

УДК 535.317, 628.931

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СВЕТОВОГО ПЯТНА В НАКЛОННОМ ПУЧКЕ

А.А. Трофимук

Предложено математическое описание и рассчитана оптическая система, формирующая прямоугольное пятно света в широком наклонном пучке при отсутствии наклона источника света и оптической системы. Описание пригодно для использования в процессе автоматической оптимизации и позволяет достичь удовлетворительной равномерности освещенности в световом пятне.

Ключевые слова: светодиод, кривая Безье, прямоугольное световое пятно, неизображающая оптика, уличное освещение.

Введение

В последние годы в связи с возросшими требованиями к энергопотреблению возникает необходимость использования новых источников света, таких как светодиоды. Требования к оптике осветителей также ужесточаются как со стороны производителей оптики, так и потребителя. Перспективным для расчета является использование преломляющих поверхностей свободной формы и оптических элементов на их основе. Требуется также новые методы для расчета неизображающей оптики.

В ряде светотехнических задач (уличное освещение [1], подсветка экранов и т.д.) возникает необходимость получения светового пятна, не лежащего на оси оптической системы и источника света, а также имеющего размеры больше расстояния до источника света. Использование короткофокусных проекторов, вырезающих часть поля формируемого светового пятна, имеет ряд недостатков – большие потери света, сложные оптические схемы, формирование требуемого пятна только в плоскости изображения. Использование наклона оптической системы вместе с источником ведет к искажению формы пятна и перераспределению светового потока по пятну. В связи с этим была поставлена задача предложить математическую модель и рассчитать неизображающую оптическую систему, устраняющую данные недостатки, а также имеющую минимальное количество оптических элементов. Предполагается использование модели в дальнейшем при расчете подобных систем.

Математическое описание начальной формы поверхности

Получим для начала систему, формирующую квадратное пятно, центр которого лежит на оси источника света. Возьмем точечный источник, излучающий по закону Ламберта $I = I_0 \cos(\theta)$, который рассматривается как грубое приближение светодиода. Для создания равномерной освещенности должно выполняться равенство $E = \text{const}$, где E – освещенность в пределах светового пятна. При достаточной удаленности светового пятна от источника света будем иметь $E = \frac{I}{R^2}$. Тогда $E = E(\theta) = I_0 \cos(\theta)/R^2$.

Нужно поместить между источником и пятном оптическую систему, например, из двух преломляющих поверхностей, которая реализует условие постоянности освещенности.

Используем следующий алгоритм. Разобьем световой пучок на элементарные световые пучки $I_1 = I_0 \cos(\partial\theta), I_2 = I_0 \cos(2\partial\theta), I_n = I_0 \cos(n\partial\theta)$, где $\partial\theta = \frac{\pi}{2n}$. Пусть каждый пучок (луч) попадает на маленький отрезок прямой. Подберем такие углы наклона этих отрезков, чтобы освещенность,

создаваемая лучами, была приблизительно постоянной на заданном детекторе, а отрезки соприкасались концами друг с другом.

Для трехмерного случая преломления необходимо иметь квадратную форму светового пятна. В данном случае алгоритм усложняется, так как добавляется условие квадратности формы пятна, а отрезки заменяются плоскими поверхностями. В общем случае из-за симметрии можно взять четверть телесного угла источника света и четверть поверхности. В итоге получаем поверхности, формирующие пятно света с приблизительно равномерной освещенностью от точечного источника. На рис. 1, а, показана полученная освещенность для приемника, имеющего разрешение 9×9 пикселей, а на рис. 1, б – освещенность для приемника размером 25×25 пикселей. Провалы на графиках обусловлены фасетчатой структурой поверхности и грубостью расчета.

Для протяженного источника света, каковым является светодиод, этот метод весьма сложен [2], поэтому необходимо использовать автоматическую оптимизацию, в результате которой будет статистически найдено компромиссное решение для протяженного источника, а поверхность будет иметь гладкую форму, без провалов и ступенек в распределении освещенности. На основе полученного приближения точечного источника было предложено описать поверхность в виде комбинации кривых Безье, которые получают распространение при описании поверхностей неизображающих оптических систем [3, 4].

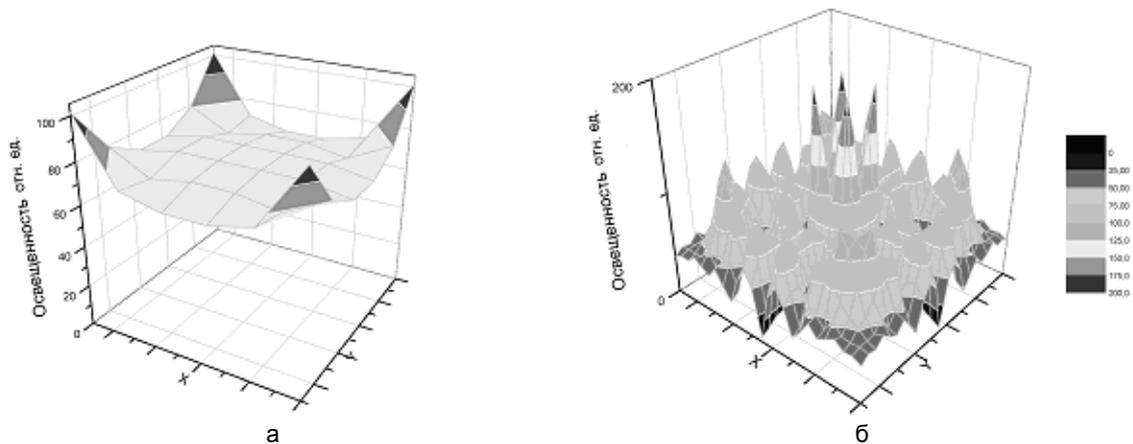


Рис. 1. Освещенность, рассчитанная с помощью алгоритма для точечного источника, на приемнике размером 9×9 пикселей (а); 25×25 пикселей (б)

Как известно [5], параметрическая кривая Безье в декартовых координатах $\mathbf{B}(t) = \{Bx(t), By(t)\}, t \in [0, 1]$ определяется всего лишь набором n контрольных точек $\mathbf{P}_i = \{(Px_i, Py_i), i = 1..n\}$ и имеет следующее математическое описание:

$$\mathbf{B}(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{b}_{i,n}(t) \mathbf{P}_i, t \in [0, 1], \quad (1)$$

где $\mathbf{b}_{i,n}(t) = \frac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i}, i = 0..n$ – базисный полином Бернштейна. В полярных координатах кривая

Безье (иногда ее называют п-Безье) $C(t)$ имеет следующее выражение [6]:

$$C(t) = \begin{cases} \rho(t) = 1 / \sum_{i=0}^n (1/c_i) A_{i,n}(t) \\ \theta(t) = nt \end{cases}, t \in [-\Delta, \Delta], 2n\Delta < \pi, \quad (2)$$

где $A_{i,n} = \frac{1}{\sin(2\Delta)^n} \frac{n!}{i!(n-i)!} \sin^{n-i}(\Delta-t) \sin^i(\Delta+t)$ – тригонометрический полином Бернштейна; c_i –

контрольные точки кривой п-Безье. В качестве уравнения преломляющей поверхности была предложена поверхность вращения кривой Безье, заданной выражением (1) вдоль направляющей, определяемой уравнением (2). Результирующая поверхность вследствие симметрии состоит из четырех одинаковых поверхностей $\mathbf{F}(u, v)$, имеющих следующее параметрическое уравнение в декартовых координатах:

$$\mathbf{F}(u, v) = \begin{cases} F_x(u, v) = \sqrt{B_y(u) \rho(v)} \cos(\theta(v)) \\ F_y(u, v) = \sqrt{B_y(u) \rho(v)} \sin(\theta(v)), u \in [0, 1], v \in [-\pi/4, \pi/4]. \\ F_z(u, v) = B_x(u) \end{cases} \quad (3)$$

Рассчитанная оптическая система, формирующая квадратное пятно

Для расчета были взяты следующие данные: светодиод Luxeon Rebel White, размер освещаемой площадки 40×40 м, расстояние до площадки 10 м. Поверхность была описана в программе Zemax при помощи пользовательской dll, оптимизация проводилась также в программе Zemax методом «orthogonal descent» [3], более эффективным для такого рода систем, чем метод наименьших квадратов. В качестве переменных использовались контрольные точки кривых Безье. Так как значения точек имеют одинаковый порядок малости, то их вклад в функцию качества примерно одинаков при одинаковых весах, что позволяет избежать использования весовых коэффициентов разных порядков при оптимизации. Габариты рассчитанной системы $15 \times 15 \times 5$ мм. Назовем ее линзой А, она изображена на рис. 2. Материал линзы – органическое стекло. На рис. 3 показано полученное распределение освещенности.

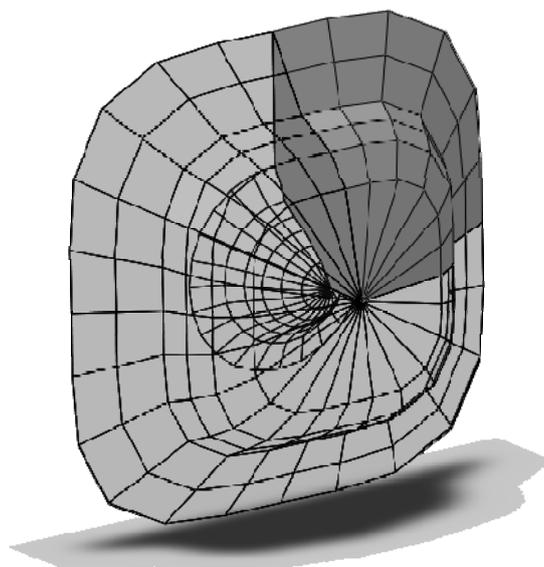


Рис. 2. Форма линзы А, рассчитанная четверть выделена более темным цветом. Масштаб 4:1

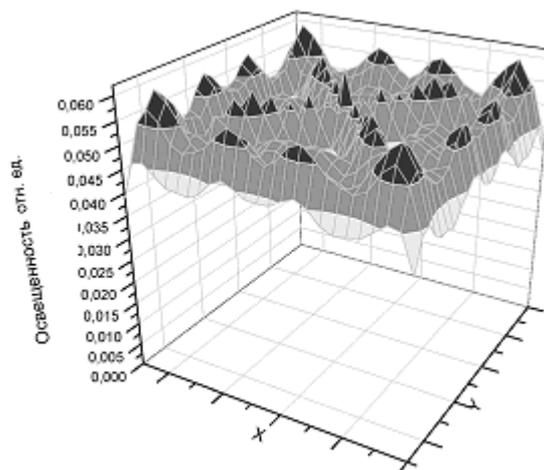


Рис. 3. Освещенность пятна, формируемого линзой А, в относительных единицах

Таким образом, при помощи описанной методики можно рассчитать линзу А, формирующую квадратное пятно с удовлетворительной равномерностью освещенности. Немаловажно, что форма и структура пятна сохраняются на всем протяжении пучка света. Эффективность данной системы составляет 90%, потери возникают за счет френелевского отражения.

Вариант оптической системы для наклонных пучков

Как было показано выше, освещенность для линзы А зависит практически только от углов распространения света, так как мы формируем распределение освещенности, меняя распределение силы света. Значит, ограничивая углы лучей от источника света, можно получать различные формы световых пятен, причем световые пучки будут наклонными. Рассчитаем линзу А с условиями, указанными выше, но с размером пятна 20×40 м. Для этого будем использовать половину поверхности на рис. 3, т.е. она будет

формировать освещенность для светового потока в телесном угле π . Часть света в оставшемся угле π направим вверх при помощи зеркала Б, расположенного ниже линзы А (рис. 4). Форма зеркала описывается поверхностью вращения кривой Безье [7].

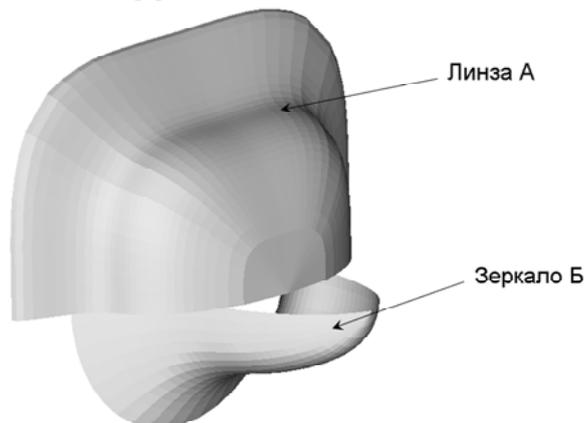


Рис. 4. Оптическая схема для получения прямоугольного пятна. Масштаб 4:1 с сохранением пропорций

В связи с тем, что зеркало полностью не отобразит половину источника света в линзу А, снова требуется искать компромисс при помощи оптимизации и менять как зеркало Б, так и линзу А. Оба элемента в принципе могут быть объединены в один и изготовлены методом литья под давлением. Полученное в результате моделирования распределение освещенности показано на рис. 5.

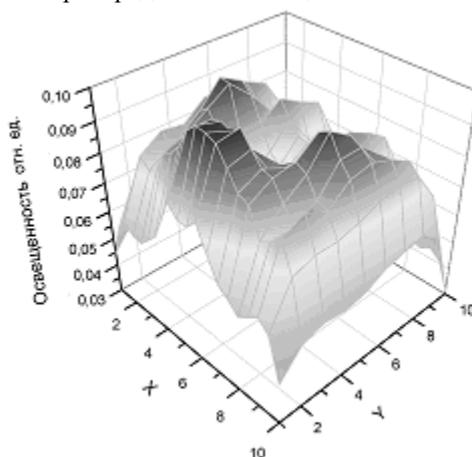


Рис. 5. Освещенность в относительных единицах для светового пятна, формируемого половиной линзы А и зеркалом Б

Заключение

Предложено математическое описание систем для формирования световых пятен прямоугольной и квадратной формы. Рассчитанная оптическая система позволяет формировать пятно с соотношением сторон 2:1. Для получения других соотношений необходимо использовать более сложные преломляющие поверхности, но пригодные для автоматизированного расчета. На основе этой схемы были реализованы светильники уличного освещения типа I и типа III, согласно требованиям [1]. Линза, изображенная на рис. 2 и имеющая поверхности, описываемые формулой (3), позволяет реализовать светильник типа V [1]. Предложенное математическое описание может быть также использовано для автоматизированного расчета осветителей иного назначения.

Литература

1. ANSI IESNA RP-8-00. Practice for Roadway Lighting. – Approved 27.06.2000. – American National Standard Institute Inc. – 70 p.
2. Bortz J., Shatz N. and D. Pitou. Optimal design of a nonimaging projection lens for use with an LED source and a rectangular target // Proceeding of SPIE. – 2000. – V. 4092. – P. 130–138.
3. Kudaev S., Schreiber P. Automated optimization of non-imaging optics for luminaries // Proceedings of SPIE. – 2006. – V. 5942. – P. 87–95.
4. Trofimuk A. Ray tracing illuminates custom design of LED light sources // Laser Focus World. – 2008. – № 11. – P. 51–53.

5. Piegel L., Tiller W. The NURBS Handbook. – Springer, Berlin, 1997. – 639 p.
6. Hill J.M.D., Skillicorn D.B., Casciola G., Morigi S., Sanchez-Reyes J. Degree elevation for p-Bezier curves // Computer Aided Geometric Design. – April 1998. – V. 15. – № 4. – P. 313–322.
7. Trafimuk A. How to Create Surfaces of Revolution via User Defined Objects // Zemax knowledge base [Электронный ресурс]. – Режим доступа <http://www.radiantzemax.com/kb-en/Knowledgebase/How-to-Create-Surfaces-of-Revolution-via-User-Defined-Objects>, свободный. Яз. англ. (дата обращения 13.06.2012).

Трофимук Анатолий Андреевич

– Ellis Amalgamated LLC (Беларусь), инженер-конструктор, аспирант,
anatoli@opticsforhire.com