

УДК 535.42; 535.417

ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ФАЗОВОЙ ПРОБЛЕМЫ В ОПТИКЕ И ИХ ОСОБЕННОСТИ

С.С. Налегает, Н.В. Петров, В.Г. Беспалов

Представлена общая концепция решения фазовой проблемы с использованием дополнительных наборов данных, которыми являются распределения интенсивности в плоскости формирования изображения, полученные при изменении одного или нескольких параметров установки. Предложенная концепция позволяет легко модифицировать итерационные методы восстановления волнового фронта в соответствии со спецификой решаемых задач. Ключевыми положениями являются внесение существенных различий в регистрируемые распределения интенсивности путем изменения варьируемого параметра в процессе их записи и использование математической модели, точно описывающей процесс распространения излучения через установку. С этой точки зрения проанализированы возможности использования нелинейных оптических эффектов для восстановления фазы волнового фронта.

Ключевые слова: фазовая проблема, восстановление фазы волнового фронта, нелинейность, нелинейные оптические эффекты.

Введение

При регистрации изображения в виде пространственного распределения интенсивности его светового поля происходит потеря важной информации о фазе рассеянной объектом волны. Возникает так называемая фазовая проблема в оптике – проблема восстановления формы волнового фронта объекта из измеренных распределений интенсивности [1]. В настоящее время существует множество методов ее решения, равно как и классификаций этих методов – по типу исследуемых объектов, наложенных ограничений, использования априорной информации об объекте и др. Различают детерминированный подход [2, 3], когда решение может быть получено аналитически, и итерационный подход [4, 5], когда информация о фазе восстанавливается в ходе последовательных приближений. В рамках этой работы ограничимся рассмотрением итерационных методов, проведя сравнительный анализ с точки зрения использования в них дополнительных массивов данных, позволяющих восстановить фазовую информацию. Отметим лишь некоторые недавние работы [6, 7], использующие детерминированный подход.

Результаты расчетов волновых полей с использованием методов решения фазовой проблемы находят широкое применение в различных областях науки и техники: в астрономии [5], рентгенографии [8] и электронной микроскопии [9]. Их используют для решения задач регистрации [10] и коррекции [11] аберраций волновых фронтов, измерения форм и деформаций объектов [12], в фазовой оптической микроскопии [13, 14] для задач биологии и медицины.

В настоящее время возможны подходы к решению фазовой проблемы, использующие нелинейные эффекты в процессе восстановления фазы волнового фронта. Это открывает возможности по разработке методов микроскопии с превосходящим дифракционным пределом разрешения [15, 16] за счет восстановления динамики поля, претерпевающего нелинейные превращения, и реконструкции пропущенных пространственных частот [16]. Однако реализовать это в полной мере мешает модуляционная неустойчивость и шум, поэтому определение разрешения, достижимого на практике, является открытой задачей.

Современные схемные решения с использованием итерационного алгоритма для восстановления волнового фронта

Ключевой идеей современных методов восстановления фазы волнового фронта оптического излучения является запись не двух распределений интенсивностей, как в алгоритмах Гершберга–Сакстона–Фиенапа [4, 5], а целого набора, характеризуемого различиями определенных параметров. Схемные реше-

ния с использованием итерационного алгоритма восстановления фазы можно представить блок-схемой (рис. 1). Основой является система излучения 1. Здесь могут быть использованы источники различного спектрального диапазона (от терагерцового диапазона частот до УФ); монохроматические [10–14] или мультиспектральные [17–20] (в этом случае система излучения может содержать компоненты, осуществляющие перестройку по длинам волн). Объект исследования 2 может быть самым разнообразным: пропускающим [21] и отражающим [22]; амплитудным при наличии фазовых шумов; чисто фазовым, амплитудно-фазовым или самосветящимся [5].

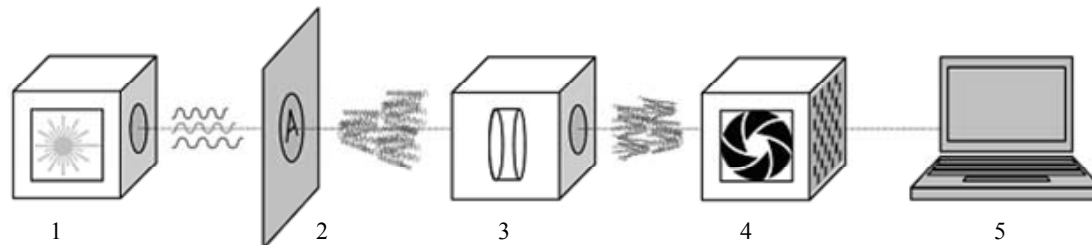


Рис. 1. Блок-схема систем итерационного восстановления волнового фронта: 1 – система излучения; 2 – исследуемый объект; 3 – фазовый анализатор; 4 – система регистрации; 5 – персональный компьютер

Рассеянное объектом излучение попадает на фазовый анализатор (фазовый транспарант) 3. В общем случае здесь подразумевается элемент или система, ответственные за изменение фазы волнового фронта в процессе его распространения. В методах восстановления фазы в качестве такого анализатора может выступать линза, сложная оптическая система формирования изображения [23], различные элементы, выполняющие линейные преобразования [24], случайный амплитудный или фазовый экран [10, 25], наконец, свободное пространство [21, 22]. Кроме того, здесь могут быть использованы пространственные модуляторы света или различные дифракционные оптические элементы, например, формирующие оптические вихри (спиральные пучки). Использование оптических вихрей также позволяет избежать стагнации итерационного алгоритма [26]. В методах восстановления фазы с нелинейными оптическими средами в качестве анализатора 3 используются элементы, выполняющие различного рода нелинейные преобразования, например, нелинейный пространственный фильтр (фазовый экран) в виде системы из двух линз и тонкого слоя среды, обладающей керровской нелинейностью, помещенный в общую фокальную плоскость линз [25].

Важную роль играет и система регистрации 4, в которой обычно присутствуют затвор и матричный фотоприемник. Для случая фазового анализатора в виде свободного пространства система регистрации должна располагаться на моторизированной подвижке, обеспечивающей возможность регистрации в различных сечениях пространства. Все элементы связаны с персональным компьютером 5, с которого осуществляется управление всей системой и обработка записанных массивов данных. Итерационный алгоритм, используемый для извлечения полной информации о волновом фронте из распределений интенсивности, также может быть различным. В зависимости от математической модели многократно повторяющейся процедурой может быть последовательный расчет распространения волнового фронта от объекта до экрана и назад [17–20, 27], расчет распространения назад и вперед только в отдельной части установки (например, в системе регистрации [12, 13, 21, 22]), независимый расчет с различными значениями варьируемого параметра с последующим усреднением [24] и т.п.

В соответствии с условиями задачи можно комбинировать различные элементы. Например, для наблюдения прозрачных объектов, проводя регистрацию в различных плоскостях, целесообразно использовать фазовый анализатор в виде рассеивающего диффузора, поскольку в этом случае возникает большая засветка, и начинают доминировать дифракционные эффекты, возникающие на краях апертур, а интенсивность высоких пространственных частот, непосредственно переносящих информацию о фазе волнового фронта и отвечающих в изображении за мелкие детали, может быть плохо различимой.

Роль варьируемых параметров при восстановлении фазы волнового фронта

Для эффективного восстановления фазы волнового фронта, рассеянного объектом, необходимо наличие математической модели, описывающей процесс прохождения оптического излучения через всю систему с достаточной точностью. При этом большое значение приобретает минимизация погрешностей измерений, учет имеющихся на практике отклонений в значениях параметров установки от используемых в численном расчете. Для минимизации погрешностей на стадии отладки установки могут быть использованы дополнительные алгоритмы численной обработки.

Проиллюстрируем сказанное на следующем примере. Пусть имеется установка, в которой варьируемыми параметрами являются расстояние от объекта до экрана и длина волны. Изменение параметров реализуется за счет перемещения системы регистрации и переключений в системе излучения, а в качестве фазового анализатора выступает свободное пространство [17–20]. Предположим, существуют некото-

рые отклонения в значениях вводимых в расчет параметров, например, с недостаточной точностью определен размер пикселя регистрирующей матрицы, неточно определено расстояние от объекта до плоскости регистрации и др. Тогда алгоритм обработки может содержать цикл, на каждом шаге которого производится несколько итераций для оценки восстанавливаемого объекта, при этом исследуемая на предмет ошибки величина на каждом шаге меняется. В результате отслеживается изменение качества восстановления (например, при помощи расчета нормированной среднеквадратической ошибки – в ручном режиме, по графику, или в автоматическом) от значения исследуемой величины, на котором находится экстремум, отвечающий за максимальное качество, и определяется значение исследовавшейся величины, при котором производятся все дальнейшие расчеты.

На рис. 2 представлено изменение величины нормированного среднеквадратического отклонения E , возникающее при определении точного расстояния до объекта. E характеризует величину ошибки, возникающей при восстановлении информации о фазе, и вычисляется как нормированная разность энергий восстановленного и зарегистрированного изображений:

$$E = \sqrt{\frac{\sum |V - \sqrt{I}|^2}{\sum |\sqrt{I}|^2}},$$

где V – амплитуда рассчитанного волнового фронта; I – зарегистрированное распределение интенсивности. Как видно из рис. 2, для физического эксперимента величина ошибки примерно в 10 раз превышает соответствующее ей значение для моделирования. Это связано с тем, что помимо исследованного в модели параметра, в реальные условия эксперимента вносят свой вклад и другие величины, влияющие на величину ошибки.

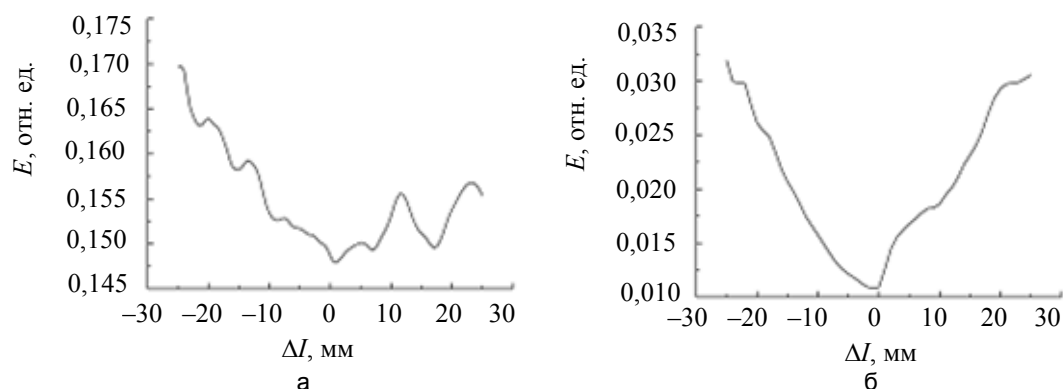


Рис. 2. Зависимость нормированного среднеквадратического отклонения E от использованного в расчете расстояния до объекта: экспериментальные данные (а); численное моделирование (б)

Немаловажным является также наличие существенных различий между зарегистрированными распределениями интенсивностей. Авторами было проведено исследование [27], в ходе которого был определен критерий оптимальной записи данных для рассматриваемой в данном примере конфигурации.

Для более наглядной иллюстрации влияния указанных факторов на качество восстановления можно привести два изображения (рис. 3). На первом из них представлен результат, полученный без использования корректирующих процедур фокусировки, а на втором – после корректировки измеренного расстояния до объекта и погрешности в размерах пикселя регистрирующей матрицы. На рис. 2, б, прослеживается положительный эффект использования корректирующих процедур: надпись отображена заметно лучше, более четко проявилось изображение апертуры.

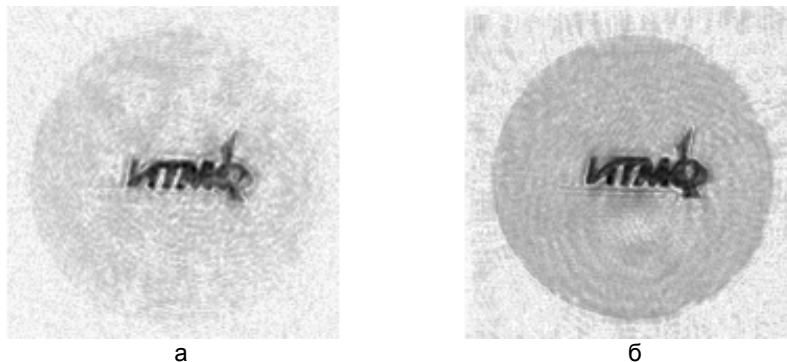


Рис. 3. Восстановленное изображение объекта без применения корректирующих процедур (а) и с их применением (б)

Использование нелинейных оптических эффектов

С точки зрения внесения существенных изменений в регистрируемые распределения интенсивности большие перспективы может представить использование оптических нелинейных сред. Например, в работе [28] алгоритм Гершберга–Сакстона был расширен для возможности использования нелинейных фоторефрактивных сред в качестве фазового анализатора. На основе результатов восстановления распределения фазы было выявлено увеличение контраста у полученного на выходе изображения, а также уменьшение ошибок восстановления фазы.

Более конкретно можно рассмотреть случай использования линейного фазового анализатора в виде линзы в сравнении с нелинейной фоторефрактивной средой [25]. Наиболее значительное отличие нелинейного фильтра заключается в его нечувствительности к распространенным искажениям волнового фронта (в стандартном фазово-контрастном методе искажения волнового фронта ведут к нарушению функции анализатора). Кроме того, в градиентных линейных методах (в том числе при использовании линзы в качестве фазового анализатора) начальное приближение выбирается более или менее произвольно, так как не существует универсальных правил при выборе начальной оценки фазы. В результате сходимость алгоритма может резко падать, что, в свою очередь, приводит к снижению точности восстановления фазы. Но в случае использования нелинейного фильтра существует эффективный способ выбора начальной оценки, причем проблема извлечения фазы формулируется так же, как и для случая с анализатором в виде линзы: фаза может быть получена из распределений интенсивности во входной и выходной плоскостях фильтра, которые легко поддаются измерению. Можно также использовать метод минимизации функционала ошибки для расчета последовательности приближений фазы.

Один из главных недостатков линзы в качестве фазового анализатора проявляется в том, что измерения распределений интенсивности проводятся, как правило, в фокальной плоскости линзы или вблизи нее, пространственная область распределения интенсивности, таким образом, обычно менее 1 мм в диаметре. По этой причине задача получения достаточного числа пикселей (разрешения) становится весьма трудной при измерениях интенсивности на столь небольшой площади. Увеличение полученного изображения (распределения интенсивности) телескопическими системами также не спасает положения из-за неизбежно возрастающих aberrаций вследствие несовершенства оптических элементов.

Стоит отметить, что как для успешной реконструкции фазы, так и для расчета прямого или обратного распространения [16] необходимо знать нелинейную функцию распространения, которая в скалярном парааксиальном приближении может быть описана нелинейным уравнением Шредингера:

$$\frac{\delta\psi}{\delta z} = \left[i \frac{1}{2k} \nabla_{\perp}^2 + i\Delta n(\psi) \right] \psi \equiv [D + N(\psi)]\psi,$$

где $k = 2\pi/\lambda$; $\Delta n(\psi)$ – нелинейная «добавка» к показателю преломления; D и N – линейный и нелинейный операторы соответственно. Зная начальное или конечное пространственное распределение фазы волнового фронта, можно рассчитать прямое или обратное распространение $\psi(x, y, z)$, используя метод расщепления по физическим процессам [29]. В нем линейные и нелинейные операторы действуют независимо с каждым новым единичным приращением для дистанции распространения dz :

$$\psi(x, y, z \pm dz) \approx e^{\pm dz \cdot D} e^{\pm dz \cdot N(\psi)} \psi(x, y, z).$$

Исследуемый объект 2 (рис. 1) или материал, из которого он состоит, также могут обладать какими-либо свойствами оптической нелинейности. При этом линейные методы исследования не всегда могут быть использованы [16, 30], так как они дают корректный результат, только если пиковая интенсивность облучающего нелинейную среду излучения много меньше порога самофокусировки, и нелинейностью среды можно пренебречь [31]. Исходя из этого, для работы с нелинейными средами разработка новых изначально нелинейных методов (учитывающих природу нелинейности таких сред) либо значительная доработка линейных [16, 30] могут быть востребованными и иметь определенные преимущества.

Для задач обработки и формирования изображений, как и для восстановления фазовой информации от интенсивной световой волны, прошедшей через нелинейную среду, требуется как можно более точная математическая модель, описывающая ее изменения в пространстве и времени [16] в процессе распространения внутри среды. Больше информации о динамике распространяющегося светового пучка в нелинейной дефокусирующей среде в любой ее произвольной точке может дать метод расчета обратного или прямого распространения с использованием цифровой голографии [16]. Причем для учета нелинейности может быть использован расчет приведенного выше нелинейного уравнения Шредингера.

Использование нелинейно-оптических явлений для источника излучения

В итерационных методах восстановления фазовой информации на основе измеренных распределений интенсивности одним из изменяемых параметров может служить длина волны излучения, освещающего исследуемый объект. Посредством последовательного изменения рабочей длины волны в системе излучения и последующего измерения соответствующих распределений интенсивности возможен

расчет информации о фазе. При этом генерация дополнительных спектральных компонент может быть реализована посредством использования каких-либо нелинейных преобразований первичного излучения – например, на основе эффекта вынужденного комбинационного рассеяния [32] или параметрической генерации [33].

Возможность использования нескольких спектральных компонент суперконтинуума в системе излучения для восстановления волновых фронтов была продемонстрирована нами ранее в [18]. Явление вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) так же может быть использовано для генерации дополнительных спектральных компонент, что было показано, например, в [34]. В предшествующей нашей статье [17] также обсуждались возможности использования явления ВКР и генерации дополнительных спектральных компонент суперконтинуума (при использовании фотонно-кристаллического оптического волокна), что впоследствии было успешно реализовано [19]. При этом численная модель восстановления фазы основывалась на итерационном алгоритме, в котором для расчета использовался весь спектр длин волн суперконтинуума.

Таким образом, в задачах восстановления волнового фронта нелинейные эффекты могут находить применение как в системе фазового анализатора, так и в системе излучения. Тем не менее, преимущества нелинейных итерационных методов восстановления фазы основываются на использовании в них нелинейного фазового анализатора, в то время как нелинейность системы излучения не приносит соизмеримой с первым случаем выгоды.

Заключение

Для итерационных методов в рамках общей концепции восстановления волнового фронта при отсутствии фазовой информации по дополнительным наборам данных, полученных при изменении одного или нескольких параметров, было проведено обобщение непосредственных схем их реализации на практике, представлены основные составляющие элементы и общие схемные решения.

Продемонстрировано, что отклонения от математической модели, используемой в итерационном расчете, значительно ухудшают качество восстановления волнового фронта. В связи с этим для минимизации погрешностей предложены дополнительные алгоритмы численной обработки.

Была рассмотрена роль варьируемых параметров при восстановлении волнового фронта. Главной их задачей является внесение существенных различий в регистрируемые распределения интенсивности. В этой связи перспективными при решении фазовой проблемы в оптике являются нелинейные оптические среды, поскольку они могут обеспечивать значительные изменения данных. Наиболее интересные возможности открываются при использовании нелинейных оптических элементов в роли фазового анализатора. Например, для сред, обладающих керровской нелинейностью, это позволяет увеличить контраст выходного расчетного изображения [24], повысить устойчивость метода восстановления к искажениям волнового фронта [17].

Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, соглашение № 14.В37.21.1561.

Литература

1. Кузнецова Т.И. О фазовой проблеме в оптике // УФН. – 1988. – 154. – С. 677–690.
2. Teague M.R. Deterministic phase retrieval: a Green's function solution // J. Opt. Soc. Am. – 1983. – V. 73. – P. 1434–1441.
3. Kolenovic E. Correlation between intensity and phase in monochromatic light // J. Opt. Soc. Am. A. – 2005. – V. 22. – P. 899–906.
4. Gerchberg R.W., Saxton W.O. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures // Optik. – 1972. – V. 35. – P. 237–246.
5. Fienup J. Phase retrieval algorithms: a comparison // Appl. Opt. – 1982. – V. 21. – P. 2758–2769.
6. Honigstein D., Weinroth J., Werman M., Lewis A. Applying heavy atom concepts with scanning probe technology to achieve a non-iterative exact solution to the phase problem in optical imaging // ACS Nano. – 2012. – V. 6. – P. 220–226.
7. Sheludko D.V., McCulloch A.J., Jasperse M., Quiney H.M., Scholten R.E. Non-iterative imaging of inhomogeneous cold atom clouds using phase retrieval from a single diffraction measurement // Opt. Express. – 2010. – V. 18. – P. 1586–1599.
8. Miao J., Charalambous P., Kirz J., Sayre D. Extending the methodology of X-ray crystallography to allow imaging of micrometre-sized non-crystalline specimens // Nature. – 1999. – V. 400. – P. 342–344.
9. Zuo J., Vartanyants I., Gao M. et al. Atomic resolution imaging of a carbon nanotube from diffraction intensities // Science. – 2003. – V. 300. – P. 1419.
10. Anand A., Pedrini G., Osten W., Almoró P. Wavefront sensing with random amplitude mask and phase retrieval // Opt. Lett. – 2007. – V. 32. – P. 1584–1586.

11. Almoró P.F., Gundu P., Hanson S. Numerical correction of aberrations via phase retrieval with speckle illumination // *Opt. Lett.* – 2009. – V. 34. – P. 521–523.
12. Anand A., Chhaniwal V.K., Almoró P. et al. Shape and deformation measurements of 3D objects using volume speckle field and phase retrieval // *Opt. Lett.* – 2009. – V. 34. – P. 1522–1524.
13. Almoró P.F., Pedrini G., Gundu P.N. et al. Phase microscopy of technical and biological samples through random phase modulation with a diffuser // *Opt. Lett.* – 2010. – V. 35. – P. 1028–1030.
14. Camacho L., Mico V., Zalevsky Z., Garcia J. Quantitative phase microscopy using defocusing by means of a spatial light modulator // *Opt. Express.* – 2010. – V. 18. – P. 6755–6766.
15. Jia S., Wan W., Fleischer J.W. Forward four-wave mixing with defocusing nonlinearity // *Opt. Lett.* – 2007. – V. 32. – P. 1668–1670.
16. Barsi C., Wan W., Fleischer J.W. Imaging through nonlinear media using digital holography // *Nature Photonics.* – 2009. – V. 3. – P. 211–215.
17. Petrov N.V., Беспалов В.Г., Gorodetsky A.A. Phase retrieval method for multiple wavelength speckle patterns // *Speckle 2010: Optical Metrology. Proc. of SPIE.* – 2010. – V. 7387. – P. 7387 1T.
18. Petrov N.V., Volkov M.V., Gorodetsky A.A., Беспалов В.Г. Image reconstruction using measurements in volume speckle fields formed by different wavelengths // *Biomedical Applications of Light Scattering V. Proc. of SPIE.* – 2011. – V. 7907. – P. 790718-1.
19. Петров Н.В., Беспалов В.Г., Волков М.В. Восстановление волнового фронта при безопорной цифровой ПЗС-регистрации мультиспектральных спекл-картин // *Наносистемы: физика, химия, математика.* – 2011. – Т. 2. – № 1. – С. 82–90.
20. Petrov N.V., Беспалов В.Г., Volkov M.V. Phase retrieval of THz radiation using set of 2D spatial intensity measurements with different wavelengths // *Proceedings of SPIE.* – 2012. – V. 8281. – P. 82810J.
21. Pedrini G., Osten W., Zhang Y. Wave-front reconstruction from a sequence of interferograms recorded at different planes // *Opt. Lett.* – 2005. – V. 30. – P. 833–835.
22. Almoró P.F., Pedrini G., Osten W. Complete wavefront reconstruction using sequential intensity measurements of a volume speckle field // *Appl. Opt.* – 2006. – V. 45. – P. 8596–8605.
23. Schiske P. Image reconstruction by means of focus series // *Journal of Microscopy.* – 2002. – V. 207. – P. 154–154.
24. Rodrigo J.A., Duadi H., Alieva T., Zalevsky Z. Multi-stage phase retrieval algorithm based upon the gyrator transform // *Opt. Express.* – 2010. – V. 18. – P. 1510–1520.
25. Ivanov V.Yu., Sivokon V.P., Vorontsov M.A. Phase retrieval from a set of intensity measurements: theory and experiment // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1992. – V. 9. – P. 1515–1524.
26. Larkin K.G., Bone D.J., Oldfield M.A. Natural demodulation of two-dimensional fringe patterns. I. General background of the spiral phase quadrature transform // *The Journal of the Optical Society of America A.* – 2001. – V. 18. – № 8. – P. 1862–1870.
27. Petrov N.V., Galiaskarov A.N., Nikolaeva T.Yu. Беспалов В.Г. The features of optimization of a phase retrieval technique in THz frequency range // *Speckle 2012: Proc. of SPIE.* – 2012. – V. 8413. – P. 84131T.
28. Lu C.-H., Barsi C., Fleischer J. Phase Retrieval through nonlinear Media // *FIO / LS Technical Digest. OSA.* – 2011. – P. 1–4.
29. Агравал Г.П. Нелинейная волоконная оптика. – М.: Мир, 1996. – 328 с.
30. Goy A., Psaltis D. Digital reverse propagation in focusing Kerr media // *Phys. Rev.* – 2011. – A 83. – 031802(R). – P. 031802-1.
31. Abdollahpour D., Papazoglou D.G., Tzortzakis S. Four-dimensional visualization of single and multiple laser filaments using in-line holographic microscopy // *Phys. Rev.* – 2011. – V. A 84. – P. 053809.
32. Петров Н.В., Беспалов В.Г., Жевлаков А.П., Солдатов Ю.И. Исследования двухдлинноволновой цифровой спекл-фотографии для анализа фазовых неоднородностей в гидросфере // *Сб. трудов VI международной конференции молодых ученых и специалистов «Оптика-2009».* – 2009. – С. 279–282
33. Sutherland R.L. *Handbook of Nonlinear Optics (Second edition).* – N.Y., Basel: Marcel Dekker, 2003. – 946 p.
34. Sokolovskaya A.I., Brekhovskikh G.L., Kudryavtseva A.D. Wavefront reconstruction (conjugation) by Stimulated Scatterings: A review // *IEEE J. Quantum Electron.* – 1988. – V. 23. – P. 1332–1343.

- Налегает Сергей Сергеевич** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, fioi@inbox.ru, s.nalegaev@gmail.com
- Петров Николай Владимирович** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат физ.-мат. наук, мл. научный сотрудник, Nickolai.petrov@gmail.com
- Беспалов Виктор Георгиевич** – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор физ.-мат. наук, профессор, victorbepaloff@gmail.com