

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И РОБОТОТЕХНИКА

AUTOMATIC CONTROL AND ROBOTICS

doi: 10.17586/2226-1494-2025-25-6-1080-1088

УДК 618.51

Адаптивная компенсация неизвестных возмущений в многоканальных линейных системах с различной величиной задержки в каналах управления

Конг Винь Ты¹✉, Наталия Александровна Дударенко²

^{1,2} Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

¹ congvinhvkdn@gmail.com✉, <https://orcid.org/0009-0005-5106-8560>

² dudarenko@itmo.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3553-0584>

Аннотация

Введение. Рассмотрена задача компенсации неизвестных внешних возмущений для класса линейных стационарных многоканальных систем с различной величиной запаздывания в каналах управления. Предполагается, что внешние возмущения представляют собой гармонические сигналы с неизвестными частотами, фазами, амплитудами и смещениями, которые одновременно воздействуют как на вход, так и на выход системы. Для решения поставленной задачи используется метод прямой компенсации возмущений, основанный на принципе внутренней модели, в сочетании с классическим методом развязки по состоянию Фальба–Воловича, что позволяет повысить скорость сходимости выходных сигналов даже при небольшом коэффициенте адаптации. **Метод.** С целью устранения перекрестных взаимодействий между управляющими контурами к системе применяется метод развязки каналов на основе обратной связи по состоянию, разработанный на базе классического подхода Фальба–Воловича. Затем строится наблюдатель для оценки вектора состояния модели внешнего возмущения и на основе полученных оценок синтезируется адаптивный закон управления с расширением памяти регрессора для компенсации внешних возмущений на основе принципа внутренней модели. Стабилизация системы осуществляется одновременно с развязкой каналов управления, что позволяет перейти к задаче компенсации внешних неизвестных возмущений, минуя фазу проектирования стабилизирующего компонента управляющего сигнала. Предлагаемый метод не предполагает ограничений на наблюдаемость и устойчивость объекта управления. **Основные результаты.** Для компенсации неизвестных внешних возмущений для класса линейных стационарных многоканальных систем с различными запаздываниями в каналах управления предложен адаптивный алгоритм с расширением памяти регрессора, сочетающийся с методом развязки каналов управления по состоянию Фальба–Воловича. Показана эффективность предлагаемого подхода на примере численного моделирования в программном пакете MATLAB/Simulink. Полученные графики переходных процессов выявили ограниченность всех сигналов замкнутой системы и асимптотическую устойчивость выходных переменных при наличии различных запаздываний в каналах управления многоканальной системы, функционирующей в условиях неизвестных внешних возмущений. **Обсуждение.** Предлагаемый подход позволяет получить улучшенную скорость сходимости процессов и может быть применен в технических системах и комплексах, математическое описание которых задается в виде линейной многоканальной системы с различной величиной запаздывания в каналах управления.

Ключевые слова

адаптивное управление, гармонические возмущения, компенсация возмущений, развязка каналов, запаздывания в каналах управления, метод Фальба–Воловича, многоканальная система

Ссылка для цитирования: Ты К.В., Дударенко Н.А. Адаптивная компенсация неизвестных возмущений в многоканальных линейных системах с различной величиной задержки в каналах управления // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2025. Т. 25, № 6. С. 1080–1088 doi: 10.17586/2226-1494-2025-25-6-1080-1088

Adaptive compensation of unknown disturbances in MIMO linear systems with distinct input delays

Cong Vinh Tu¹✉, Natalia A. Dudarenko²

^{1,2} ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

¹ congvinhvkd@gmail.com✉, <https://orcid.org/0009-0005-5106-8560>

² dudarenko@itmo.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3553-0584>

Abstract

The paper considers the problem of compensation for unknown external disturbances for a class of linear stationary multidimensional systems with distinct input delays. It is assumed that external disturbances are harmonic signals with unknown frequencies, phases, amplitudes, and biases that simultaneously affect both the input and output of the system. To solve the problem, the direct disturbance compensation method based on the internal model principle is used in combination with the classical Falb-Wolovich linear state feedback decoupling method which allows increasing the convergence rate of output signals with a small adaptation parameter. In order to eliminate cross-interactions between control loops, the channel decoupling method based on Falb-Wolovich linear state feedback decoupling approach is applied to the system. Then, an observer is constructed to estimate the state vector of the external disturbance model and, based on the estimations, an adaptive control law with the memory regressor extension is designed to compensate for external disturbances based on the internal model principle. The system is stabilized simultaneously with the decoupling of control channels, which allows one to proceed to the problem of compensating for external unknown disturbances, bypassing the design phase of the stabilizing component of the control signal. There are no restrictions on the observability and stability of the control plant. An adaptive algorithm with the memory regressor extension combined with the Falb-Wolovich linear state feedback decoupling method is proposed to compensate for unknown external disturbances for a class of linear stationary multidimensional systems with distinct control delays. The efficiency of the proposed approach is illustrated by an example of numerical simulation in the MATLAB/Simulink environment. The resulting transient response plots demonstrate that the proposed algorithm ensures the boundedness of all closed-loop signals and the asymptotic stability of the output variables in the presence of distinct input delays under external harmonic disturbances. The proposed approach allows obtaining an improved rate of convergence of processes and can be applied in engineering systems and complexes the mathematical description of which is given in the form of linear multidimensional systems with distinct input delays.

Keywords

adaptive control, harmonic disturbance, disturbances compensation, decoupling, control delays, Falb-Wolovich method, MIMO system

For citation: Tu C.V., Dudarenko N.A. Adaptive compensation of unknown disturbances in MIMO linear systems with distinct input delays. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2025, vol. 25, no. 6, pp. 1080–1088 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2025-25-6-1080-1088

Введение

Системы управления промышленными процессами, как правило, являются многоканальными системами управления. Наличие внутренних взаимосвязей между каналами управления создает значительные трудности при проектировании таких систем. Распространенной практической проблемой является также наличие временных запаздываний различной величины в каналах управления многоканальной системы, что может быть вызвано, например, задержками при обработке команды исполнительных механизмов или задержками при передаче данных с датчиков. Эти взаимодействия и задержки создают серьезные сложности при разработке систем управления. Для решения проблемы часто применяют методы развязки каналов управления [1], позволяющие свести исходную модель системы к модельному представлению с сепаратными каналами управления. При эффективной развязке процессов можно напрямую применять стратегии управления, разработанные для одноканальных систем с одним входом и одним выходом.

Методы развязки [1] обычно классифицируются по двум категориям: статические и динамические. Методы статической развязки просты при проектировании, но эффективны только в установившемся режиме.

Напротив, методы динамической развязки, такие как идеальная, упрощенная и обратная развязки, способны скомпенсировать взаимодействия как в установившемся, так и в переходном режиме работы системы. Однако они имеют ряд ограничений, более сложны при реализации и чувствительны к погрешностям модели. Для преодоления этих ограничений были предложены подходы к развязке на основе обратной связи по состоянию [1–8]. В частности, динамический метод обратной связи по состоянию, основанный на подходе Фальба–Воловича [4], который является простым в реализации и позволяет обеспечить эффективную работу системы даже при наличии неопределенностей модели и внешних возмущений [9]. Данный подход применен в настоящей работе для решения задачи компенсации неизвестных внешних возмущений в многоканальных системах.

Один из распространенных подходов к компенсации внешних возмущений основывается на использовании метода внутренней модели [10–12], при котором внешние воздействия моделируются как выходные сигналы автономного линейного генератора. В работах [13–15] задача решается в два этапа. На первом этапе формируются оценки параметров внешних возмущений, а на втором — решается задача синтеза закона управления на основе полученных оценок, что является существенным достоинством данного подхода и позволяет приме-

нять различные алгоритмы управления и компенсации возмущений [16, 17]. Тем не менее, существенным ограничением остается требование к соблюдению условий устойчивого возбуждения регрессора [18].

В работах [19–22] рассмотрен подход к прямой компенсации возмущений в линейных системах с запаздыванием на входе. Этот метод для ослабления условия о постоянном возбуждении регрессора базируется на построении наблюдателя специальной формы, оценивающего неизвестные возмущения на основе состояния системы или ее выходного сигнала. На основе этих оценок формируется закон прямого управления, обеспечивающий желаемое поведение замкнутой системы. Расширение данного подхода на случай неустойчивых многоканальных систем с различной величиной запаздывания в каналах управления представлено в работе [23].

В настоящей работе предлагается новый метод прямой компенсации неизвестных внешних возмущений для неустойчивых многоканальных систем с различными запаздываниями в каналах управления. Сначала, с целью устранения перекрестных взаимодействий между управляющими контурами, к системе применяется метод развязки каналов на основе обратной связи по состоянию, разработанный на базе классического подхода Фальба–Воловича. Затем строится наблюдатель для оценки вектора состояния модели внешнего возмущения и на основе полученных оценок синтезируется закон управления для компенсации внешних возмущений. Стабилизация системы осуществляется одновременно с развязкой каналов, что позволяет сразу перейти к задаче компенсации возмущений, минуя фазу проектирования стабилизирующего компонента управляющего сигнала [22, 23]. Предлагаемый метод не предполагает ограничений на наблюдаемость и устойчивость объекта управления.

Постановка задачи

Рассмотрим следующую линейную систему:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_t + \mathbf{D}\mathbf{v}(t), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{R}\mathbf{v}(t), \end{cases} \quad (1)$$

где $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{v}(t) \in \mathbb{R}^k$ и $\mathbf{u}_t \in \mathbb{R}^m$ — вектор измеряемых переменных состояния, вектор измеряемых переменных выхода, вектор неизмеряемых ограниченных внешних возмущений и вектор управляющих (входных) сигналов, характеризующихся величиной задержки соответственно. Вектор управляющих сигналов задается в виде $\mathbf{u}_t = [u_1(t - \tau_1) u_2(t - \tau_2) \dots u_m(t - \tau_m)]^T$, где $\tau_i \in \mathbb{R}^+$, $u_i \equiv 0$ при $t < \tau_i$, $i = 1, 2, \dots, m$. Матрицы $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times k}$ считаются известными. Матрица \mathbf{A} может быть неустойчивой, матрица $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{m \times k}$ может быть неизвестной, а n , m , k обозначают размерности соответствующих векторов, при этом $m \leq n$. Без ограничения общности будем считать, что $\tau_1 \leq \tau_2 \leq \dots \leq \tau_m$.

Рассматриваемый объект управления и вектор возмущающих воздействия рассматриваются с учетом следующих допущений.

Допущение 1. Пара матриц (\mathbf{A}, \mathbf{B}) управляема.

Допущение 2. Вектор внешнего возмущения $\mathbf{v}(t)$ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(t) &= [v_1(t), v_2(t), \dots, v_k(t)]^T, \\ v_\alpha(t) &= \sum_{l=0}^r R_l \sin(\omega_l t + \varphi_l) + R_{0l}, \end{aligned}$$

где $v_\alpha(t)$ при $\alpha = 1, \dots, k$ представляет собой соответствующие компоненты векторного внешнего возмущения. R_l , ω_l , φ_l и R_{0l} являются неизвестными амплитудами, частотами, фазами и смещениями внешнего возмущения соответственно.

Примечание. Знание точного количества гармонических составляющих внешнего возмущения не требуется. В предлагаемом подходе используется только информация о верхней границе количества гармоник r , которая априори известна. Алгоритм остается эффективным и обеспечивает достижение цели управления в случае, если фактическое количество гармоник меньше или равно значению r [22]. В текущей работе используется каноническая форма модельного описания возмущения [16], что позволяет решать задачу компенсации внешних воздействий, в том числе и для случая гармонических составляющих одинаковой частоты.

Задача управления заключается в разработке закона управления с обратной связью по состоянию, обеспечивающего ограниченность всех сигналов в замкнутой системе и достижение цели управления

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{y}(t)\| = 0, \quad (2)$$

где $\|\cdot\|$ — евклидова норма вектора «*».

Для реализации предлагаемого метода на первом этапе проектирования закона управления осуществляется развязка каналов системы на основе линейной обратной связи по состоянию в соответствии с методом Фальба–Воловича. Далее конструируется наблюдатель для оценки вектора состояния внешнего возмущения. Полученные оценки используются для формирования закона управления, обеспечивающего компенсацию внешних возмущений в многомерной системе с различной величиной запаздывания в каналах управления.

Синтез развязки каналов многомерной системы методом Фальба–Воловича

Рассмотрим метод линейной обратной связи по состоянию, основанный на классическом подходе Фальба–Воловича, обеспечивающий одновременно развязку передаточных функций каналов линейных многоканальных систем, заданных уравнением вида (1), и стабилизацию процессов с желаемыми показателями качества.

Предположим, что $\mathbf{G}(s)$ является матрицей передаточных функций исходной системы размером $m \times m$, а $\mathbf{W}(s)$ представляет собой желаемую матрицу передаточных функций для развязанной системы. Передаточные матрицы $\mathbf{G}(s)$ и $\mathbf{W}(s)$ зададим в следующей форме

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & \dots & g_{1m}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & \dots & g_{2m}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{m1}(s) & g_{m2}(s) & \dots & g_{mm}(s) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{W}(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W_{22}(s) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & W_{mm}(s) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Рассмотрим представление системы (1) в пространстве состояний без учета внешних возмущений в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_d(t), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t). \end{cases} \quad (5)$$

Для получения желаемой матрицы передаточных функций $\mathbf{W}(s)$ развязанной системы применим следующий закон управления, первоначально предложенный в работе [4]:

$$\mathbf{u}_d(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) + \mathbf{F}\mathbf{u}_\tau, \quad (6)$$

где \mathbf{K} и \mathbf{F} — вещественные постоянные матрицы соответствующих размерностей.

Представим матрицу \mathbf{C} в виде:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^1 \\ \mathbf{c}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{c}^m \end{bmatrix},$$

где \mathbf{c}^i — i -ая строка матрицы \mathbf{C} .

Введем в рассмотрение целые числа σ_i при $i = 1, \dots, m$, такие что

$$\sigma_i = \begin{cases} \min(h: \mathbf{c}^i \mathbf{A}^{h-1} \mathbf{B} \neq \mathbf{0}^T, h = 1, 2, \dots, n-1), \\ n-1, \text{ если } \mathbf{c}^i \mathbf{A}^{h-1} \mathbf{B} = \mathbf{0}^T, h = 1, 2, \dots, n, \end{cases} \quad (7)$$

где $\mathbf{0}^T \in \mathbb{R}^m$ — строковый вектор, все элементы которого равны нулю, а также матрицы \mathbf{V}^* и \mathbf{C}^* вида

$$\mathbf{V}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^1 \mathbf{A}^{\sigma_1-1} \mathbf{B} \\ \mathbf{c}^2 \mathbf{A}^{\sigma_2-1} \mathbf{B} \\ \vdots \\ \mathbf{c}^m \mathbf{A}^{\sigma_m-1} \mathbf{B} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^1 \mathbf{A}^{\sigma_1} \\ \mathbf{c}^2 \mathbf{A}^{\sigma_2} \\ \vdots \\ \mathbf{c}^m \mathbf{A}^{\sigma_m} \end{bmatrix}.$$

Для дальнейших математических выкладок оказываются справедливыми положения следующей теоремы [1].

Теорема 1. Закон управления вида (6) существует для развязки системы (5) тогда и только тогда, когда матрица \mathbf{V}^* невырождена. Если данное условие выполнено, то при выборе

$$\mathbf{K} = (\mathbf{V}^*)^{-1} \mathbf{C}^*, \quad \mathbf{F} = (\mathbf{V}^*)^{-1}$$

получается замкнутая система с передаточной матрицей в диагональной форме, представленной следующим образом:

$$\mathbf{W}(s) = \text{diag}\{s^{-\sigma_1}, s^{-\sigma_2}, \dots, s^{-\sigma_m}\}. \quad (8)$$

Из выражения (8) следует, что все нули передаточной функции, находящиеся в правой полуплоскости, которые имеются в исходной системе с передаточной

функцией вида (3) изначально (если они присутствуют), исключаются, а закон развязки преобразует систему в набор передаточных функций с независимыми интеграторами.

Однако, чтобы обеспечить наличие у развязанной системы заранее заданных желаемых полюсов, матрицы \mathbf{K} и \mathbf{F} , в соответствии с методом Фальба–Воловича [4], подбираются специальным образом. Обозначим $\bar{n} = \sum_{i=1}^m \sigma_i$ общее количество полюсов, подлежащих назначению для замкнутой системы с обратной связью. Эти полюса делятся на m подмножеств λ_{ip} , где $p = 1, 2, \dots, \sigma_i$ для каждого $i = 1, 2, \dots, m$. Для каждого i определим характеристический полином $\varphi_i(s)$ следующим образом:

$$\varphi_i(s) = \sum_{p=1}^{\sigma_i} (s - \lambda_{ip}), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

или в виде:

$$\varphi_i(s) = q_{i0} + q_{i1}s + q_{i2}s^2 + \dots + s^{\sigma_i}.$$

Согласно разработанному методу, управляемая система должна иметь диагональную структуру, как показано в выражении (4), при этом ее элементы определяются передаточными функциями вида:

$$W_{ii}(s) = \frac{q_{i0}}{q_{i0} + q_{i1}s + q_{i2}s^2 + \dots + s^{\sigma_i}}.$$

Обозначив

$$\mathbf{C}^{**} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^1 \mathbf{A}^{\sigma_1} + \sum_{j=0}^{\sigma_1-1} q_{1j} \mathbf{c}^1 \mathbf{A}^j \\ \mathbf{c}^m \mathbf{A}^{\sigma_m} + \sum_{j=0}^{\sigma_m-1} q_{mj} \mathbf{c}^m \mathbf{A}^j \end{bmatrix},$$

перейдем к формулировке следующей теоремы [1].

Теорема 2. Если система (5) допускает развязку, то существует закон управления вида (6), где

$$\mathbf{K} = (\mathbf{V}^*)^{-1} \mathbf{C}^{**} \quad \text{и} \quad \mathbf{F} = (\mathbf{V}^*)^{-1} \begin{bmatrix} q_{10} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & q_{m0} \end{bmatrix}.$$

При использовании данного закона управления передаточные нули автоматически исключаются, что позволяет разработчику свободно выбирать собственные значения замкнутой системы на основе выражения (9).

Доказательство приведено в работе [1].

Замечание 1. Система (1), после развязки с использованием закона управления, сформированного на основе матриц \mathbf{K} и \mathbf{F} , как указано в теореме 2, эквивалентна m независимым одноканальным системам и может быть представлена в следующей форме в пространстве состояний:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_\tau + \mathbf{D}\mathbf{v}(t), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{R}\mathbf{v}(t), \end{cases} \quad (10)$$

где $\mathbf{A}_d = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$ и $\mathbf{B}_d = \mathbf{B}\mathbf{F}$ — матрицы системы, полученной после развязки, причем \mathbf{A}_d является матрицей Гурвица.

Синтез наблюдателя внешнего возмущения

Внешнее возмущение представим в виде выхода следующего автономного линейного генератора [16]:

$$\dot{\xi}(t) = \mathbf{G}\xi(t) + \mathbf{L}v(t), v(t) = \boldsymbol{\theta}^T \xi(t) \quad (11)$$

или

$$\dot{\xi}(t) = (\mathbf{G} + \mathbf{L}\boldsymbol{\theta}^T)\xi(t), v(t) = \boldsymbol{\theta}^T \xi(t), \quad (12)$$

где $\xi \in \mathbb{R}^q$ — вектор состояния внешнего возмущения; $\mathbf{G} = \text{blkdiag}\{\mathbf{G}_\alpha\}$, $\mathbf{G}_\alpha \in \mathbb{R}^{q_\alpha \times q_\alpha}$ — матрицы Гурвица, где $\text{blkdiag}\{\ast\}$ — блочная диагональная матрица с диагональными элементами «*»; $\mathbf{L} = \text{blkdiag}\{\mathbf{L}_\alpha\}$, $\mathbf{L}_\alpha \in \mathbb{R}^{q_\alpha}$ — постоянные векторы; $\boldsymbol{\theta}^T \in \mathbb{R}^{k \times q}$ — неизвестная матрица. Пары матриц $(\mathbf{G}_\alpha, \mathbf{L}_\alpha)$ выбираются произвольно таким образом, чтобы каждая пара была полностью управляема, $\alpha = 1, 2, \dots, k$ и $q = \sum_{\alpha=1}^k q_\alpha$.

Замечание 2. Применим фундаментальное решение уравнения (12) для прогнозирования значения $\xi(t)$, которое может быть представлено следующим образом:

$$\xi(t) = \Phi_i \xi(t - \tau_i),$$

где $\Phi_i = e^{(\mathbf{G} + \mathbf{L}\boldsymbol{\theta}^T)\tau_i} \in \mathbb{R}^{q \times q}$.

На основе (11) разработаем наблюдатель возмущений [23], используемый для оценки состояния.

Лемма 1. Построим наблюдатель состояния внешнего возмущения для развязанной системы (10) вида

$$\begin{cases} \dot{\phi}(t) = \mathbf{G}\phi(t) + (\mathbf{G}\mathbf{N} + \mathbf{N}\mathbf{A}_d)\mathbf{x}(t) - \mathbf{N}\mathbf{B}_d\mathbf{u}_\tau, \\ \hat{\xi}(t) = \phi + \mathbf{N}\mathbf{x}(t), \end{cases} \quad (13)$$

где $\hat{\xi}(t) \in \mathbb{R}^q$ — оценка вектора состояния $\xi(t)$; $\phi(t) \in \mathbb{R}^q$ — вспомогательный вектор наблюдателя, а для матрицы $\mathbf{N} = [\mathbf{L}_{01}, \mathbf{L}_{02}, \dots, \mathbf{L}_{0k}]^T \in \mathbb{R}^{q \times n}$ выполняется равенство:

$$\mathbf{N}_\alpha \mathbf{D} = \mathbf{L}_{0\alpha},$$

где $\mathbf{N}_\alpha \in \mathbb{R}^{q_\alpha \times n}$, а матрица $\mathbf{L}_{0\alpha}$ такая что

$$\mathbf{L}_{0\alpha} = [\mathbf{0}_{q_\alpha}, \dots, \mathbf{0}_{q_\alpha}, \mathbf{L}_\alpha, \mathbf{0}_{q_\alpha}, \dots, \mathbf{0}_{q_\alpha}],$$

где вектор \mathbf{L}_α α -й столбец; $\mathbf{0}_{q_\alpha}$ — нулевой вектор размерности q_α . Тогда $\hat{\xi}(t) = \xi(t) + \epsilon$, где ϵ экспоненциально затухает.

Доказательство приведено в работе [16].

Синтез закона управления и алгоритма адаптации

Чтобы преобразовать модель системы (10) в такую форму, при которой внешнее возмущение согласовано с управляющим воздействием \mathbf{u}_τ , используем матричное уравнение регулятора [16, 17].

Лемма 2. При выполнении допущений 1 и 2, для системы (10) существует пара решений $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{n \times q}$ и $\boldsymbol{\Psi} \in \mathbb{R}^{q \times m}$, удовлетворяющая следующим матричным уравнениям:

$$\mathbf{B}_d \boldsymbol{\Psi}^T = \mathbf{A}_d \mathbf{M} - \mathbf{M}(\mathbf{G} + \mathbf{L}\boldsymbol{\theta}^T) + \mathbf{D}\boldsymbol{\theta}^T, \mathbf{C}\mathbf{M} = -\mathbf{R}\boldsymbol{\theta}^T.$$

Подставим $v(t) = \boldsymbol{\theta}^T \xi(t)$ в (10), вводя ошибку состояния $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{M}\xi(t)$, и, вычисляя ее производную с учетом (10) и (12).

В результате получим:

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{A}_d \mathbf{e}(t) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_\tau + (\mathbf{A}_d \mathbf{M} - \mathbf{M}(\mathbf{G} + \mathbf{L}\boldsymbol{\theta}^T) + \mathbf{D}\boldsymbol{\theta}^T)\xi(t).$$

Доказательство приведено в работе [16].

Учитывая матричные уравнения из леммы 2, перепишем систему в виде:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{A}_d \mathbf{e}(t) + \mathbf{B}_d (\boldsymbol{\Psi}^T \xi(t) + \mathbf{u}_\tau), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{e}(t), \end{cases} \quad (14)$$

где матрица $\boldsymbol{\Psi}^T$ неизвестна.

Поскольку матрица передаточной функции $\mathbf{W}(s)$ диагональная, управляющий сигнал \mathbf{u}_τ и состояние ξ экзосистемы имеют одинаковые задержки. Используя замечание 2, запишем:

$$\boldsymbol{\Psi}^T \xi(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_1^T \xi(t) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\Psi}_m^T \xi(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_1^T \Phi_1 \xi(t - \tau_1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\Psi}_m^T \Phi_m \xi(t - \tau_m) \end{bmatrix} = \boldsymbol{\eta}^T \xi(t - \tau_i),$$

где $\boldsymbol{\eta}^T = [\boldsymbol{\Psi}_1^T \Phi_1, \boldsymbol{\Psi}_2^T \Phi_2, \dots, \boldsymbol{\Psi}_m^T \Phi_m]^T$ — новая матрица неизвестных параметров, при этом $\boldsymbol{\Psi}_i^T$ представляет собой i -ю строку матрицы $\boldsymbol{\Psi}^T$, а τ_i — значение задержки соответствующего канала управления.

Основываясь на лемме 1, неизмеримое состояние экзосистемы ξ заменим его оценкой $\hat{\xi}$, в то время как экспоненциально убывающий компонент опустим, поскольку он не влияет на устойчивость замкнутой системы.

После замены переменных в выражении (14) получим

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{A}_d \mathbf{e}(t) + \mathbf{B}_d (\boldsymbol{\eta}^T \hat{\xi}(t - \tau_i) + \mathbf{u}_\tau), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{e}(t). \end{cases} \quad (15)$$

Поскольку матрица \mathbf{A}_d является гурвицевой, можно синтезировать следующий закон управления для системы (15) с различными задержками на входе:

$$\mathbf{u} = -\hat{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\xi}(t), \quad (16)$$

где $\hat{\boldsymbol{\eta}}^T \in \mathbb{R}^{m \times q}$ — матрица коэффициентов, определяемая адаптивным алгоритмом.

Подставим (16) в (15):

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{A}_d \mathbf{e}(t) + \mathbf{B}_d \hat{\boldsymbol{\eta}}_\tau^T \hat{\xi}(t - \tau_i), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{e}(t), \end{cases} \quad (17)$$

где $\hat{\boldsymbol{\eta}}^T = \boldsymbol{\eta}^T - \hat{\boldsymbol{\eta}}_\tau^T$ — матрица параметрической ошибки с учетом множественных задержек; $\hat{\boldsymbol{\eta}}_\tau^T = [\hat{\boldsymbol{\eta}}_1^T(t - \tau_1), \hat{\boldsymbol{\eta}}_1^T(t - \tau_2), \dots, \hat{\boldsymbol{\eta}}_1^T(t - \tau_m)]^T$ — матрица настраиваемых параметров с задержкой.

Из (17) следует, что отрицательное влияние запаздывания не было полностью устранено. Для решения данной проблемы построим расширенный вектор ошибки [24]

$$\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{e} + \boldsymbol{\chi}, \quad (18)$$

где сигнал $\boldsymbol{\chi}$ определяется как

$$\dot{\chi} = \mathbf{A}_d \chi + \mathbf{B}_d (\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\tau}^T - \hat{\boldsymbol{\eta}}^T) \hat{\xi}(t - \tau_i). \quad (19)$$

Продифференцируем выражение (18) с учетом (17) и (19):

$$\begin{cases} \dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}(t) = \mathbf{A}_d \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbf{B}_d \hat{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\xi}(t - \tau_i), \\ \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(t) = \mathbf{C} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}. \end{cases} \quad (20)$$

Перепишем (20) в виде:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{W}(s) [\hat{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\xi}(t - \tau_i)]. \quad (21)$$

Для применения алгоритма адаптации на основании (21), расширенная ошибка может быть определена в соответствии со схемой подстановки ([16, стр. 337, лемма D.4]) следующим образом:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbf{W}(s) [\hat{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\xi}(t - \tau_i)] - \mathbf{W}(s) [\hat{\xi}_{\tau}^T] \hat{\boldsymbol{\eta}}. \quad (22)$$

Тогда справедливо равенство:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{W}(s) [\hat{\xi}_{\tau}^T] \hat{\boldsymbol{\eta}}, \quad (23)$$

где

$$\mathbf{W}(s) [\hat{\xi}_{\tau}^T] = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{11}(s) [(\hat{\xi}^T(t - \tau_1))] & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \mathbf{W}_{mm}(s) [(\hat{\xi}^T(t - \tau_m))] \end{bmatrix}.$$

Модель ошибки (23) хорошо известна в теории адаптивного управления и позволяет использовать градиентный алгоритм адаптации. Однако данный алгоритм адаптации может демонстрировать очень низкую скорость сходимости в некоторых случаях [18]. Чтобы улучшить сходимость всех сигналов в системе, построим алгоритм адаптации с расширенным регрессором, как предложено в [16, 22]. Основываясь на (23), рассмотрим новую (расширенную) переменную

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbf{W}(s) [\hat{\xi}_{\tau}^T] \hat{\boldsymbol{\eta}}. \quad (24)$$

С учетом (15), (21) и (22), уравнение (24) перепишем в следующем виде:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{y} - \mathbf{W}(s) [\mathbf{u}_{\tau}]$$

или

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{W}(s) [\hat{\xi}_{\tau}^T] \hat{\boldsymbol{\eta}}. \quad (25)$$

Обозначим $\boldsymbol{\Lambda} = \mathbf{W}(s) [\hat{\xi}_{\tau}^T]$. Умножая обе части уравнения (25) на $\boldsymbol{\Lambda}$, получим

$$\boldsymbol{\Lambda} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\Lambda}^T \hat{\boldsymbol{\eta}}. \quad (26)$$

Фильтруя обе части выражения (26) с помощью апериодического звена первого порядка $\mathbf{H}(s) = \frac{1}{\beta s + 1}$, где коэффициент $\beta > 0$, запишем

$$\underbrace{\mathbf{H}(s) [\boldsymbol{\Lambda} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}]}_{\mathbf{Y}} = \underbrace{\mathbf{H}(s) [\boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\Lambda}^T]}_{\boldsymbol{\Omega}} \hat{\boldsymbol{\eta}}, \quad (27)$$

$$\mathbf{Y} = \boldsymbol{\Omega} \hat{\boldsymbol{\eta}}.$$

На основе уравнения (27) алгоритм адаптации примет вид

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\eta}}} = \mu (\mathbf{Y} - \boldsymbol{\Omega} \hat{\boldsymbol{\eta}}), \quad (28)$$

где μ — коэффициент адаптации.

С алгоритмом адаптации (28) замкнутая система удовлетворяет следующим свойствам [22].

Лемма 3. При выполнении допущений 1 и 2, алгоритм адаптации (28) совместно с наблюдателем возмущений (13), законом управления (16) и схемой замены (22), при применении к объекту управления (10), приводит к следующим результатам:

- ограниченность $\|\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}\|, \|\hat{\boldsymbol{\eta}}\|$;
- асимптотическая сходимость $\|\tilde{\boldsymbol{\eta}}^T \hat{\xi}\| \rightarrow 0, \|\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\tau}^T \hat{\xi}\| \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$;
- если собственное значение $\lambda_k(t) \notin \mathcal{L}_1$ матрицы $\boldsymbol{\Omega}$ минимальное, тогда $\|\hat{\boldsymbol{\eta}}\| \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, где \mathcal{L}_1 — пространство абсолютно интегрируемых векторных функций;
- если $\boldsymbol{\Lambda} \in \text{PE}$, тогда $\|\hat{\boldsymbol{\eta}}\|$ стремится к нулю экспоненциально, и эта сходимость может быть ускорена за счет увеличения параметра μ , где $\boldsymbol{\Lambda} \in \text{PE}$ — векторная функция $\boldsymbol{\Lambda}(t)$, которая удовлетворяет условию постоянного возбуждения (PE) [18].

Следовательно, можно сделать вывод, что предложенный метод позволяет достичь цели управления (2).

Теорема 3. При выполнении допущений 1 и 2, закон управления (16) совместно с внешним наблюдателем возмущений (13), схемой замены (22) и алгоритмом адаптации (28), при применении к системе (10), которая получена путем декомпозиции системы (1) с использованием закона управления (6) и матриц, определенных в теореме 2, обеспечивает ограниченность всех сигналов в замкнутой системе и достижение цели управления (2).

Численный пример

Рассмотрим систему вида (1) с задержками в двух сигналах управлений $\tau_1 = 5$ с и $\tau_2 = 3$ с. Зададим матрицы системы:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0,1 & -0,9 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Пусть внешние возмущения заданы в виде:

$$\mathbf{v}(t) = \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \sin(2t) \\ 4 + 7 \sin(3t) \end{bmatrix}.$$

Выберем следующие матрицы для внешнего возмущения:

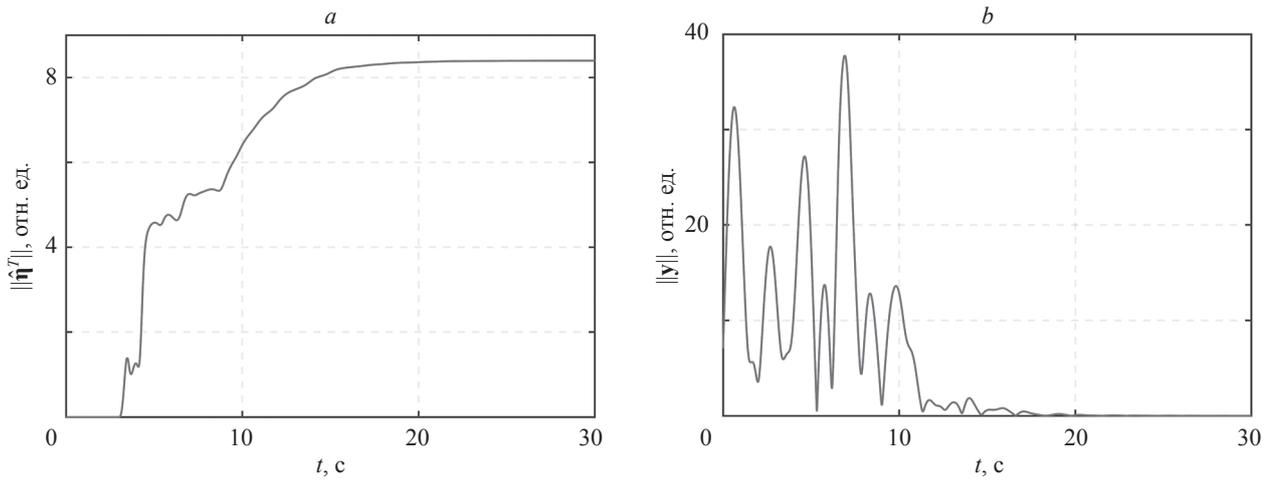


Рисунок. Переходные процессы в замкнутой системе при $\mu = 3$: настраиваемого параметра $\hat{\eta}^T$ (a); выходного сигнала системы y (b)

Figure. Transients in the closed-loop control system with $\mu = 3$: transient process of the adjusted parameter $\hat{\eta}^T$ (a); Transient process of the system output y (b)

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}, \mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix}, \mathbf{L}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Из выражения (7) получим: $\sigma_1 = 2$ и $\sigma_2 = 1$ для соответствующих выходов. Назначим полюса для первого канала такими, что $\lambda_{11} = -6$ и $\lambda_{12} = -2$, а для второго — $\lambda_{21} = -3$. В этом случае матрицы \mathbf{F} и \mathbf{K} , используемые для синтеза управления, примут вид

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 12 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 12,1 & 7,1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Для синтеза закона управления и алгоритма адаптации сконструируем наблюдатель возмущений в соответствии с уравнением (13) с матрицами:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -6 & -11 & -6 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0,6667 & -0,6667 & 1,3333 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

При выборе коэффициента адаптации $\mu = 3$ и фильтра $\mathbf{H}(s) = \frac{1}{s+1}$, а также при моделировании с начальным условием $\mathbf{x}(t) = [-1; 1; 0]$, получим результаты, представленные на рисунке.

Результаты моделирования показали работоспособность предложенного подхода к синтезу регулятора, который позволяет обеспечить ограниченность всех сигналов в замкнутой системе и выполнение целевого условия (2).

Заключение

Рассмотрена задача адаптивной компенсации для линейных стационарных систем с произвольными запаздываниями в канале управления и неизвестными внешними возмущениями. Предложенный метод обеспечивает эффективную компенсацию возмущений даже в случае наличия различных величин запаздывания в каналах управления. Результаты показывают, что данный метод может быть применен к неустойчивым системам без необходимости дополнительного формирования стабилизирующей компоненты управляющего сигнала. Однако метод реализуем для квадратных систем, имеющих равное количество входов и выходов.

Представленное решение может быть расширено на случай проектирования закона управления для класса систем с неизмеряемым вектором состояния, что является направлением для будущих исследований.

Литература

1. Wang Q-G. *Decoupling Control*. Springer, 2003. 369 p. <https://doi.org/10.1007/3-540-46151-5>
2. Morgan B.S. The synthesis of linear multivariable systems by state-variable feedback // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1964. V. 9. N 4. P. 405–411. <https://doi.org/10.1109/TAC.1964.1105733>
3. Gilbert E.G. The decoupling of multivariable systems by state feedback // *SIAM Journal on Control*. 1969. V. 7. N 1. P. 50–63. <https://doi.org/10.1137/0307004>
4. Falb P., Wolovich W. Decoupling in the design and synthesis of multivariable control systems // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1967. V. 12. N 6. P. 651–659. <https://doi.org/10.1109/TAC.1967.1098737>
5. Chu D., Malabre M. Numerically reliable design for proportional and derivative state-feedback decoupling controller // *Automatica*. 2002. V. 38. N 12. P. 2121–2125. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(02\)00138-3](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(02)00138-3)
6. Nijmeijer H., Respondek W. Dynamic input-output decoupling of nonlinear control systems // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1988. V. 33. N 11. P. 1065–1070. <https://doi.org/10.1109/9.14420>
7. Mertzios B.G., Christodoulou M.A. Decoupling and pole-zero assignment of singular systems with dynamic state feedback // *Circuits, Systems and Signal Processing*. 1986. V. 5. N 1. P. 49–68. <https://doi.org/10.1007/bf01600186>
8. Estrada M.B., Malabre M. Proportional and derivative state-feedback decoupling of linear systems // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2000. V. 45. N 4. P. 730–733. <https://doi.org/10.1109/9.847111>
9. Angelico B., Barbosa F.S., Toriumi F. State feedback decoupling control of a control moment gyroscope // *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*. 2017. V. 28. N 1. P. 26–35. <https://doi.org/10.1007/s40313-016-0277-8>
10. Francis B.A., Wonham W.M. The internal model principle for linear multivariable regulators // *Applied Mathematics and Optimization*. 1975. V. 2. N 2. P. 170–194. <https://doi.org/10.1007/bf01447855>
11. Davison E. The robust control of a servomechanism problem for linear time-invariant multivariable systems // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1976. V. 21. N 1. P. 25–34. <https://doi.org/10.1109/tac.1976.1101137>
12. Johnson C. Accommodation of external disturbances in linear regulator and servomechanism problems // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1971. V. 16. N 6. P. 635–644. <https://doi.org/10.1109/tac.1971.1099830>
13. Nikiforov V.O. Nonlinear servocompensation of unknown external disturbances // *Automatica*. 2001. V. 37. N 10. P. 1647–1653. [https://doi.org/10.1016/s0005-1098\(01\)00117-0](https://doi.org/10.1016/s0005-1098(01)00117-0)
14. Nikiforov V.O. Adaptive non-linear tracking with complete compensation of unknown disturbances // *European Journal of Control*. 1998. V. 4. N 2. P. 132–139. [https://doi.org/10.1016/s0947-3580\(98\)70107-4](https://doi.org/10.1016/s0947-3580(98)70107-4)
15. Nikiforov V.O. Adaptive servomechanism controller with an implicit reference model // *International Journal of Control*. 1997. V. 68. N 2. P. 277–286. <https://doi.org/10.1080/002071797223604>
16. Nikiforov V.O., Gerasimov D.N. *Adaptive Regulation: Reference Tracking and Disturbance Rejection*. Springer, 2022. 376 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-96091-9>
17. Isidori A. *Lectures in Feedback Design for Multivariable Systems*. Springer, 2017. 424 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-42031-8>
18. Narendra K.S., Annaswamy A.M. *Stable Adaptive Systems*. PrenticeHall, 1989. 494 p.
19. Gerasimov D.N., Nikiforov V.O., Paramonov A.V. Adaptive disturbance compensation in delayed linear systems: Internal model approach // *Proc. of the IEEE Conference on Control Applications (CCA)*. 2015. P. 1692–1696. <https://doi.org/10.1109/cca.2015.7320853>
20. Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. Algorithms of adaptive disturbance compensation in linear systems with arbitrary input delay // *International Journal of Control*. 2020. V. 93. N 7. P. 1596–1604. <https://doi.org/10.1080/00207179.2018.1521527>
21. Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. Algorithms of fast adaptive compensation of disturbance in linear systems with arbitrary input delay // *IFAC-PapersOnLine*. 2017. V. 50. N 1. P. 12892–12897. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2017.08.1942>
22. Nikiforov V.O., Paramonov A.V., Gerasimov D.N., Pashenko A.V. Adaptive compensation of unmatched disturbances in MIMO LTI

References

1. Wang Q-G. *Decoupling Control*. Springer, 2003, 369 p. <https://doi.org/10.1007/3-540-46151-5>
2. Morgan B.S. The synthesis of linear multivariable systems by state-variable feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1964, vol. 9, no. 4, pp. 405–411. <https://doi.org/10.1109/TAC.1964.1105733>
3. Gilbert E.G. The decoupling of multivariable systems by state feedback. *SIAM Journal on Control*, 1969, vol. 7, no. 1, pp. 50–63. <https://doi.org/10.1137/0307004>
4. Falb P., Wolovich W. Decoupling in the design and synthesis of multivariable control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1967, vol. 12, no. 6, pp. 651–659. <https://doi.org/10.1109/TAC.1967.1098737>
5. Chu D., Malabre M. Numerically reliable design for proportional and derivative state-feedback decoupling controller. *Automatica*, 2002, vol. 38, no. 12, pp. 2121–2125. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(02\)00138-3](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(02)00138-3)
6. Nijmeijer H., Respondek W. Dynamic input-output decoupling of nonlinear control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1988, vol. 33, no. 11, pp. 1065–1070. <https://doi.org/10.1109/9.14420>
7. Mertzios B.G., Christodoulou M.A. Decoupling and pole-zero assignment of singular systems with dynamic state feedback. *Circuits, Systems and Signal Processing*, 1986, vol. 5, no. 1, pp. 49–68. <https://doi.org/10.1007/bf01600186>
8. Estrada M.B., Malabre M. Proportional and derivative state-feedback decoupling of linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, vol. 45, no. 4, pp. 730–733. <https://doi.org/10.1109/9.847111>
9. Angelico B., Barbosa F.S., Toriumi F. State feedback decoupling control of a control moment gyroscope. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 2017, vol. 28, no. 1, pp. 26–35. <https://doi.org/10.1007/s40313-016-0277-8>
10. Francis B.A., Wonham W.M. The internal model principle for linear multivariable regulators. *Applied Mathematics and Optimization*, 1975, vol. 2, no. 2, pp. 170–194. <https://doi.org/10.1007/bf01447855>
11. Davison E. The robust control of a servomechanism problem for linear time-invariant multivariable systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1976, vol. 21, no. 1, pp. 25–34. <https://doi.org/10.1109/tac.1976.1101137>
12. Johnson C. Accommodation of external disturbances in linear regulator and servomechanism problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1971, vol. 16, no. 6, pp. 635–644. <https://doi.org/10.1109/tac.1971.1099830>
13. Nikiforov V.O. Nonlinear servocompensation of unknown external disturbances. *Automatica*, 2001, vol. 37, no. 10, pp. 1647–1653. [https://doi.org/10.1016/s0005-1098\(01\)00117-0](https://doi.org/10.1016/s0005-1098(01)00117-0)
14. Nikiforov V.O. Adaptive non-linear tracking with complete compensation of unknown disturbances. *European Journal of Control*, 1998, vol. 4, no. 2, pp. 132–139. [https://doi.org/10.1016/s0947-3580\(98\)70107-4](https://doi.org/10.1016/s0947-3580(98)70107-4)
15. Nikiforov V.O. Adaptive servomechanism controller with an implicit reference model. *International Journal of Control*, 1997, vol. 68, no. 2, pp. 277–286. <https://doi.org/10.1080/002071797223604>
16. Nikiforov V.O., Gerasimov D.N. *Adaptive Regulation: Reference Tracking and Disturbance Rejection*. Springer, 2022, 376 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-96091-9>
17. Isidori A. *Lectures in Feedback Design for Multivariable Systems*. Springer, 2017, 424 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-42031-8>
18. Narendra K.S., Annaswamy A.M. *Stable Adaptive Systems*. PrenticeHall, 1989, 494 p.
19. Gerasimov D.N., Nikiforov V.O., Paramonov A.V. Adaptive disturbance compensation in delayed linear systems: Internal model approach. *Proc. of the IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, 2015, pp. 1692–1696. <https://doi.org/10.1109/cca.2015.7320853>
20. Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. Algorithms of adaptive disturbance compensation in linear systems with arbitrary input delay. *International Journal of Control*, 2020, vol. 93, no. 7, pp. 1596–1604. <https://doi.org/10.1080/00207179.2018.1521527>
21. Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. Algorithms of fast adaptive compensation of disturbance in linear systems with arbitrary input delay. *IFAC-PapersOnLine*, 2017, vol. 50, no. 1, pp. 12892–12897. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2017.08.1942>
22. Nikiforov V.O., Paramonov A.V., Gerasimov D.N., Pashenko A.V. Adaptive compensation of unmatched disturbances in MIMO LTI

- plants with input delay // Proc. of the 2021 American Control Conference (ACC), 2021, P. 2430–2435. <https://doi.org/10.23919/acc50511.2021.9482716>
23. Nikiforov V.O., Paramonov A.V., Gerasimov D.N. Adaptive compensation of unmatched disturbances in unstable MIMO LTI plants with distinct input delays // IFAC-PapersOnLine, 2023, V. 56, N 2, P. 9179–9184. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2023.10.159>
24. Герасимов Д.Н., Парамонов А.В., Никифоров В.О. Алгоритм компенсации мультигармонических возмущений в линейных системах с произвольным запаздыванием: метод внутренней модели // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16. № 6. С. 1023–1030. <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2016-16-6-1023-1030>
- plants with input delay. Proc. of the 2021 American Control Conference (ACC), 2021, pp. 2430–2435. <https://doi.org/10.23919/acc50511.2021.9482716>
23. Nikiforov V.O., Paramonov A.V., Gerasimov D.N. Adaptive compensation of unmatched disturbances in unstable MIMO LTI plants with distinct input delays. IFAC-PapersOnLine, 2023, vol. 56, no. 2, pp. 9179–9184. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2023.10.159>
24. Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. Algorithm of multiharmonic disturbance compensation in linear systems with arbitrary delay: internal model approach. Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics, 2016, vol. 16, no. 6, pp. 1023–1030. (in Russian). <https://doi.org/10.17586/2226-1494-2016-16-6-1023-1030>

Авторы

Ты Конг Винь — аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, <https://orcid.org/0009-0005-5106-8560>, congvinhvkdn@gmail.com

Дударенко Наталия Александровна — кандидат технических наук, доцент, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, [sc 36662185600](https://orcid.org/0000-0002-3553-0584), <https://orcid.org/0000-0002-3553-0584>, dudarenko@itmo.ru

Статья поступила в редакцию 02.06.2025
Одобрена после рецензирования 12.09.2025
Принята к печати 17.11.2025

Authors

Cong Vinh Tu — PhD Student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, <https://orcid.org/0009-0005-5106-8560>, congvinhvkdn@gmail.com

Natalia A. Dudarenko — PhD, Associate Professor, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, [sc 36662185600](https://orcid.org/0000-0002-3553-0584), <https://orcid.org/0000-0002-3553-0584>, dudarenko@itmo.ru

Received 02.06.2025
Approved after reviewing 12.09.2025
Accepted 17.11.2025



Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»