

УДК 535.317

## АБЕРРАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ КОМПОЗИЦИИ ТОНКОГО ОПТИЧЕСКОГО КОМПОНЕНТА С КОНЦЕНТРИЧЕСКИМ МЕНИСКОМ

В.В. Ежова, В.А. Зверев, Т.В. Точилина

Показано, что в изображении, образованном оптической системой, состоящей из тонкой линзы и концентричного входному зрачку мениска конечной толщины, принципиально можно достичь плананастигматической коррекции aberrаций. Однако при этом возникает проблема выбора материала линз. Подобный анализ коррекционных возможностей оптической системы выполнен и в том случае, когда тонкий компонент состоит из двух тонких линз, оптическая сила которых имеет разный знак.

**Ключевые слова:** изображение, оптическая система, тонкий компонент, aberrация, концентрическая система, входной зрачок.

### Введение

Теоретическую базу композиции оптических систем, удовлетворяющих требованиям современных оптических устройств, составляют результаты исследования aberrационных свойств оптических поверхностей, отдельных линз и их сочетаний. Эти исследования определяют суть научной школы вычислительной оптики в СПб НИУ ИТМО, основы которой были заложены трудами профессора М.М. Русинова и его учеников [1–4]. Предлагаемая работа посвящена исследованию aberrационных свойств тонкого компонента с концентрическим мениском конечной толщины, цель которого определяется потребностью в развитии теории композиции оптических систем соответствующего типа и в решении задач оптимизации их параметров.

### Постановка задачи

Если расстояния между поверхностями сколь угодно сложной системы не являются коррекционными параметрами, в первом приближении их можно принять равными нулю. Такую систему будем называть тонким компонентом. При этом равным нулю будет и расстояние между главными плоскостями системы. Тонкий компонент можно считать простейшей структурной единицей при построении любой

оптической системы. В параксиальной области тонкий компонент будем характеризовать его оптической силой  $\varphi$ . Оптическая сила тонкого компонента равна  $\varphi_k = \sum_{i=0}^m \varphi_i$ , где  $\varphi_i$  – оптическая сила  $i$ -ой линзы тонкого компонента. Параметры тонкого компонента позволяют получить апланатическую коррекцию aberrаций в образованном изображении, т.е. коррекцию aberrаций широких пучков лучей. Для коррекции aberrаций узких пучков лучей необходим дополнительный компенсатор, в качестве которого можно применить второй тонкий компонент, расположенный на конечном расстоянии от первого. Однако известно, что главные плоскости концентрического мениска совмещены и проходят через центр кривизны поверхностей мениска. Таким образом, при конечном расстоянии между главными плоскостями тонкий компонент и концентрический мениск могут располагаться в непосредственной близости друг к другу. По этой причине важно выяснить возможность коррекции осевых и полевых aberrаций в изображении, образованном такой достаточно компактной системой.

**Анализ возможной коррекции aberrаций в изображении, образованном оптической системой, состоящей из тонкого компонента и концентрического мениска конечной толщины**

При нормировке величин  $n' = 1$ ,  $\alpha' = 1$ ,  $\beta_1 = 1$  выражения, определяющие коэффициенты сферической aberrации, комы и астигматизма третьего порядка изображения, образованного тонким компонентом, можно представить в следующем виде:

$$S_I = f'_k P^\infty, \quad S_{II} = z_p P^\infty + f'_k W^\infty, \tag{1}$$

$$S_{III} = \left( \frac{1}{f'_k} \right) z_p^2 P^\infty + 2z_p W^\infty + f'_k, \tag{2}$$

где  $P^\infty$  и  $W^\infty$  – основные параметры тонкого компонента;  $z_p$  – расстояние от осевой точки тонкого компонента до осевой точки входного зрачка.

Положив  $z_p = 0$ , получаем  $S_I = f'_k P^\infty$ ;  $S_{II} = f'_k W^\infty$ ;  $S_{III} = f'_k$ . При  $P^\infty = 0$  и  $W^\infty = 0$  независимо от положения входного зрачка имеем  $S_I = 0$ ;  $S_{II} = 0$ ;  $S_{III} = f'_k$ . Пусть  $S_{II} = 0$  и  $S_{III} = 0$ . Тогда из соотношений (1) и (2) находим, что

$$P^\infty = \left( \frac{f'_k}{z_p} \right)^2 > 0, \quad W^\infty = -\frac{f'_k}{z_p}.$$

Вполне очевидно, что чем меньше абсолютная величина параметров  $P^\infty$  и  $W^\infty$ , тем больше должна быть абсолютная величина отрезка  $z_p$ , необходимая для компенсации остаточных комы и астигматизма изображения. В общем случае выражение (2) можно рассматривать как квадратное уравнение относительно переменной величины  $z_p$ . Решая это уравнение, получаем

$$z_p = -\frac{W^\infty}{P^\infty} f'_k \left[ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{P^\infty}{W^{\infty 2}} \left( 1 - \frac{S_{III}}{f'_k} \right)} \right]. \tag{3}$$

Это уравнение имеет вещественное решение при соблюдении условия  $1 - \frac{P^\infty}{W^{\infty 2}} \left( 1 - \frac{S_{III}}{f'_k} \right) \geq 0$ . При

$S_{III} = 0$  это условие принимает вид:  $W^{\infty 2} - P^\infty \geq 0$ . Основные параметры  $P^\infty$  и  $W^\infty$  одиночной тонкой линзы в воздухе взаимосвязаны соотношением [5]:

$$P^\infty = P_0^\infty + \left[ 1 - \frac{1}{(n+1)^2} \right] \left[ W^\infty - \frac{1}{2(2+n)} \right]^2, \tag{4}$$

где  $P_0^\infty = \frac{n(4n-1)}{4(2+n)(n-1)^2}$ . Это соотношение можно преобразовать к виду

$$W^{\infty 2} - P^\infty = \frac{1}{(n+1)^2} \left( W^\infty + \frac{1}{2}n \right)^2 - \frac{n^2}{4(n-1)^2}. \quad \text{Условию } W^{\infty 2} - P^\infty \geq 0 \text{ соответствует выражение}$$

$$\left( W^\infty + \frac{1}{2}n \right)^2 \geq \frac{1}{4} \left( \frac{n+1}{n-1} \right)^2 n^2. \quad \text{Отсюда следует, что величина параметра } W^\infty \text{ должна удовлетворять усло-}$$

виям  $W_1^\infty \geq \frac{n}{n-1}$ ;  $W_2^\infty \geq -\frac{n^2}{n-1}$ . При значениях параметра  $W^\infty$ , удовлетворяющих этим условиям, и при расстоянии до входного зрачка, определяемом формулой (3), в изображении, образованном тонкой линзой в воздухе, будут отсутствовать кома и астигматизм третьего порядка. Однако при этом параметр  $P^\infty \neq 0$ ; следовательно, не будет равен нулю и коэффициент  $S_I$ , определяющий остаточную сферическую aberrацию изображения.

Дополним тонкий компонент мениском, поверхности которого concentричны центру входного зрачка, расположенному в переднем фокусе тонкого компонента, как показано на рисунке. Главные плоскости concentрического мениска совмещены и проходят через центр кривизны его поверхностей. В результате получаем оптическую систему, у которой оптическая сила и задний фокальный отрезок равны

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_M + \varphi_K - \varphi_M \varphi_K d; \\ s'_{F'} &= \frac{(1 - \varphi_M d)}{\varphi}, \end{aligned}$$

где  $d$  – расстояние от задней главной точки мениска до осевой точки тонкого компонента.

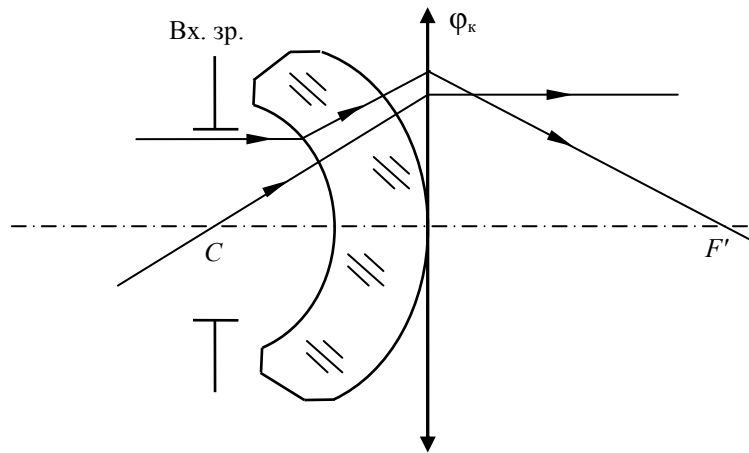


Рисунок. Схема оптики объектива

При  $d = f'_K$  оптическая сила системы  $\varphi = \varphi_M + \varphi_K - \varphi_M = \varphi_K$ , а задний фокальный отрезок  $s'_{F'} = \frac{(\varphi - \varphi_M)}{\varphi^2} = f'(1 - f'\varphi_M)$ . При  $n' = 1$ ,  $\alpha' = 1$ ,  $\beta_1 = 1$  и  $z_p = -f'_K = -f'$  имеем соотношения

$$\begin{aligned} S_I &= S_{IM} + h_K P_K, \\ S_{II} &= S_{IIM} + H_K P_K - JW_K = S_{IIM} - f'(P_K - W_K), \\ S_{III} &= S_{IIIM} + \frac{f'^2}{h_K} P_K - 2 \frac{f'^2}{h_K} W + f', \end{aligned}$$

где  $h_K = s'_{F'} = f'(1 - f'\varphi_M)$ . В рассматриваемом случае выражения, определяющие коэффициенты  $S_{IIM}$  и  $S_{IIIM}$ , удобно представить в виде

$$\begin{aligned} S_{IIM} &= \sum_{i=1}^2 h_i P_i \frac{\beta_{i+1} - \beta_i}{\alpha_{i+1} - \alpha_i}; \\ S_{IIIM} &= \sum_{i=1}^2 h_i P_i \left( \frac{\beta_{i+1} - \beta_i}{\alpha_{i+1} - \alpha_i} \right)^2. \end{aligned}$$

При входном зрачке, расположенном в центре кривизны поверхностей concentрического мениска, углы  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3$ . Вполне очевидно, что при этом  $S_{IIM} = S_{IIIM} = 0$ . Тогда

$$S_I = S_{IM} + h_K P_K, \tag{5}$$

$$S_{II} = -f'(P_K - W_K), \tag{6}$$

$$S_{III} = \frac{f'^2}{h_K} (P_K - 2W_K) + f'. \tag{7}$$

Из выражений (6) и (7) следует, что при  $S_{II} = 0$  параметр  $P_K = W_K$ , а коэффициент

$$S_{III} = f' \left( 1 - \left( \frac{f'}{h_K} \right) W_K \right) = f' \left( 1 - \left( \frac{f'}{h_K} \right) P_K \right).$$

Пусть  $S_I = 0$ . Тогда  $P_K = - \left( \frac{S_{IM}}{h_K} \right)$ . При этом коэффициент

$$S_{III} = f' \left( 1 + \left( \frac{f'}{h_K} \right) S_{IM} \right). \quad (8)$$

Концентрический мениск определим углами осевого виртуального [6] (нулевого) луча с оптической осью в виде

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0 & n_1 &= 1 \\ \alpha_2 &= \alpha_M & d &= d_M & n_2 &= n_M \\ \alpha_3 &= \alpha'_M & n_3 &= 1. \end{aligned}$$

Толщина мениска  $d_M = r_1 - r_2$ . Приблизительно можно принять  $r_2 \cong f'_K = -f'$ . Тогда  $r_1 = d_M - f'$ .

Применив формулу  $n_{i+1}\alpha_{i+1} - n_i\alpha_i = h_i \frac{n_{i+1} - n_i}{r_i}$ , находим значение угла  $\alpha_M$ :

$$\alpha_M = h_1 \frac{n_M - 1}{n_M r_1} = \frac{n_M - 1}{n_M} \frac{1}{d_M \varphi - 1}. \quad (9)$$

Угол  $\alpha_M = h_1 \varphi_M = f' \varphi_M$ .

Оптическая сила мениска

$$\varphi_M = (n_M - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n_M - 1)^2 d_M}{n_M r_1 r_2} = \frac{n_M - 1}{n_M} \frac{d_M \varphi^2}{d_M \varphi - 1}. \quad (10)$$

При этом

$$\alpha'_M = \frac{n_M - 1}{n_M} \frac{d_M \varphi}{d_M \varphi - 1} = \frac{n_M - 1}{n_M} + \alpha_M.$$

Коэффициент  $S_{IM}$  определим выражением

$$S_{IM} = h_1 P_1 + h_2 P_2 = f' P_1 + h_K P_2, \quad (11)$$

где  $P = \left( \frac{\Delta \alpha}{\Delta v} \right)^2 \Delta \alpha v$ ;

$$h_K = s'_{f'} = f' (1 - f' \varphi_M) = f' \frac{n_M - \varphi d_M}{n_M (1 - \varphi d_M)}. \quad (12)$$

Полученные соотношения позволяют выражение (11) преобразовать к виду

$$S_{IM} = f' \frac{n_M - 1}{n_M^3} \frac{\varphi d_M}{(\varphi d_M - 1)^3} \left[ n_M \varphi^2 d_M^2 - \frac{n_M^3 - 1}{n_M - 1} (\varphi d_M - 1) \right]. \quad (13)$$

Вполне очевидно, что при  $d_M = 0$  коэффициент  $S_{IM} = 0$ . При этом в соответствии с формулой (8) коэффициент  $S_{III} = f'$ , что и следовало ожидать. Кривизна поверхности изображения, образованного системой тонкого компонента с концентрическим мениском, определяется коэффициентом  $S_{IV}$ , равным

$S_{IV} = S_{IVM} + S_{IVK}$ . В рассматриваемом случае коэффициенты  $S_{IVM}$  и  $S_{IVK}$  удобно определить формулами

$S_{IVM} = \sum_{i=1}^2 \frac{n_{i+1} - n_i}{n_{i+1} n_i r_i}$ ;  $S_{IVK} = \sum_{i=1}^m \frac{\varphi_i}{n_i}$ . Используя полученные соотношения, находим, что  $S_{IVM} = \varphi_M$ . При этом

$$S_{IV} = \varphi_M + \sum_{i=1}^m \frac{\varphi_i}{n_i}.$$

Приблизительно принимаем  $\sum_{i=1}^m \frac{\varphi_i}{n_i} \approx \frac{\varphi_K}{n_K} = \frac{\varphi}{n_K}$ . Тогда  $S_{IV} = \varphi_M + \frac{\varphi_M}{n_K}$ . Применив формулу (10) и выра-

зив линейные величины в масштабе фокусного расстояния системы, т.е. при  $\varphi = 1$ , при  $\sum_{i=1}^m \frac{\varphi_i}{n_i} = \pi$  получаем

$$d_M = \frac{n_M (S_{IV} - \pi)}{1 + n_M (S_{IV} - \pi - 1)}. \quad (14)$$

Полученные соотношения позволяют представить выражения (9), (12) и (13) в виде

$$\alpha_M = S_{IV} - \pi - \frac{(n_M - 1)}{n_M}; \quad (15)$$

$$h_k = -S_{IV} + \pi + 1; \quad (16)$$

$$S_{IM} = \frac{n_M}{(n_M - 1)^2} (S_{IV} - \pi)^3 - \frac{n_M^3 - 1}{n_M} \frac{(S_{IV} - \pi)^2}{(n_M - 1)^2} + \frac{n_M^3 - 1}{n_M^2} \frac{S_{IV} - \pi}{n_M - 1}, \quad (17)$$

при этом в соответствии с формулой (8)

$$S_{III} = 1 + \frac{S_{IM}}{(1 + \pi - S_{IV})^2}. \quad (18)$$

Из выражения (18) следует, что коэффициент  $S_{III} = 0$  при условии

$$(1 + \pi - S_{IV})^2 + S_{IM} = 0.$$

Для тонкого компонента в виде одиночной линзы параметр  $\pi = \frac{1}{n_k}$ . Пусть  $n_k = n_M$ . При этом выражения (14)–(18) принимают вид

$$d_M = \frac{n_M S_{IV} - 1}{n_M (S_{IV} - 1)};$$

$$\alpha_M = S_{IV} - 1;$$

$$h_k = \frac{1 - n_M (S_{IV} - 1)}{n_M};$$

$$S_{IM} = \frac{n_M}{(n_M - 1)^2} (S_{IV} - 1)^3 - \frac{n_M - 1}{n_M} S_{IV}^2 + \frac{n_M^2 - 1}{n_M^2} S_{IV};$$

$$S_{III} = 1 + \frac{n_M^3}{(n_M - 1)^2} \frac{(S_{IV} - 1)^3}{[1 - n_M (S_{IV} - 1)]^2} + \frac{n_M - 1}{1 - n_M (S_{IV} - 1)} S_{IV}.$$

Легко убедиться, что при  $S_{IV} = 0$  коэффициент  $S_{III} = 0$  при  $n_M \approx 1,905$ .

В табл. 1 для ряда значений коэффициента  $S_{IV}$  приведены численные значения показателя преломления материала мениска и тонкой линзы в воздухе при  $S_{III} = 0$ .

$S_{IV}$	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25
$n_M$	1,9052	1,8313	1,7606	1,6932	1,6290	1,5678

Таблица 1. Зависимость  $n_M = n_M(S_{IV})$  при  $n_k = n_M$

Из табл. 1 следует, что для построения оптической системы объектива рассматриваемой конструкции при плананастигматической коррекции aberrаций в видимой области спектра необходимо решить проблему выбора материала линз. При неполной коррекции кривизны поверхности изображения построение такой системы вполне возможно.

В соответствии с формулой (5) коэффициент  $S_I = 0$  при значении параметра

$$P_k = -\frac{S_{IM}}{h_k} = -\frac{S_{IM}^2}{1 + \pi - S_{IV}}. \quad (19)$$

Из формулы (6) следует, что коэффициент  $S_{II} = 0$  при  $P_k = W_k$ . В общем случае взаимосвязь этих параметров с основными параметрами тонкого компонента определяется выражениями [5]

$$P_k = (\alpha' - \alpha)^3 P_k^\infty + 4\alpha(\alpha' - \alpha)^2 W_k^\infty + \alpha(\alpha' - \alpha)[2\alpha(2 + \pi) - \alpha'], \quad (20)$$

$$W_k = (\alpha' - \alpha)^2 W_k^\infty + \alpha(\alpha' - \alpha)(2 + \pi). \quad (21)$$

Здесь угол  $\alpha' = 1$ , а угол  $\alpha = \alpha'_M$ . Параметр  $P_k^\infty$  тонкой линзы в воздухе определяется выражением (4), которое можно представить в виде

$$P_k^\infty = P_{0k}^\infty + a(W_k^\infty - W_{0k}^\infty)^2, \tag{22}$$

где  $P_{0k}^\infty = \frac{n_k(4n_k - 1)}{4(2 + n_k)(n_k - 1)^2}$ ,  $W_{0k}^\infty = \frac{1}{2(2 + n_k)}$ ,  $a = \frac{n_k(2 + n_k)}{(n_k + 1)^2}$ .

Заменяя параметр  $P_k^\infty$  в выражении (20) выражением (22), при  $P_k = -\frac{n_k S_{IV}}{1 + n_k(S_{IV} - 1)}$ , где  $n_k = n_m$ ,

получаем квадратное уравнение относительно величины параметра  $W_k^\infty$ . Подставив значение параметра  $W_k^\infty$ , полученное в результате решения этого уравнения, в выражение (21), найдем значение параметра  $W_k$ . В общем случае  $W_k \neq P_k$ . Тогда, дополнив рассматриваемую систему такой же, получим симметричную систему, формирующую изображение с поперечным увеличением  $V = -1^x$ . Для перехода от симметричной системы к системе, формирующей изображение бесконечно удаленного предмета, можно применить метод сохранения углов излома луча осевого пучка, предложенный в [7]. В результате получим значения конструктивных параметров оптической системы объектива типа «Планар», которые можно рассматривать в качестве исходных для последующей оптимизации по критерию качества изображения.

Если одиночную положительную линзу тонкого компонента дополнить тонкой отрицательной линзой, то жесткая взаимосвязь основных параметров тонкого компонента  $P_k^\infty$  и  $W_k^\infty$  нарушается. В этом случае коррекция первичной комы изображения, сформированного образованной системой, вполне возможна.

Подставив выражение (17) в формулу (18), получаем

$$S_{III} = 1 - \frac{n_m}{(n_m - 1)^2} \frac{(\pi - S_{IV})^3}{(1 + \pi - S_{IV})^2} + \frac{n_m^3 - 1}{n_m^2} \frac{\pi - S_{IV}}{(n_m - 1)^2} \frac{1 - n_m(1 + \pi - S_{IV})}{(1 + \pi - S_{IV})^2}. \tag{23}$$

Для системы двух тонких линз из кронового и флинтowego стекол, имеющих средние значения показателя преломления и коэффициента дисперсии, в общем случае в первом приближении величину  $\pi$  можно принять равной 0,7. При этом в соответствии с выражением (23) при  $S_{IV} = 0$  коэффициент  $S_{III} = 0$  при  $n_m \approx 2,37$ . При применении кроновых стекол марок СТК и флинтových стекол марок ТФ величину  $\pi$  можно принять равной 0,55. В этом случае при  $S_{IV} = 0$  коэффициент  $S_{III} = 0$  при  $n_m \approx 1,98$ . В оптических системах, предназначенных для работы в инфракрасной области спектра, применяют материалы, показатели преломления которых могут принимать значения от  $n = 1,4$  (например, флюорит) до  $n = 4$  (например, германий). При этом параметр  $\pi$  может оказаться равным примерно 0,4. В табл. 2 при трех значениях параметра  $\pi$  для ряда значений коэффициента  $S_{IV}$  приведены численные значения показателя преломления материала мениска при  $S_{III} = 0$ .

$\pi$	$S_{IV}$					
	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
0,70	2,380	2,240	2,100	1,970	1,841	1,716
0,55	1,970	1,841	1,716	1,596	1,482	1,370
0,40	1,596	1,480	1,370	1,274	1,185	1,110

Таблица 2. Зависимость  $n_m = n_m(S_{IV}, \pi)$

Приведенные в табл. 2 величины могут служить ориентиром для выбора материала концентрического мениска по показателю преломления  $n_m$  при соответствующих значениях параметра  $\pi$  и коэффициента  $S_{IV}$ . Выполнив подстановки в соотношение (14), находим толщину  $d_m$  мениска. Формула (17) позволяет вычислить значение коэффициента  $S_{IV}$ . Применив формулу (19), можем определить значение параметра  $P_k$ , а следовательно, и параметра  $W_k = P_k$ . Решив систему уравнений (20) и (21), находим значения основных параметров  $P_k^\infty$  и  $W_k^\infty$ , которые позволяют оценить требуемую сложность конструкции тонкого компонента и вычислить его конструктивные параметры.

### Заключение

Выполненные исследования позволили показать возможность коррекции аберраций в изображении, образованном оптической системой, состоящей из тонкого компонента и концентрического мениска конечной толщины, а числовые исследования подтвердили такую возможность. Применяя полученные аналитические соотношения, можно определить параметры рассматриваемой системы. Получена оптическая система объектива с вынесенным входным зрачком при телецентрическом ходе главных лучей в пространстве изображений. Показано, что при  $S_I = 0$  и  $S_{II} = 0$  значение коэффициента  $S_{III}$  не зависит от положения входного зрачка. В связи с этим в частном случае входной зрачок можно совместить, например, с первой поверхностью мениска.

### Литература

1. Русинов М.М. Композиция оптических систем. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отделение, 1989. – 383 с.
2. Зверев В.А. Идеи композиции как принцип построения рациональной конструкции оптической системы // Научно-технический вестник СПб ГИТМО (ТУ). – 2002. – Вып. 5. – С. 56–71.
3. Грамматин А.П., Демидова Е.А., Зверев В.А., Романова Г.Э. Аберрационные свойства оптической системы из двух отражающих поверхностей сферической формы с компенсатором // Оптический журнал. – 2004. – № 4. – С. 11–15.
4. Бронштейн И.Г., Лившиц И.Л., Kim Young-Gi, Kim Tae-Young, Jung Phil-No. Выбор оптической схемы и расчет малогабаритных объективов для мобильных телефонов // Оптический журнал. – 2009. – Т. 76. – № 5. – С. 25–31.
5. Слюсарев Г.Г. Методы расчета оптических систем. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отделение, 1969. – 672 с.
6. Зверев В.А. Основы геометрической оптики. – СПб: СПб ГИТМО (ТУ), 2002. – 218 с.
7. Русинов М.М. Техническая оптика: Учебное пособие для вузов. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отделение, 1979. – 488 с.

- Ежова Василиса Викторовна** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, evv\_foist@mail.ru
- Зверев Виктор Алексеевич** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, post\_vaz@rambler.ru
- Точилина Татьяна Вячеславовна** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, доцент, tvtochilina@mail.ru