент времени t определяются по формуле: $J_i(v_i) = w_i(t)$. Тогда для любого t выполняется неравенство

$$\sum_{v_i \in V} J_i(v_i) \leq \sup W < \infty.$$

Примем, что каждый объем v_i может передавать энергию, а значит, и увеличивать значение энергетической оценки объема v_j , где $v_i, v_j \in V$. Такой динамической структуре формально соответствует полный граф.

Пусть в динамической системе для любого элемента $w_i(t) \in W$ существует двухпараметрическое семейство замкнутых операторов $\mathfrak{D} = \{D_i^u: W \rightarrow W\}_{u \in G}$, таких, что при $t = 0$, $D_0^u = I$ и $\mathfrak{D} \subset C^1(T)$, где G — множество всех возможных пар объемов, а u — конкретная пара объемов, между которыми происходит энергетический обмен, I — оператор тождественного отображения, C^1 — класс непрерывных функций, имеющих по крайней мере одну производную.

Зададим норму в энергетическом пространстве $H = (V, J_i)$ для оператора D_i^u при $u = ij$ формулой:

$$\|D_i^u\|_H = |J_i(v_j) - J_i(v_i)|,$$

где τ — момент времени получения энергетической оценки объемом v_i .

Для любых $\hat{D}_i^a, \bar{D}_\tau^b \in \mathfrak{D}$ определим композицию операторов как $\hat{D}_i^a \bar{D}_\tau^b = \hat{D}_{i+\tau}^{a^b}$, при $\tau \leq t$ и $a^b = u \in G$, где « $\circ$ » — оператор склейки пар объемов, такой, что в результате будет получена пара, соответствующая одному из ребер полного графа. Если зафиксировать объем v_i и рассматривать эволюцию динамической системы через

изменение энергетической оценки объема v_i то можно упростить запись динамического оператора:

$$D_i^{ii} = D_i.$$

Пусть $\Delta\tau$ — промежуток времени, принимаемый за условную единицу, тогда описывает динамический процесс: $(D_{n\Delta\tau}(w))^n = J_i(v_i)$, где $n \in \mathbb{N}$ количество временных интервалов. Величину $\Delta\tau$ также можно интерпретировать как параметр дискретизации времени t где $t = n\Delta\tau$, поэтому, если $\Delta\tau \rightarrow 0$, то и $n \rightarrow \infty$. Среди операторов $D_i \in \mathfrak{D}$ возникает упорядоченная иерархия классов операторов $[D_i] = \mathfrak{L}_p$, где p — порядок класса, образованный относительно скорости роста энергетических оценок.

Пусть $2\omega \neq 0$ — условная единица измерения энергии, которую возможно зарегистрировать, тогда точной верхней гранью класса $\mathfrak{L}_0$ будет представитель класса операторов $\mathfrak{L}_1$, таких, что, если $D_i \in \mathfrak{L}_1 \cap \mathfrak{L}_0$, то $\|D_i\|_H \leq \leq 2\omega + \dots + 2\omega = 2\omega n = O(n)$.

Так как за каждый условный промежуток времени $\Delta\tau$ количество энергии увеличивается на постоянное значение 2ω , то $\sup \mathfrak{L}_0 = O(n)$.

Рассмотрим $\sup \mathfrak{L}_1$. Полагая, что в момент времени t количество изменения энергии равно 2ω , для любого $D_i \in \mathfrak{L}_1 \cap \mathfrak{L}_2$ будет справедлива оценка

$$\begin{aligned} \|D_i\|_H &\leq 2\omega + 2 \cdot 2\omega + \dots + n \cdot 2\omega = \\ &= (2\omega + \omega(n-1))n = \omega(n+1)n = O(n^2), \end{aligned}$$

а для любого оператора $D_i \in \mathfrak{L}_2 \cap \mathfrak{L}_3$, такого, что в каждый момент времени изменение количества энергии будет в 2ω раз больше, чем в предыдущий момент времени t , верна оценка

$$\begin{aligned} \|D_i\|_H &\leq 2\omega + (2\omega)^2 + \dots + (2\omega)^n = \\ &= \frac{2\omega(1 - (2\omega)^n)}{1 - 2\omega} \leq A e^{\alpha n} = O(e^{\alpha n}), \end{aligned}$$

$$\text{где } A = \frac{2\omega}{2\omega - 1}; \alpha = \ln(2\omega).$$

Для произвольного оператора D_i из класса $\mathfrak{L}_p$ при $p \geq 2$ справедлива оценка

$$\|D_i\|_H \leq \sum_{k=1}^n 2\omega \uparrow^{p-1} k,$$

где « $\uparrow^{p-1}$ » — обозначение гипероператора в нотации Кнута [8].

Определение. Аномалией в динамической системе будем называть энергетическую оценку объема v_i , такую, что амплитудный критерий $\mu(v_i) \geq 2,1$ [9]. Амплитудный критерий будет иметь вид:

$$\mu(v_i) = \frac{\|D_i\|_H}{\frac{1}{|M|} \sum_{i \in M} \|D_i\|_H},$$

где $\|D_i\|_H$ — отображает энергетическую оценку объема, при этом в случае конкретной физической систе-

мы аналогом энергетической оценки может являться высота волны в момент времени t ; M — множество, состоящее из трети самых больших энергетических оценок до момента t .

Пусть оператор $D_t \in \mathcal{L}_0$. Тогда верно следующее неравенство:

$$\frac{1}{|M|} \sum_{\tau \in M} \|D_{\tau}\|_H \leq \frac{\|D_{t-1}\|_H + \|D_{t-2}\|_H}{2},$$

с учетом регистрации не менее двух энергетических оценок до момента t .

Тогда для значения амплитудного критерия μ справедливо неравенство

$$\mu = \frac{2\|D_t\|_H}{\|D_{t-1}\|_H + \|D_{t-2}\|_H}. \quad (1)$$

Теорема. Любой оператор $D_t \in \mathcal{L}_2$ задает динамический процесс, в котором могут возникать аномалии.

Доказательство. Пусть до момента времени t было получено не менее двух энергетических оценок, а $\omega = 1$, тогда на основе неравенства (1) — следствия амплитудного критерия, получим нижнюю грань его числовой характеристики в энергетическом пространстве:

$$\begin{aligned} \frac{2\|D_t\|_H}{\|D_{t-1}\|_H + \|D_{t-2}\|_H} &\geq \frac{2\|D_t\|_H}{2\max(\|D_{t-1}\|_H, \|D_{t-2}\|_H)} \geq \\ &\geq \frac{\|D_t\|_H}{\|D_{t-1}\|_H} \geq \frac{(2\omega - 1)(n + 1)n}{2e^{(n-1)\ln 2\omega}} \Bigg|_{n=3} = \frac{4 \cdot 3}{2e^{2\ln 2}} = 1,5. \end{aligned}$$

Рассмотрим верхнюю оценку:

$$\begin{aligned} \frac{2\|D_t\|_H}{\|D_{t-1}\|_H + \|D_{t-2}\|_H} &\leq \frac{2\|D_t\|_H}{2\min(\|D_{t-1}\|_H, \|D_{t-2}\|_H)} \leq \frac{\|D_t\|_H}{\|D_{t-2}\|_H} \leq \\ &\leq \frac{2e^{n\ln 2\omega}}{(2\omega - 1)(n - 1)(n - 2)} \Bigg|_{n=3} = \frac{2e^{3\ln 2}}{2} = 8. \end{aligned}$$

Так как верхняя оценка числовой характеристики амплитудного критерия больше значения 2,1, а нижняя — меньше, то значение амплитудного критерия μ может превышать величину 2,1, следовательно, в динамической системе могут возникать аномальные явления. Из доказательства теоремы следуют два следствия.

Следствие 1. Необходимое условие существования аномалии в динамической системе. Если существует возможность возникновения аномалии в динамической системе, то динамический оператор $D_t \in \mathcal{L}_p$ где $p \geq 2$.

Следствие 2. Достаточное условие отсутствия возникновения аномальных явлений в динамической системе. Если динамический оператор $D_t \in \mathcal{L}_p$ где $p \in \{0, 1\}$, то в динамической системе не возникает аномальных явлений.

Рассмотрим возможность возникновения волны-убийцы в качестве частного случая появления аномалии в динамической системе при достаточно высоком волновом фоне. Возникает гипотеза: «Если в динамической системе существуют аномальные явления, то они должны происходить с некоторой периодичностью»,

для подтверждения которой предлагается метод обработки временных рядов.

Основные результаты и обсуждения

Применение метода в гидродинамике. В работе [10] проведены вычислительные эксперименты, состоящие в построении с помощью численных методов решений уравнений гидродинамики в слое идеальной жидкости со свободной поверхностью и бесконечно глубоким дном.

Результатирующая волнограмма допускает интерпретацию в виде временного ряда X_t .

Выполним оценку амплитуды каждой волны согласно формуле

$$J_t = x_{mx} - (x_{mf} + x_{ms})/2,$$

где x_{mx} — высота гребня волны; x_{mf} и x_{ms} — высоты ближайших подошв, окружающих гребень.

Временной ряд X_t преобразуем во временной ряд Y_t , который отображает изменение высоты волны с течением времени. Согласно амплитудному критерию, во временном ряде Y_t зафиксировано 25 волн-убийц. Для временного ряда Y_t определим оценку локальной равномерности $\mu(U_n)$ как среднее квадратическое отклонение, рассчитанное для множества $U_n \subset Y_t$, где n — количество элементов в множестве U_n . Временной ряд Y_t состоит из 29 103 элементов, а волны-убийцы возникали только в моменты времени

$$t = [26\ 925; 27\ 164; 27\ 198; 27\ 232; 27\ 403; \dots, 28\ 429; 28\ 463; 28\ 497; 28\ 531].$$

Предполагая, что возникновение волны-убийцы — систематическое явление, обладающее некоторой периодической структурой, подберем такое n , при котором значение $\mu(U_n)$ будет минимальным во все моменты времени возникновения волны-убийцы. Решение этой задачи сводится к построению целевой функции $\rho(n)$ и ее минимизации.

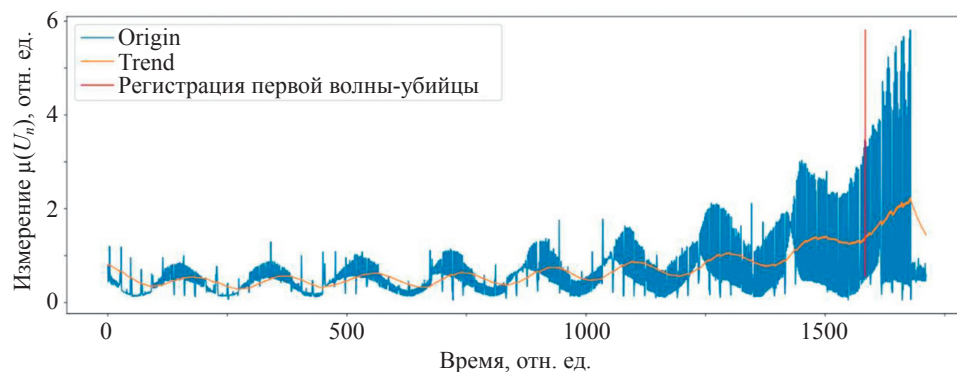
Пусть целевая функция имеет вид

$$\rho(n) = \frac{1}{25} \sum (\mu_k(U_n))^2 \rightarrow \min,$$

где μ_k — оценка локальной неравномерности k -го подмножества.

Перед началом оптимизации необходимо определить область допустимых значений.

Пусть $n \in [3, 500]$. Под частицей будем понимать реализацию метода имитации отжига для целевой функции $\rho(n)$. Наименьшее значение целевой функции $\rho(n)$ достигается при $n = 17$. Это значение встречалось чаще всего и имело наименьшее значение из всех полученных в результате запуска роя из 60 частиц. На рис. 1 представлен график $\mu(U_n)$ для $n = 17$. Синим цветом показано изменение значения $\mu(U_n)$, обозначается как «Origin». За «Trend» обозначен результат экспоненциального сглаживания «Origin» с параметром $\alpha = 0,02$. Красная линия отмечает момент регистрации первой

Рис. 1. Изменение $\mu(U_n)$ с течением времени при $n = 17$ Fig. 1. The change of $\mu(U_n)$ vs. time at $n = 17$

волны-убийцы, при этом она начинается со значения показателя $\mu(U_n)$ и заканчивается на максимально возможном значении $\mu(U_n)$.

На рис. 1 изображена эпоха, состоящая в явном виде из циклической составляющей в виде синусоиды и тенденции в виде экспоненты. Представленный профиль позволяет выдвинуть гипотезу о существовании некоторого периодического режима в нелинейном динамическом процессе. Применение функции локальной равномерности $\rho(n)$ позволяет отобразить исходный временной ряд в другой, имеющий более выраженную периодическую динамику. В работе [11] проведено исследование эффекта Портевена–Ле Шателье, при котором разработана методология для обработки временных рядов с использованием гипотезы о периодичности возникновения волн-убийц. На рис. 2 представлены распределения амплитуд волн, полученные из временного ряда Y_t . По горизонтальной полуоси отображена амплитуда волн в метрах, а по вертикальной — частота возникновения. Из рисунка видно, что распределение амплитуд волн напоминает суперпозицию нормального закона с несколькими распределениями Рэлея. Благодаря использованию центральной предельной теоремы для данной системы можно сделать вывод: в динамической системе существует выраженная динамика, которая описывается законами распределения Рэлея. При этом, именно закон распределения Рэлея используют для описания распределения амплитуд волн в линейной волновой теории.

На рис. 3 изображен график распределений значений функции $\mu(U_{17})$, где на вертикальной оси отмечены

частоты значений, а на горизонтальной — относительные значения. Профиль распределения напоминает закон распределения Рэлея, из чего можно сделать вывод о том, что использование функции $\mu(U_n)$ для преобразования временного ряда Y_t позволяет перейти от описания нелинейной динамики системы к ее некоторому представлению, согласующемуся с линейной теорией волн.

Применение метода в магнитной гидродинамике. В работе [12] приведено подробное исследование системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающей магнитогидродинамические процессы во вращающемся слое электропроводящей жидкости переменной глубины.

Локализация динамики в точке с координатами (x_0, y_0, z_0) описывается следующим законом с точностью до аддитивной константы:

$$D_t(\mathbf{v} + \mathbf{b}) = -2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} - g\mathbf{z}_0,$$

где $\mathbf{v}$ — вектор поля скорости; $\mathbf{b}$ — вектор магнитной индукции; $\boldsymbol{\omega}$ — угловая скорость вращения слоя; g — величина силы тяжести.

Правая часть уравнения соответствует образу динамического оператора $D_t \in \mathcal{L}_2$, следовательно, согласно доказанной теореме, магнитогидродинамическая система содержит решение, описывающее аномальный режим.

В случае длинных волн малой амплитуды решение исходной краевой задачи сводится к решению одного скалярного уравнения для некоторой модифицирован-

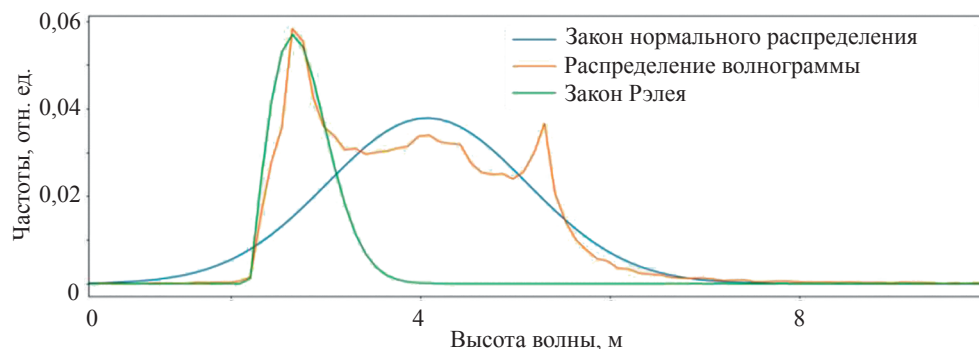


Рис. 2. Распределения амплитуд волн во временном ряду

Fig. 2. Distribution of wave amplitudes in the time series

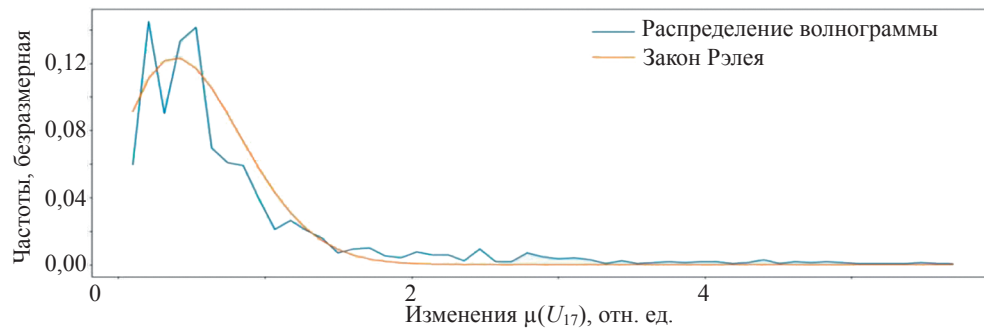


Рис. 3. Распределение функции $\mu(U_{17})$

Fig. 3. Distribution of function $\mu(U_{17})$

ной функции возмущения глубины слоя ξ , которая представляется в виде гармоник $\xi = \text{Im}(A \exp(i(kx + ly - \sigma t)))$. При этом частота σ определяется из дисперсионного уравнения 6-го порядка $P_n(\sigma) = \sum_{k=0}^n c_k \sigma^k$, где $c_k \in \mathbb{C}$, для решения которого предлагается использовать численный метод, являющийся результатом комбинирования алгоритмов Иванисова–Полищука [13] и Adam [14]. Численный метод состоит в использовании в качестве начального — приближения с помощью реализации алгоритма Иванисова–Полищука, и, если оно не сходится к искомому решению, то его последнее положение становится начальной точкой оптимизации целевой функции $f(\sigma) = |P_n(\sigma)|^2$, для которой применяется алгоритм Adam. В таблице представлены результаты запусков алгоритмов: итерационного метода Иванисова–Полищука (IP), алгоритма оптимизации Adam (Adam), модификации итерационного метода

Таблица. Сравнение алгоритмов

Table. Algorithm comparison

Категория полиномов	IP	Adam	Combine	Total
K1	109	14	149	648
K2	124	61	164	648

Иванисова–Полищука, использующей для оптимизации целевой функции алгоритм Adam (Combine). Строки таблицы K1 и K2 содержат информацию о тестировании алгоритмов на выборке полиномов, сформированной следующим образом: категория K1 содержит полиномы, алгебраическая кратность корней которых может соответствовать степени полинома, а K2 — кратность одного из корней не может быть более двух. Столбец «Total» содержит общее количество корней для каждой

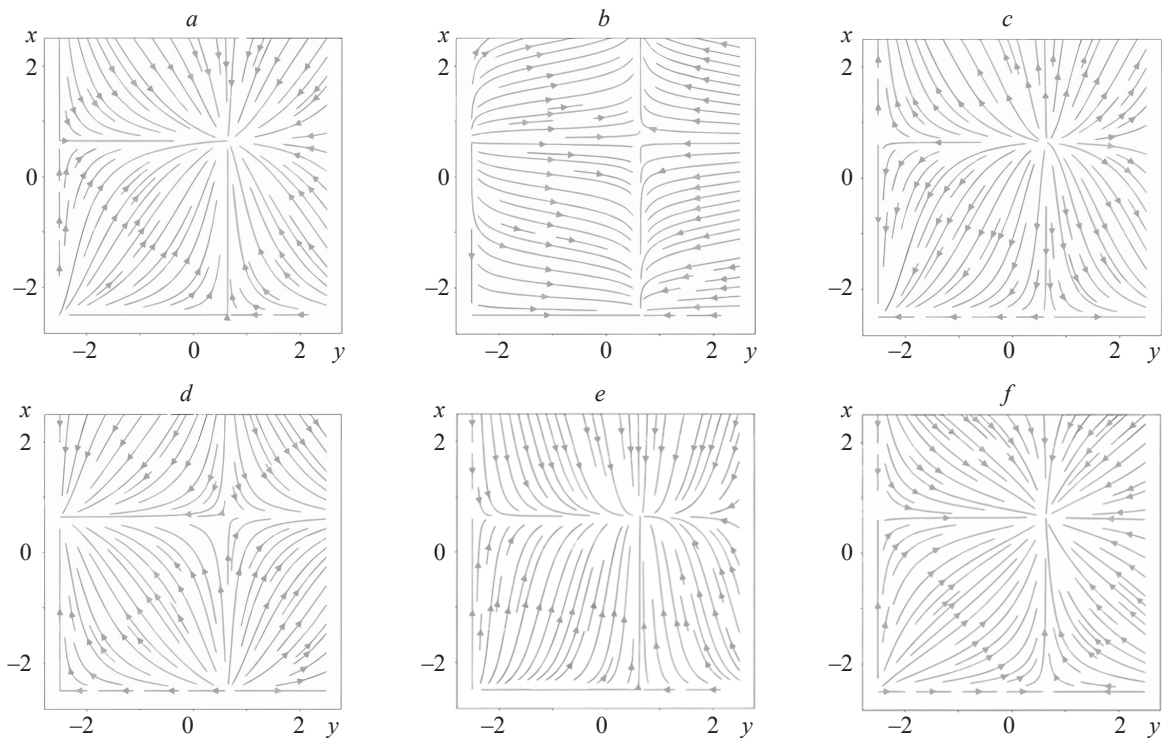


Рис. 4. Эволюция магнитного поля (a–f): начало (a), середина (b)–(e) и окончание (f) процесса

Fig. 4. Evolution of the magnetic field (a–f): at the begin (a), during (b)–(e) and at the end (f) of the process

из категории. Каждое значение в таблице описывает количество найденных корней полиномов.

Предложенная модификация алгоритмов повышает эффективность вычислений на 6,17 % по сравнению с алгоритмами Иванисова–Полищука и Adam.

В результате, найденное аналитическое решение магнитогидродинамической системы позволяет провести анализ возможных динамических режимов. На рис. 4 представлена эволюция магнитного поля в плоскости xOy с одинаковым временным шагом.

Видно, что процесс имеет выраженную периодическую структуру, при этом через регулярный промежуток времени происходит резкая смена направления течения силовых линий, что выглядит как аномальное явление. Такое же поведение магнитного поля описывается в теории контрастных структур. Например, в работе [15] рассматривается кинематическая модель, представляющая структуру галактического магнитного поля, в которой также возникает инверсия магнитного поля. И так, представленное исследование подтверждает гипотезу о периодическом характере возникновения аномальных явлений в динамической системе.

Заключение

Предложен метод, позволяющий рассматривать эволюцию динамической системы на основе взаимо-

действия выделенных объемов рассматриваемой среды и их обмена энергией. Такой подход представляет возможность доказательства существования для некоторых дифференциальных операторов особого нелинейного эффекта, возникающего в сплошной среде при достаточно интенсивном волновом фоне, называемого в случае гидромеханической системы волнами-убийцами. Особенность построения модели способствует распространению методологии обработки временных рядов на широкий класс динамических систем и прогнозированию возможности возникновения в них аномальных явлений. Дальнейшее развитие метода может состоять в применении анализа для конкретных акваторий, с целью выделения особых климатически-географических зон и временных промежутков, в которые могут возникать аномальные явления. Представленный анализ доказывает существование аномальных явлений в гидромагнитной системе и демонстрирует возникновение инверсии магнитного поля. Для нахождения соответствующих дисперсионных характеристик предложена модификация алгоритма Иванисова–Полищука. Полученные результаты могут быть востребованы для дальнейшего развития изучения устройства динамических систем и для выявления большего количества междисциплинарных связей, позволяющих конструктивно перенести часть результатов из одной предметной области в другую.

Литература

1. Куркин А.А., Пелиновский Е.Н. Волны-убийцы: факты, теория и моделирование. Москва; Берлин: Директ-Медиа, 2016. 178 с.
2. Brule S., Enoch S., Guenneau S. On the possibility of seismic rogue waves in very soft soils // arXiv. 2020. arXiv:2004.07037v1. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2004.07037>
3. McAllister M.L., Draycott S., Adcock T.A.A., Taylor P.H., van den Bremer T.S. Laboratory recreation of the Draupner wave and the role of breaking in crossing seas // Journal of Fluid Mechanics. 2019. V. 860. P. 767–786. <https://doi.org/10.1017/jfm.2018.886>
4. Wu X.Y., Tian B., Qu Q.X., Yuan Y.Q., Du X.X. Rogue waves for a (2+1)-dimensional Gross-Pitaevskii equation with time-varying trapping potential in the Bose–Einstein condensate // Computers & Mathematics with Applications. 2020. V. 79. N 4. P. 1023–1030. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2019.08.015>
5. Yang B., Yang J. Rogue wave patterns in the nonlinear Schrödinger equation // Physica D: Nonlinear Phenomena. 2021. V. 419. P. 132850. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2021.132850>
6. Li B.Q. Hybrid breather and rogue wave solution for a (2+1)-dimensional ferromagnetic spin chain system with variable coefficients // International Journal of Computer Mathematics. 2022. V. 99. N 3. P. 506–519. <https://doi.org/10.1080/00207160.2021.1922678>
7. Liu J.G., Zhu W.H. Multiple rogue wave solutions for (2+1)-dimensional Boussinesq equation // Chinese Journal of Physics. 2020. V. 67. P. 492–500. <https://doi.org/10.1016/j.cjph.2020.08.008>
8. Knuth D.E. Mathematics and computer science: coping with finiteness // Science. 1976. V. 194. N 4271. P. 1235–1242. <https://doi.org/10.1126/science.194.4271.1235>
9. Kharif C., Pelinovsky E., Slunyaev A. Rogue Waves in the Ocean. Springer, 2009. 216 p.
10. Шамин Р.В., Юдин А.В. Моделирование пространственно-временного распространения волн-убийц // Доклады Академии наук. 2013. Т. 448. № 5. С. 592–594. <https://doi.org/10.7868/S0869565213050228>
11. Kazankov V.K., Shmeleva A.G., Zaitseva E.V. Unstable plastic flow in structural materials: time series for analysis of experimental data //

References

1. Kurkin A.A., Pelinovsky E.N. *Rogue Waves: Facts, Theory and Modelling*. Moscow; Berlin, 2016, 178 p. (in Russian)
2. Brule S., Enoch S., Guenneau S. On the possibility of seismic rogue waves in very soft soils. *arXiv*, 2020, arXiv:2004.07037v1. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2004.07037>
3. McAllister M.L., Draycott S., Adcock T.A.A., Taylor P.H., van den Bremer T.S. Laboratory recreation of the Draupner wave and the role of breaking in crossing seas. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, vol. 860, pp. 767–786. <https://doi.org/10.1017/jfm.2018.886>
4. Wu X.Y., Tian B., Qu Q.X., Yuan Y.Q., Du X.X. Rogue waves for a (2+1)-dimensional Gross-Pitaevskii equation with time-varying trapping potential in the Bose–Einstein condensate. *Computers & Mathematics with Applications*, 2020, vol. 79, no. 4, pp. 1023–1030. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2019.08.015>
5. Yang B., Yang J. Rogue wave patterns in the nonlinear Schrödinger equation. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 2021, vol. 419, pp. 132850. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2021.132850>
6. Li B.Q. Hybrid breather and rogue wave solution for a (2+1)-dimensional ferromagnetic spin chain system with variable coefficients. *International Journal of Computer Mathematics*, 2022, vol. 99, no. 3, pp. 506–519. <https://doi.org/10.1080/00207160.2021.1922678>
7. Liu J.G., Zhu W.H. Multiple rogue wave solutions for (2+1)-dimensional Boussinesq equation. *Chinese Journal of Physics*, 2020, vol. 67, pp. 492–500. <https://doi.org/10.1016/j.cjph.2020.08.008>
8. Knuth D.E. Mathematics and computer science: coping with finiteness. *Science*, 1976, vol. 194, no. 4271, pp. 1235–1242. <https://doi.org/10.1126/science.194.4271.1235>
9. Kharif C., Pelinovsky E., Slunyaev A. *Rogue Waves in the Ocean*. Springer, 2009, 216 p.
10. Shamin R.V., Yudin A.V. Simulation of spatiotemporal spread of rogue waves. *Doklady Earth Sciences*, 2013, vol. 448, no. 2, pp. 240–242. (in Russian). <https://doi.org/10.1134/S1028334X13020165>
11. Kazankov V.K., Shmeleva A.G., Zaitseva E.V. Unstable plastic flow in structural materials: time series for analysis of experimental data. *Materials Physics and Mechanics*, 2022, vol. 48, no. 2, pp. 208–216. https://doi.org/10.18149/MPM.4822022_6

- Materials Physics and Mechanics. 2022. V. 48. N 2. P. 208–216. https://doi.org/10.18149/MPM.4822022_6
12. Kazankov V.K., Peregudin S.I., Kholodova S.E. Mathematical modeling of geophysical processes in a layer of electrically conductive liquid of variable depth // *Springer Geology*. 2023. P. 331–341. https://doi.org/10.1007/978-3-031-16575-7_32
 13. Ivanisov A.V., Polishchuk V.K. A method of finding the roots of polynomials which converge for any initial approximation // *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 1985. V. 25. N 3. P. 1–7. [https://doi.org/10.1016/0041-5553\(85\)90066-7](https://doi.org/10.1016/0041-5553(85)90066-7)
 14. Kingma D.P., Ba J. Adam: a method for stochastic optimization // *arXiv*. 2014. arXiv:1412.6980. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1412.6980>
 15. Михайлов Е.А., Хасаева Т.Т., Тепляков И.О. Возникновение контрастных структур для галактического магнитного поля: теоретические оценки и моделирование на видеокартах // *Труды Института системного программирования РАН*. 2021. Т. 33. № 6. С. 253–264. [https://doi.org/10.15514/ISPRAS-2021-33\(6\)-18](https://doi.org/10.15514/ISPRAS-2021-33(6)-18)
 12. Kazankov V.K., Peregudin S.I., Kholodova S.E. Mathematical modeling of geophysical processes in a layer of electrically conductive liquid of variable depth. *Springer Geology*, 2023, pp. 331–341. https://doi.org/10.1007/978-3-031-16575-7_32
 13. Ivanisov A.V., Polishchuk V.K. A method of finding the roots of polynomials which converge for any initial approximation. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1985, vol. 25, no. 3, pp. 1–7. [https://doi.org/10.1016/0041-5553\(85\)90066-7](https://doi.org/10.1016/0041-5553(85)90066-7)
 14. Kingma D.P., Ba J. Adam: a method for stochastic optimization. *arXiv*, 2014, arXiv:1412.6980. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1412.6980>
 15. Mikhailov E.A., Khasaeva T.T., Teplyakov I.O. The emergence of contrast structures for galactic magnetic field: theoretical estimates and modeling on GPU. *Proceedings of the Institute for System Programming of the RAS (Proceedings of ISP RAS)*, 2021, vol. 33, no. 6, pp. 253–264. (in Russian). [https://doi.org/10.15514/ISPRAS-2021-33\(6\)-18](https://doi.org/10.15514/ISPRAS-2021-33(6)-18)

Авторы

Казанков Владислав Константинович — старший инженер-программист, ООО ТОР, Санкт-Петербург, 190013, Российская Федерация; ведущий инженер-исследователь, Научно-технологический университет «Сириус», Краснодарский край, поселок городского типа Сириус, 354340, Российская Федерация, v.kazankov98@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-7766-7730>

Холодова Светлана Евгеньевна — доктор физико-математических наук, доцент, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, kholodovase@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-2852-4952>

Authors

Vladislav K. Kazankov — Senior Software Developer, TOR company, Saint Petersburg, 190013, Russian Federation; Leading Researching Engineer, Sirius University of Science and Technology, Sirius Federal Territory, 354340, Russian Federation, v.kazankov98@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-7766-7730>

Svetlana E. Kholodova — D.Sc. (Physics & Mathematics), Associate Professor, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, kholodovase@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-2852-4952>

Статья поступила в редакцию 20.07.2025

Одобрена после рецензирования 05.08.2025

Принята к печати 20.09.2025

Received 20.07.2025

Approved after reviewing 05.08.2025

Accepted 20.09.2025



Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»