КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 681.51.015

НОВЫЙ ФУНКЦИОНАЛ ЛЯПУНОВА–КРАСОВСКОГО ДЛЯ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

А.А. Бобцов, А.А. Пыркин

Рассматривается новый вид функционала Ляпунова–Красовского, доказывающий экспоненциальную устойчивость нелинейной параметрически и функционально неопределенной системы с запаздыванием. В качестве регулятора для стабилизации нелинейной системы был использован метод последовательного компенсатора, разработанный одним из авторов.

Ключевые слова: управление по выходу, системы с запаздыванием, экспоненциальная устойчивость.

На базе метода последовательного компенсатора [1] в статье [2] был рассмотрен алгоритм управления по выходу нелинейной параметрически и функционально неопределенной системы с запаздыванием. Была рассмотрена нелинейная система вида

$$a(p)y(t) = b(p)u(t) + c(p)\omega(t)\,, \tag{1}$$

где $p = d/dt$ обозначает оператор дифференцирования; выходная переменная $y = y(t)$ измеряется, но ее производные недоступны для измерения; $b(p)$, $c(p)$ и $a(p)$ – полиномы с неизвестными коэффициентами; передаточная функция $b(p)/a(p)$ имеет относительную степень $\rho = n - m$; полином $b(p)$ – гурвицев; неизвестная нелинейная функция $\omega(t) = \varphi(y(t-\tau))$ удовлетворяет следующему допущению:

$$\left|\varphi(y(t-\tau))\right| \le C_0 \left|y(t-\tau)\right| \text{ для всех } y(t-\tau)\,, \tag{2}$$

где $\tau > 0$ – неизвестное постоянное запаздывание, $y(\theta) = \varphi(\theta)$ для $\forall\theta \in [-\tau, 0]$, число $C_0 > 0$ неизвестно. Было показано, что использование метода последовательного компенсатора [1] обеспечивает асимптотическую устойчивость рассматриваемой системе. Для доказательства асимптотической устойчивости был использован функционал вида

$$V(t) = x^T(t)Px(t) + \eta^T(t)N\eta(t) + \kappa \int_{t-\tau}^{t} y^2(\theta)d\theta \tag{3}$$

и получены достаточные условия, среди которых присутствует ограничение $\kappa \ge C_0^2(\kappa^{-1} + \delta^{-1})^2$, где κ – коэффициент при управляющем воздействии [2]. Целью данной работы является доказательство экспоненциальной устойчивости рассматриваемой системы при использовании того же метода. Вместо используемого в [1] функционала вида (3) рассмотрим новый функционал

$$V(t) = x^T(t)Px(t) + \eta^T(t)N\eta(t) + \kappa \int_{t-\tau}^{t} e^{-t+\theta} y^2(\theta)d\theta\,, \tag{4}$$

который отличается наличием экспоненциального члена в подынтегральной составляющей функционала. Дифференцирование (4) приводит к неравенству вида

$$\dot{V}(t) \le -\gamma V(t)\,, \quad \gamma > 0 \tag{5}$$

при ограничении $\kappa \ge e^{\tau} C_0^2(\kappa^{-1} + \delta^{-1})^2$. Именно неравенство (5) гарантирует экспоненциальную устойчивость.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 09-08-00139-а).

1. Бобцов А.А., Николаев Н.А. Синтез управления нелинейными системами с функциональными и параметрическими неопределенностями на основе теоремы Фрадкова // Автоматика и телемеханика. – 2005. – № 1. – С. 118–129.
2. Бобцов А.А. Стабилизация нелинейных систем по выходу в условиях запаздывания // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2008. – № 2. – С. 21–28.

Бобцов Алексей Алексеевич – Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, декан, bobtsov@mail.ifmo.ru

Пыркин Антон Александрович – Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, ассистент, a.pyrkin@gmail.com