

УДК 531.7.082.5:535.42/44

## ИССЛЕДОВАНИЕ МУАР-ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ КАРТИНЫ, ВОЗНИКАЮЩЕЙ ПРИ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА ЗАЗОРЕ МЕЖДУ «ТОЛСТЫМ» КРАЕМ И ПЛОСКОЙ ОТРАЖАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

А.Н. Иванов

Рассмотрена проблема извлечения информации о геометрических параметрах контролируемого объекта из муар-интерференционной картины, которая сформирована наложением частотных спектров этого объекта. Предложена конкретная методика для ее решения.

**Ключевые слова:** дифракция, муар, измерения.

### Введение

При интерференционных измерениях информация о геометрических параметрах контролируемых объектов содержится в интерференционной картине – интерферограмме. Некоторую качественную информацию об этих параметрах можно получить по виду этой интерферограммы. Однако в большинстве случаев наибольший интерес представляет количественная информация. При этом для автоматизации контроля, увеличения точности и скорости получения результатов интерферограмма регистрируется ПЗС-матрицей и затем обрабатывается на компьютере. Для оценки измеряемой характеристики необходимо на стадии численного моделирования определить зависимость, связывающую изменение этой характеристики с изменением параметров интерференционной картины. Другим условием получения точных результатов является предварительная обработка интерферограмм, направленная на снижение шумов в ней без потери полезной информации об исследуемом объекте.

### Формирование муар-интерференционных полос

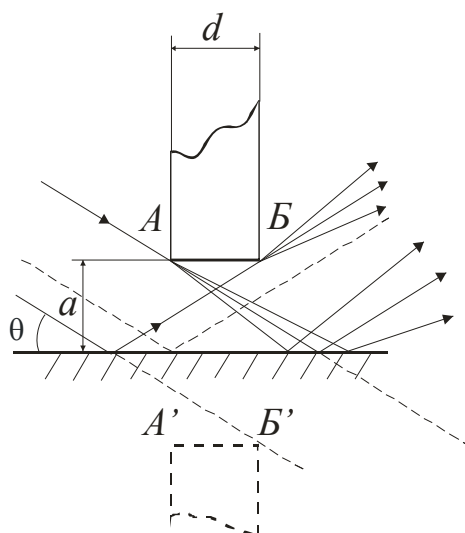


Рис. 1. Схема формирования дифракционной картины от «толстого» края

В работе [1] было предложено использовать для контроля геометрических параметров объекта дифракционную картину от зазора, образованного краем этого объекта и эталонной плоской отражающей поверхностью. Проведенные исследования показали, что при дифракции на таком зазоре в дифракционной картине формируется дополни-

тельная система муар-интерференционных полос. Эти полосы образуются наложением частотных спектров, сформированных при дифракции света на краях объекта  $A$  и  $B$  (рис. 1). Так как прямая и отраженная волны падают на края объекта с разными по знаку углами падения, то при смещении этих краев между их частотными спектрами появляется фазовый сдвиг, пропорциональный величине смещения

$$\psi = k\theta\Delta a/2 + k\theta\Delta b/2, \quad (1)$$

где  $k$  – волновое число,  $\theta$  – угол падения волны на край,  $\Delta a$  и  $\Delta b$  – смещения краев  $A$  и  $B$ . Если объект наклонить относительно поверхности зеркала, то разность фаз будет изменяться вдоль зазора, и в дифракционной картине возникнет дополнительная система полос равной ширины.

В случае, когда толщина края  $d \approx 0$  (тонкий край), распределение амплитуды от зазора в дальней области будет иметь вид

$$U(\omega_x, y') = A \operatorname{sinc}(k\omega_x a(y)/2) \cos((k\omega_x a(y) + k\Delta a(y)\theta)/2), \quad (2)$$

где  $\omega_x = x'/z$  – пространственная частота,  $z$  – расстояние от зазора до плоскости регистрации. Рассматривая множители выражения (2) как пространственные решетки, удалось получить параметрическое уравнение полос  $p = (2\Delta a(y)\theta - \lambda)/2\lambda$  и определить, что они ориентированы строго перпендикулярно поверхности зеркала [1].

Когда  $d \neq 0$ , мы имеем «толстый» край. Полагая  $\Delta a = \Delta b$  и пренебрегая срезанием части волнового фронта, проходящего через зазор, получим выражение для дальней области:

$$U(\omega_x, y') \approx A \operatorname{sinc}(k\omega_x a(y)/2) \cos((k\omega_x a(y) + k\Delta a(y)\theta)/2 - k\omega_x^2 d/4). \quad (3)$$

Наличие «толстого» края приводит к частичному срезанию отраженного от зеркала волнового фронта в соответствии с выражением  $a' = a - d\theta$ . Мы не учитываем это, так как анализ выражений (2) и (3) показал, что равномерный сдвиг края не приводит к изменению параметров муаровых полос.

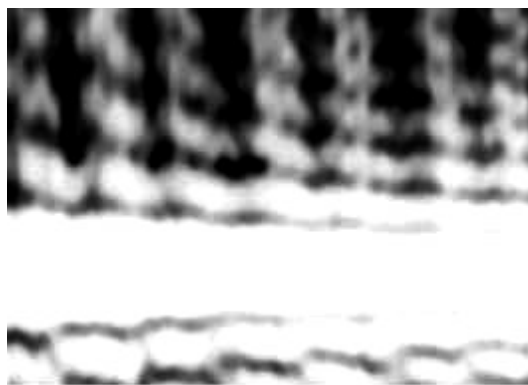


Рис. 2. Муар-интерференционная картина от зазора, образованного краем толщиной 0,9 мм и плоской отражающей поверхностью

Продольное смещение краев  $A$  и  $B$  приводит к фазовому сдвигу между частотными спектрами  $\varphi = k d \omega_x^2 / 2$  [2] и искривлению муаровых полос (рис. 2). Параметрическое уравнение полос в этом случае имеет вид

$$p = (2\Delta a(y)\theta - \omega_x^2 d - \lambda) / 2\lambda. \quad (4)$$

Наклоняя объект относительно поверхности зеркала, получаем линейный закон изменения ширины зазора  $\Delta a = \alpha y$ , где  $\alpha$  – угол наклона. Тогда уравнение (4) примет вид

$$y = (\omega_x^2 d + \lambda(2p + 1)) / 2\alpha\theta. \quad (5)$$

Из выражения (5) видно, что, определив координаты центра полосы и порядок полосы  $p$ , можно определить толщину объекта.

### Определение толщины объекта по муар-интерференционной картине

Анализ полученных муаровых картин показывает, что определить непосредственным измерением координаты полос невозможно. Невозможно определить и порядок регистрируемых полос. Кроме того, сама муаровая картина требует предварительной обработки для удаления из нее фоновых дифракционных полос. Поэтому была разработана методика, позволяющая определить нужный параметр косвенным методом.

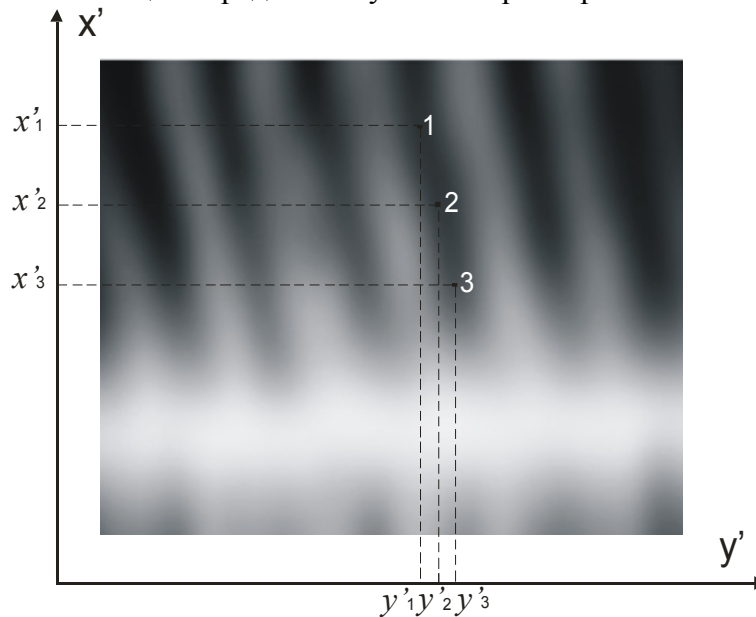


Рис. 3. Вид муар-интерференционной картины после ее обработки низкочастотным фильтром с функцией пропускания типа Гаусса

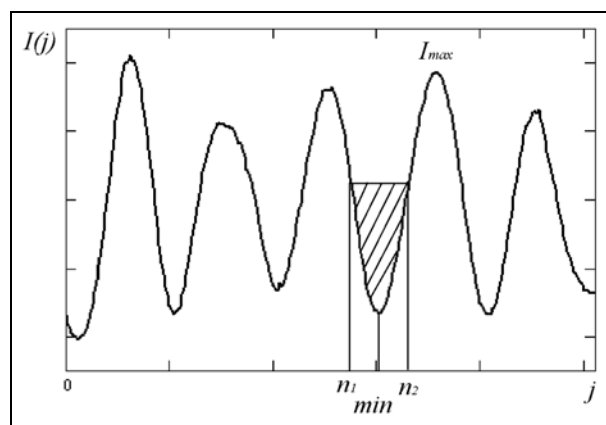


Рис. 4. Определение минимума полосы как центра тяжести фигуры

Сначала из муаровой картины удалялся фон. Для этого выполнялась свертка полученного изображения с одномерной функцией Гаусса, ширина купола которой определялась из выражения  $\sigma_x \geq 3\nu$ , где  $\nu$  – частота фоновых полос [3]. На следующем эта-

пе из муаровой картины удалялся высокочастотный аддитивный шум. Так как, согласно (5), ширина муаровых полос равна

$$S = y(p+1) - y(p) = \lambda / \alpha \theta,$$

то из Фурье-спектра изображения можно удалить все гармоники, частоты которых будут больше граничной частоты  $\nu_{\text{гр}} = 2\pi / S$ . Пример обработанной таким образом муаровой картины приведен на рис. 3.

Затем было выполнено три сечения зарегистрированной муаровой картины с координатами  $x'_1, x'_2$  и  $x'_3$  таким образом, что  $\Delta x' = x'_3 - x'_2 = x'_2 - x'_1$  (рис. 3). По этим сечениям определялось смещение минимума муаровой полосы порядка  $p$ :  $\Delta y'_2 = y'_3 - y'_2$  и  $\Delta y'_1 = y'_2 - y'_1$ . Положение минимума полосы определялось как центр тяжести заштрихованной фигуры, изображенной на рис. 4. Для этого сначала приближенно оценивалось положение минимума по наименьшей интенсивности сигнала и положение границ фигуры в пикселях изображения:  $n_1 \approx m - (S/4t)$  и  $n_2 \approx m + (S/4t)$ , где  $t$  – размер одного пикселя. Затем приближенно оценивалось интенсивность сигнала в максимуме полосы порядка  $p - I_{\text{max}}$ . Центр тяжести фигуры определялся по формуле

$$\min = \frac{\sum_{j=n_1}^{n_2} ((I_{\text{max}}/2 - I(j))j)}{\sum_{j=n_1}^{n_2} (I_{\text{max}}/2 - I(j))},$$

где  $I(j)$  – интенсивность сигнала в  $j$ -м пикселе сечения.

Так как определить абсолютные координаты точек минимумов полос невозможно, попытаемся определить толщину объекта через разности этих координат. Для этого составим две системы уравнений, связывающих координаты точек минимумов, воспользовавшись для этого выражением (5):

$$\begin{cases} y'_3 = x'^2_3 d / 2z^2 \alpha \theta + \lambda(2p+1) / 2\alpha \theta, \\ y'_2 = x'^2_2 d / 2z^2 \alpha \theta + \lambda(2p+1) / 2\alpha \theta; \\ y'_2 = x'^2_1 d / 2z^2 \alpha \theta + \lambda(2p+1) / 2\alpha \theta, \\ y'_1 = x'^2_1 d / 2z^2 \alpha \theta + \lambda(2p+1) / 2\alpha \theta. \end{cases}$$

Вычитая уравнения, входящие в системы, друг из друга, получаем:

$$\Delta y'_2 = y'_3 - y'_2 = \Delta x'(x'_3 + x'_2) d / 2z^2 \alpha \theta, \quad (6)$$

$$\Delta y'_1 = y'_2 - y'_1 = \Delta x'(x'_2 + x'_1) d / 2z^2 \alpha \theta, \quad (7)$$

и, вычитая из уравнения (6) уравнение (7), получаем:

$$\Delta y'_2 - \Delta y'_1 = \Delta x'(x'_3 - x'_1) d / 2z^2 \alpha \theta.$$

С учетом того, что  $x'_3 - x'_1 = 2\Delta x$ , упрощаем выражение:

$$\Delta y'_2 - \Delta y'_1 = \Delta x'^2 d / z^2 \alpha \theta. \quad (8)$$

Таким образом, удалось связать разность координат центра муаровой полосы с толщиной края.

### Экспериментальная часть

Для экспериментальной оценки предложенного метода был собран макет измерительной установки, изображенный на рис. 5. В роли контролируемого объекта был использован калиброванный цилиндр диаметром 13 мм с неотражающей поверхностью, изготовленный с допуском h9. Согласно методу эквивалентных диафрагм [4], его воздействие на падающую волну аналогично действию двух тонких краев, смещенных от-

носителем друг друга на расстояние  $d = D\theta$ , где  $D$  – диаметр цилиндра. Поэтому, оценив по муаровым полосам величину  $d$ , можно перейти от нее к диаметру цилиндра.

Регистрация муаровых полос производилась цифровой камерой со встроенным объективом. Поэтому, чтобы оценить размер пикселя изображения в плоскости матового экрана, на последний наносился эталонный объект. Расстояние от объекта до матового экрана выбиралось из условия наблюдения дифракции Фраунгофера  $z \geq a^2 / \lambda$ .

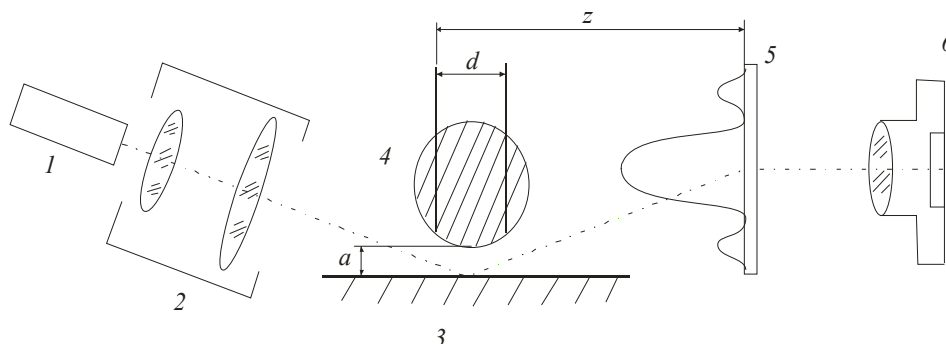


Рис. 5. Схема экспериментальной установки для измерения диаметров цилиндров:  
1 – лазер, 2 – формирователь пучка, 3 – плоская отражающая поверхность,  
4 – контролируемый цилиндр, 5 – матовый экран, 6 – цифровая камера

На данной установке были проведены измерения диаметра цилиндра по приведенной выше методике. Погрешность измерения составила порядка 3 %. Такая достаточно большая погрешность может быть объяснена ошибкой установки дистанции  $\delta z$  и достаточно большой ошибкой измерения координат минимумов полосы. Хотя метод, основанный на определении минимума как центра тяжести фигуры, теоретически дает ошибку измерения сдвига полосы порядка 0,8 %, на практике эта ошибка сильно зависит от уровня шума. Ошибка установки дистанции обусловлена трудностью определения положения эквивалентных плоскостей. Эта ошибка может быть уменьшена использованием цилиндрического объектива, выполняющего преобразование Фурье. В этом случае положение эквивалентных плоскостей относительно линзы не оказывает влияния на параметры муаровой картины.

### Заключение

Предложен дифракционный метод контроля толщин объектов, основанный на использовании муаровых полос, которые возникают при наложении частотных спектров краев объекта. Их использование позволяет значительно увеличить чувствительность измерений.

Получено параметрическое уравнение муаровых полос, позволившее связать координаты полосы с толщиной края. Так как абсолютные координаты полос не могут быть определены при измерениях, была разработана методика, позволяющая использовать для измерения толщины объекта разность координат нескольких точек центра полосы.

Для проверки правильности сделанных выводов был собран макет установки для измерения диаметров цилиндров предложенным методом. Получено хорошее совпадение между результатами численного моделирования и эксперимента. Доказана возможность применения предложенной методики для оценки толщины объекта. Увеличение точности предложенного метода может быть достигнуто путем применения более точного метода определения координат минимумов муаровых полос.

Работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Санкт-Петербурга в виде гранта № 28-04/18.

### Литература

1. Иванов А.Н., Назаров В.Н. Использование явления муара для увеличения точности дифракционных методов контроля геометрических параметров и пространственного положения объектов // Оптический журнал. – 2009. – Т. 76. – № 1. – С. 46–50.
2. Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику. – М.: Мир, 1970.
3. Грейсух Г.И., Ежов Г.И., Земцов А.Ю., Степанов С.А. Разработка методов и программных средств подавления шумов в интерферограммах на этапе их предварительной обработки // Компьютерная оптика. – 2005. – Т. 28.
4. Лемешко Ю.А, Чугуй Ю.В. Размерный контроль круговых отражающих цилиндров интерференционным методом // Автометрия. – 2003. – Т. 39. – № 5. – С. 42–52.

*Иванов Александр Николаевич*

– Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, доцент, i\_off@mail.ru