

УДК 621.373.826

**МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОГО РЕЗОНАТОРА  
МОНОИМПУЛЬСНОГО Nd:YAG-ЛАЗЕРА  
С ГРАДИЕНТНЫМ ВЫХОДНЫМ ЗЕРКАЛОМ**

**И.Н. Дубинкин, В.В. Назаров, Л.В. Хлопонин, В.Ю. Храмов**

Представлен метод моделирования генерации лазерного излучения в неустойчивом радиально-симметричном резонаторе с выходным градиентным зеркалом. Приведены результаты исследований влияния параметров градиентного зеркала на пространственные и энергетические характеристики лазерного излучения. Проведено моделирование лазерной генерации в режимах активной и пассивной модуляции добротности. Проведен сравнительный анализ пространственных и энергетических характеристик излучения для указанных режимов.

**Ключевые слова:** моделирование, неустойчивый резонатор, градиентное зеркало, модуляция добротности.

**Введение**

Среди разрабатываемых в настоящее время лазеров твердотельные лазеры, в частности Nd:YAG-лазеры, занимают одно из лидирующих мест по объему производства. Мощные импульсные Nd:YAG-лазеры могут использоваться в различных технологических процессах благодаря компактности и надежности конструкции, стабильности параметров и возможности применения оптических волокон для доставки излучения до объекта воздействия. Они нашли широкое применение для обработки материалов, в медицине, научных исследованиях, лазерных системах с преобразованием частоты излучения.

Проблеме распространения лазерного излучения в открытых неустойчивых резонаторах, начиная с работы Сигмана [1], посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ, основные результаты которых подытожены в известных монографиях [2, 3]. Математические модели и основные численные методы решения указанной проблемы изложены в [4–8]. Однако предыдущие исследования [9, 10], имеющие непосредственное отношение к тематике настоящей работы, как правило, не учитывали такие факторы, как динамика поля лазерного излучения внутри резонатора, дифракционные эффекты, влияние усиления излучения в активной среде.

**Математическая модель моноимпульсного лазера**

Одним из наиболее эффективных методов решения задачи о лазерной генерации в случае радиально симметричного резонатора является метод, основанный на быстром преобразовании Ганкеля [1].

Кратко рассмотрим разработанный авторами алгоритм, реализующий математическую модель, основанную на указанном методе.

Первый шаг алгоритма заключался в том, что на основе быстрого преобразования Ганкеля был реализован метод Фокса и Ли для пустого резонатора, содержащего тонкую линзу, эквивалентную тепловой линзе активного элемента, а также градиентное выходное зеркало. В результате было получено распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее суперпозиции собственных мод резонатора, что позволило определить потери для исследуемого резонатора. Указанное распределение задает стартовое «шумовое» поле, которое будет усиливаться в активной среде в процессе лазерной генерации.

На втором шаге был реализован метод Фокса и Ли для резонатора, содержащего активную среду и насыщающийся поглотитель. Начальным распределением поля здесь служило распределение, полученное на предыдущем шаге для пустого резонатора. Для моделирования процесса взаимодействия излучения внутри резонатора с активной средой и насыщающимся поглотителем были использованы уравнения Франца–Нодвика [6]. Стоит отметить, что на данном шаге критерием прекращения вычислений являлось снижение интенсивности излучения на несколько порядков относительно пикового значения.

В результате указанных процедур с шагом дискретизации по времени, равным времени обхода резонатора, определялось распределение интенсивности поля на выходном зеркале резонатора в ходе генерации. Полученные данные использовались для определения энергетических и пространственных характеристик импульса излучения лазерной генерации с учетом характеристик выходного зеркала резонатора.

Основными выражениями при реализации метода Фокса и Ли были уравнения, полученные в работах [1, 4–6] и преобразованные в соответствии с рассматриваемой задачей. Эти уравнения можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} f_n = r_0 \exp(\alpha n) \cdot E_1(r_0 \exp(\alpha n)) \cdot \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda B} A r_0^2 \exp(2\alpha n)\right]; \\ g_{n+m} = \alpha \frac{2\pi}{\lambda B} r_0 \rho_0 \exp(\alpha(n+m)) \cdot J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda B} r_0 \rho_0 \exp(\alpha(n+m))\right); \\ \psi = IFFT[IFFT(f_n) \cdot FFT(g_{n+m})]; \\ E_2(\rho_0 \cdot \exp(\alpha m)) = i \frac{\psi(\rho_0 \exp(\alpha m))}{\rho_0 \exp(\alpha m)} \cdot \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda B} D \rho_0^2 \exp(2\alpha m)\right], \end{cases} \quad (1)$$

где  $n, m$  – целочисленные индексы, соответствующие узлам расчетной сетки;  $A, B, D$  – элементы лучевой матрицы оптической системы;  $E_1$  – начальное распределение комплексной амплитуды поля на опорной плоскости;  $E_2$  – искомое распределение комплексной амплитуды поля;  $\lambda$  – длина волны излучения;  $J_0$  – функция Бесселя нулевого порядка;  $r_0, \rho_0, \alpha$  – числовые параметры, определяемые в соответствии с [4];  $FFT, IFFT$  – операторы прямого и обратного быстрого преобразования Фурье соответственно.

Основными выражениями при моделировании процесса взаимодействия лазерного излучения с активной средой и насыщающимся поглотителем были уравнения, полученные в [7] и модифицированные в соответствии с решаемой задачей:

$$\begin{cases} U_i^{(AE,SH)} = \frac{U_i^{(AE,SH)} \cdot \exp\left[-\sigma^{(AE,SH)} U_i^{(AE,SH)} L^{(AE,SH)}\right]}{\exp\left[2\sigma^{(AE,SH)} \frac{c}{n^{(AE,SH)}} I_i \tau\right] + \exp\left[-\sigma^{(AE,SH)} U_i^{(AE,SH)} L^{(AE,SH)}\right] - 1}; \\ I_i = \frac{I_i}{1 - \left(1 - \exp\left[-\sigma^{(AE,SH)} U_i^{(AE,SH)} L^{(AE,SH)}\right]\right) \cdot \exp\left[-2\sigma^{(AE,SH)} \frac{c}{n^{(AE,SH)}} I_i \tau\right]}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $i$  – целочисленные индексы, соответствующие узлам расчетной сетки;  $U_i^{(AE,SH)}$  – разность населенностей рабочих уровней в активной среде или насыщающемся поглотителе;  $\sigma^{(AE,SH)}$  – сечение рабочего перехода в активной среде или насыщающемся поглотителе;  $L^{(AE,SH)}$  – характерный размер активной среды или насыщающегося поглотителя;  $n^{(AE,SH)}$  – показатель преломления активной среды или насыщающегося поглотителя;  $\tau$  – длительность импульса излучения постоянной интенсивности на входе в среду;  $I_i$  – интенсивность излучения в  $i$ -ой точке расчетной сетки;  $c$  – скорость света в вакууме.

Заметим, что уравнения (2) являются частным решением задачи о взаимодействии импульса излучения с двухуровневой средой и применимы только в случае, если со средой взаимодействует импульс постоянной во времени интенсивности. По этой причине в рамках данной модели усиливаемый импульс представлялся последовательностью постоянных во времени элементарных импульсов.

Для определения пространственных характеристик импульса излучения лазерной генерации был проведен анализ распределения плотности энергии в фокальной плоскости модельной тонкой линзы, размещенной на выходе лазерного резонатора. С помощью выражений (1) по уровню 90% энергии опре-

делялся диаметр лазерного пучка вблизи фокуса указанной линзы, что, в свою очередь, позволяло легко оценить угловую расходимость излучения.

### Результаты исследования характеристик лазерного излучения

На основе разработанного алгоритма было проведено численное исследование генерации излучения в неустойчивом резонаторе, схема которого показана на рис. 1. С целью упрощения задачи оптимизации геометрические параметры резонатора были зафиксированы.

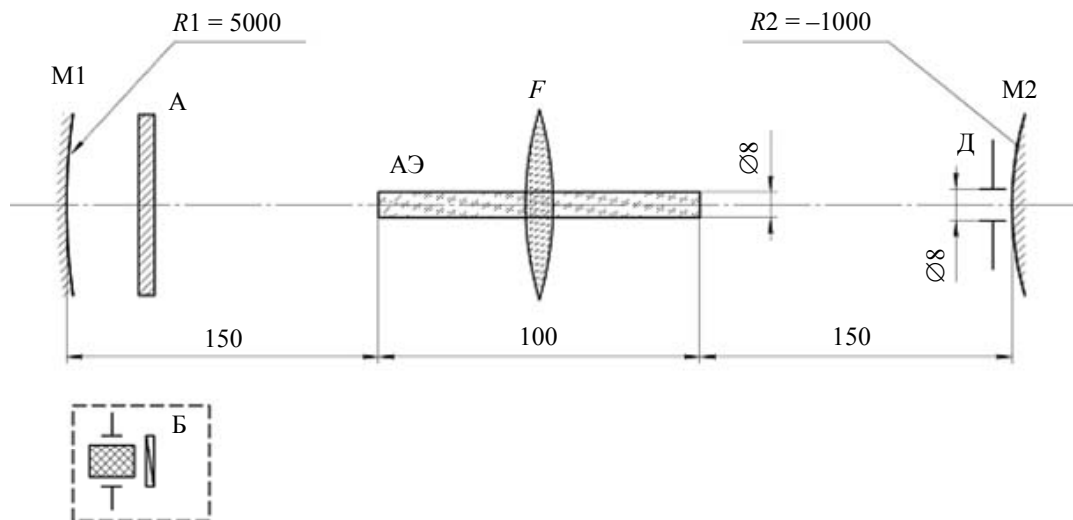


Рис. 1. Геометрия исследуемого резонатора: АЭ – активный элемент; М1, М2 – зеркала резонатора; А – блок пассивной модуляции добротности; Б – блок активной модуляции добротности; Д – диафрагма; F – тепловая линза. Оптическая сила тепловой линзы  $0,5 \text{ м}^{-1}$ . Все линейные величины приведены в мм

Для данной геометрии коэффициент увеличения резонатора составляет 1,6, а эквивалентное число Френеля равно 7,5. В качестве насыщающегося поглотителя в режиме пассивной модуляции добротности был использован кристалл GSGG:Cr:Mg.

Профиль коэффициента отражения выходного градиентного зеркала определяется выражением

$$R = R_0 \exp\left(-2 \frac{r^n}{\omega_m^n}\right),$$

где  $R_0$  – максимальный коэффициент отражения;  $r$  – радиальная координата,  $\omega_m$  – радиус (характерный размер) градиентного зеркала;  $n$  – показатель степени супергауссова профиля коэффициента отражения выходного зеркала.

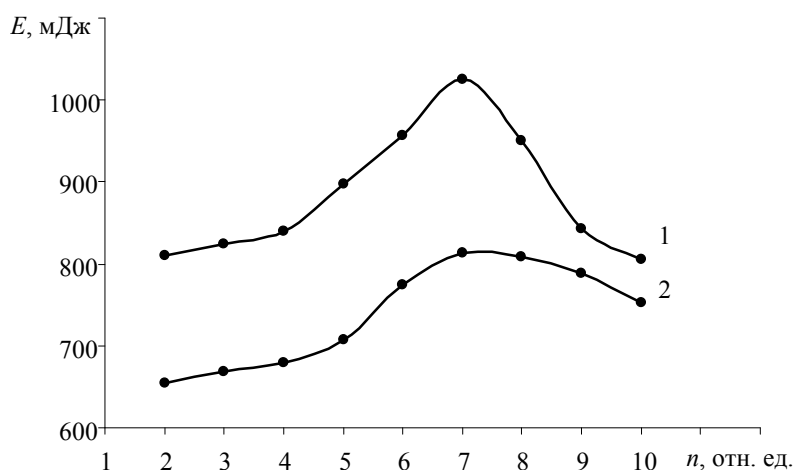


Рис. 2. Зависимость энергии импульса излучения от показателя степени супергауссова профиля коэффициента отражения выходного зеркала: 1 – активная модуляция добротности; 2 – пассивная модуляция добротности с использованием насыщающегося поглотителя с начальным пропусканием 60%. Параметры градиентного зеркала: максимальный коэффициент отражения – 0,25; радиус градиентного зеркала – 1,35 мм

Параметры градиентного зеркала	
Максимальный коэффициент отражения	0,25–0,3
Радиус (характерный размер) градиентного зеркала, мм	1,2–1,5
Показатель степени супергауссова профиля коэффициента отражения выходного зеркала	6–8
Параметры насыщающегося поглотителя	
Начальный коэффициент поглощения, см <sup>-1</sup>	1,0–1,5
Характерный линейный размер, см	0,1–0,3
Концентрация активатора, 10 <sup>18</sup> см <sup>-3</sup>	5,5–8,5

Таблица 1. Характеристики насыщающегося поглотителя и градиентного зеркала

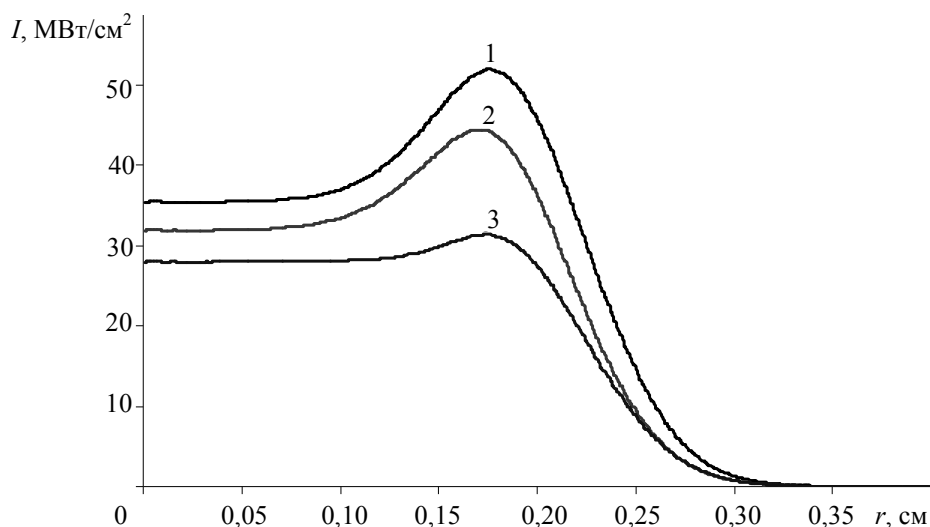


Рис. 3. Поперечное распределение интенсивности в лазерном пучке: 1 – активная модуляция добротности; 2 – пассивная модуляция добротности с использованием насыщающегося поглотителя с начальным пропусканием 80%; 3 – пассивная модуляция добротности с использованием насыщающегося поглотителя с начальным пропусканием 60%. Параметры градиентного зеркала: минимальный коэффициент отражения – 0,25; радиус градиентного зеркала – 1,35 мм; показатель степени супергауссова профиля коэффициента отражения выходного зеркала – 6

Результаты оптимизации параметров градиентного зеркала и насыщающегося поглотителя с целью достижения более однородного поперечного распределения интенсивности в импульсе лазерного излучения и повышения энергии импульса излучения в режиме пассивной модуляции добротности приведены в табл. 1. Зависимость энергии импульса излучения от показателя степени супергауссова профиля коэффициента отражения выходного зеркала показана на рис. 2. Дальнейшие результаты приведены для указанных в табл. 1 значений параметров поглотителя и зеркала.

Поперечное распределение плотности мощности в импульсе лазерного излучения для случаев активной модуляции добротности и пассивной модуляции добротности с использованием насыщающихся поглотителей с различным начальным пропусканием показано на рис. 3. Результаты приведены для момента достижения пиковой мощности в импульсе генерации. Из приведенных на рис. 3 данных очевидно, что в режиме пассивной модуляции добротности повышается однородность лазерного пучка.

Оценка неоднородности поперечного распределения интенсивности лазерного пучка  $\Delta$  проводилась при помощи выражения

$$\Delta = \frac{I_{\max} - I_0}{I_{\max}},$$

где  $I_0$  – минимальное значение интенсивности в приосевой области;  $I_{\max}$  – максимальное значение интенсивности лазерного пучка.

Основные характеристики излучения для различных режимов модуляции приведены в табл. 2. Следует отметить, что для оценки значения коэффициента усиления слабого сигнала в активной среде, исходя из энергии накачки, были использованы выражения из работы [10].

Параметр	Значение	
	Активная модуляция	Пассивная модуляция
Энергия импульса генерации при энергии импульса накачки 50 Дж, мДж	1026	814
Длительность импульса излучения по полувысоте, нс	30	50
Угловая расходимость излучения, мрад	1,8	1,5
Угловая расходимость излучения, мрад		
Неоднородность по поперечному сечению, %	18	11

Таблица 2. Характеристики излучения лазерной генерации

### Заключение

В работе приведено описание разработанной математической модели, позволяющей исследовать генерацию лазерного излучения в неустойчивом резонаторе с выходным градиентным зеркалом. Была проведена оптимизация параметров градиентного зеркала с целью достижения более однородного поперечного распределения плотности мощности излучения и максимальной энергии импульса генерации. Представлены результаты численного моделирования параметров лазерного излучения для режимов активной и пассивной модуляции добротности. Сравнительный анализ указанных режимов показал, что использование метода пассивной модуляции добротности позволяет повысить однородность поперечного распределения интенсивности в импульсе лазерного излучения и снизить угловую расходимость излучения. Проведен анализ влияния параметров градиентного зеркала и насыщающегося поглотителя на характеристики лазерного излучения.

### Литература

1. Siegman A.E., Miller H.Y. Unstable optical resonator loss calculations using the prony method // *Applied Optics*. – 1970. – V. 9. – № 12. – P. 2729–2763.
2. Ананьев Ю.А. Оптические резонаторы и проблемы расходимости лазерного излучения. – М.: Наука, 1979. – 328 с.
3. Ананьев Ю.А. Оптические резонаторы и лазерные пучки. – М.: Наука, 1990. – 264 с.
4. Murphy W.D., Bernabe M.L. Numerical procedures for solving nonsymmetrical eigenvalue problems associated with optical resonators // *Applied Optics*. – 1978. – V. 17. – № 15. – P. 2358–2365.
5. Карамзин Ю.Н., Конев Ю.Б. Численные методы исследования работы неустойчивых телескопических резонаторов с учетом дифракции и эффекта насыщения в активной среде. – Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР, 1974. – № 57. – 14 с.
6. Елкин Н.Н., Напартович А.П. Прикладная оптика лазеров. – М.: ЦНИИатоминформ, 1989. – 183 с.
7. Lee M. Frantz, John S. Nodvik. Theory of Pulse Propagation in a Laser Amplifier // *J. Appl. Phys.* – 1963. – V. 34. – P. 2346–2349.
8. Аладов А.В., Беззубик В.В., Белашенков Н.Р., Карасев В.Б., Назаров В.В. и др. Применение зеркал с переменным коэффициентом отражения в компактных твердотельных лазерных системах // *Изв. вузов. Приборостроение*. – 1998. – Т. 41. – № 3. – С. 53–56.
9. Morin M. Graded reflectivity mirror unstable laser resonators // *Optical and Quantum Electronics*. – 1997. – V. 29. – № 8. – P. 819–866.
10. Зверев Г.М., Голяев Ю.Д., Шалаев Е.А., Шокин А.А. Лазеры на алюмоиттриевом гранате с неодимом. – М.: Радио и связь, 1985. – 144 с.

- Дубинкин Илья Николаевич* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, студент, [ilya.dubinkin@mail.ru](mailto:ilya.dubinkin@mail.ru)
- Назаров Вячеслав Валерьевич* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, ст. научный сотрудник, [lab255@grv.ifmo.ru](mailto:lab255@grv.ifmo.ru)
- Хлопонин Леонид Викторович* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, ст. научный сотрудник, [l\\_khloponin@yahoo.com](mailto:l_khloponin@yahoo.com)
- Храмов Валерий Юрьевич* – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой, [khramov@grv.ifmo.ru](mailto:khramov@grv.ifmo.ru)