

УДК 535.417 + 681.787

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ С ЦИФРОВОЙ ФУРЬЕ-ГОЛОГРАММЫ В УСЛОВИЯХ ПРЕВЫШЕНИЯ ЧАСТОТЫ НАЙКВИСТА

К.А. Гребенюк, А.А. Гребенюк, В.П. Рябухо

Проведено экспериментальное исследование особенностей регистрации цифровых безлинзовых внеосевых Фурье-голограмм в условиях превышения несущей частотой голограммной структуры частоты Найквиста. Показано, что превышение несущей частотой голограммной структуры частоты Найквиста ведет не к исчезновению изображения, а к постепенному уменьшению его интенсивности, что свидетельствует о снижении дифракционной эффективности голограммы.

Ключевые слова: цифровая голография, Фурье-голограмма, голограммная структура, пространственный спектр, частота Найквиста.

Введение

Цифровые оптические методы, основанные на принципе внеосевой голографии, находят широкое применение при анализе динамических фазовых объектов, в первую очередь, объектов медико-биологических исследований *in vivo* [1–5]. Одно из основных ограничений этих методов связано с отно-

нительно низкой пространственной частотой пиксельной структуры матричных фотодетекторов (МФД), используемых для регистрации голограммы. В литературе указывается, что записываемое МФД распределение интенсивности оптического поля не должно содержать пространственных частот, превышающих частоту Найквиста, равную половине пространственной частоты расположения пикселей МФД [6–8]. Однако при этом не рассматривается вопрос о свойствах голограмм, записанных в условиях превышения частоты Найквиста.

При проектировании оптической схемы записи цифровых голограмм удовлетворение критерию Найквиста может быть затруднительно. В связи с этим значительный интерес представляет исследование вопроса о возможности восстановления изображения с цифровой голограммы, записанной с нарушением критерия Найквиста. В настоящей работе исследована возможность восстановления изображения объекта с цифровых безлинзовых Фурье-голограмм, записанных в условиях, когда частота несущей голограммной структуры превышает частоту Найквиста.

Теоретический анализ

Интенсивность монохроматического оптического поля в плоскости регистрации голограммы определяется известным выражением

$$I(x, y) = I_R(x, y) + I_S(x, y) + H_S(x, y) + H_S^*(x, y), \quad (1)$$

$$I_R(x, y) = U_R(x, y)U_R^*(x, y), \quad I_S(x, y) = U_S(x, y)U_S^*(x, y),$$

$$H_S(x, y) = U_S(x, y)U_R^*(x, y), \quad H_S^*(x, y) = U_S^*(x, y)U_R(x, y),$$

где $U_S(x, y)$, $U_R(x, y)$ – распределения комплексных амплитуд объектного и опорного полей в плоскости регистрации. В выражении (1) слагаемое $I_S(x, y)$ описывает распределение интенсивности объектного поля, которое в рассматриваемом случае рассеивающего объекта имеет спекл-модулированный характер. Далее будем называть распределение $I_S(x, y)$ спекл-структурой. Слагаемое $H_S(x, y) + H_S^*(x, y)$ описывает систему полос, возникающих в результате интерференции объектной и опорной волн и обеспечивающих голографическую запись объектной волны. Будем называть каждое из распределений $H_S(x, y)$ и $H_S^*(x, y)$ голограммной структурой. Под несущей частотой голограммной структуры будем понимать среднюю частоту ее пространственного спектра.

Запись цифровой голограммы заключается в регистрации набора дискретных отсчетов $(I(x, y))_D$ пространственного распределения интенсивности $I(x, y)$. Этот набор дискретных отсчетов $(I(x, y))_D$ называют цифровой голограммой. Восстановление изображения в случае безлинзовой голографии Фурье сводится к вычислению двумерного дискретного преобразования Фурье цифровой голограммы $(I(x, y))_D$. В этом случае квадрат модуля Фурье-образа цифровой голограммы не только является ее пространственным спектром мощности, но и содержит восстановленные изображения объекта – прямое и комплексно сопряженное.

Фурье-образ $F\{(I(x, y))_D\}$ цифровой голограммы $(I(x, y))_D$ можно представить в виде

$$F\{(I(x, y))_D\} = G_{DC} + G_H + G_H^*, \quad (2)$$

$$G_{DC} = F\{(I_R(x, y))_D\} + F\{(I_S(x, y))_D\},$$

$$G_H = F\{(H_S(x, y))_D\}, \quad G_H^* = F\{(H_S^*(x, y))_D\}.$$

Фурье-образы G_H и G_H^* голограммных структур $H_S(x, y)$ и $H_S^*(x, y)$ представляют собой комплексные амплитуды полей восстановленных изображений объекта – прямого и сопряженного, а квадраты их модулей $|G_H|^2$ и $|G_H^*|^2$ – соответствующие изображения объекта.

Во внеосевой цифровой голографии вопрос о соотношении максимальной частоты пространственного спектра голограммы и частоты Найквиста делится на две составляющие:

1. соотношение ширины пространственного спектра голограммной структуры и частоты Найквиста (ширина пространственного спектра голограммной структуры при записи безлинзовой Фурье-голограммы определяется угловой апертурой объекта);
2. соотношение несущей частоты голограммной структуры и частоты Найквиста (несущая частота голограммной структуры определяется углом между основным направлением из центра МФД на объект и направлением из центра МФД на опорный источник).

Ширина пространственного спектра голограммной структуры не должна превышать частоту Найквиста, поскольку в противном случае может произойти наложение положительных и отрицательных высокочастотных частей компонент G_H и G_H^* Фурье-образа цифровой голограммы, а также их перекрытие с низкочастотной компонентой G_{DC} . Таким образом, дискретизация голограммной структуры, вносимая МФД, накладывает ограничения на угловой размер объекта, голографическое изображение которого может быть записано.

Вопрос о соотношении несущей частоты голограммной структуры и частоты Найквиста более сложен. Теоретический анализ данного вопроса требует учета свойств не только дискретного преобразования Фурье, но и свойств МФД, в частности, конечного размера его регистрирующих элементов. В связи с этим наиболее эффективным методом исследования здесь представляется натуральный эксперимент.

Экспериментальное исследование

Схема проведенного эксперимента представлена на рис. 1. Несущая частота голограммной структуры изменялась путем смещения объекта в плоскости, параллельной плоскости регистрации (и, соответственно, путем изменения углового расстояния θ между объектом и опорным источником). Для каждого положения рассеивающего объекта на ПЗС-матрицу записывалась голограмма. Далее для каждой цифровой голограммы вычислялся квадрат модуля ее Фурье-образа, который, как указано выше, не только представлял собой пространственный спектр мощности голограммы, но и содержал восстановленные изображения объекта.

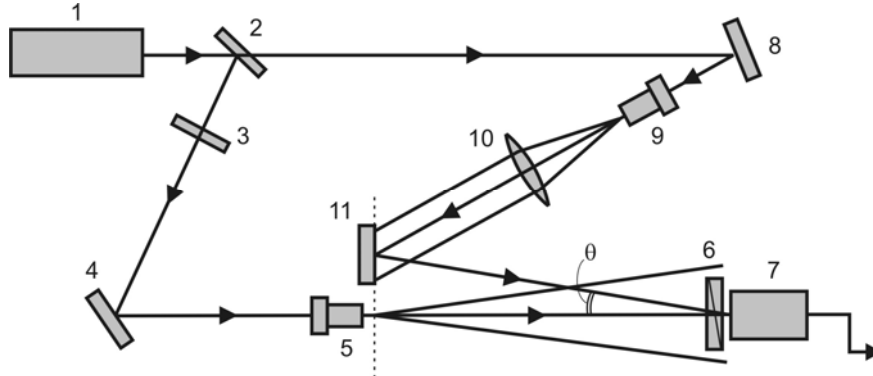


Рис. 1. Экспериментальная схема записи цифровых безлинзовых Фурье-голограмм: 1 – гелий-неоновый лазер; 2 – делитель; 3 – нейтральный светофильтр; 4, 8 – зеркала; 5, 9 – микрообъективы; 6 – поляризационный фильтр; 7 – ПЗС-камера; 10 – собирающая линза; 11 – исследуемый рассеивающий объект (круг с изображением буквы «F»)

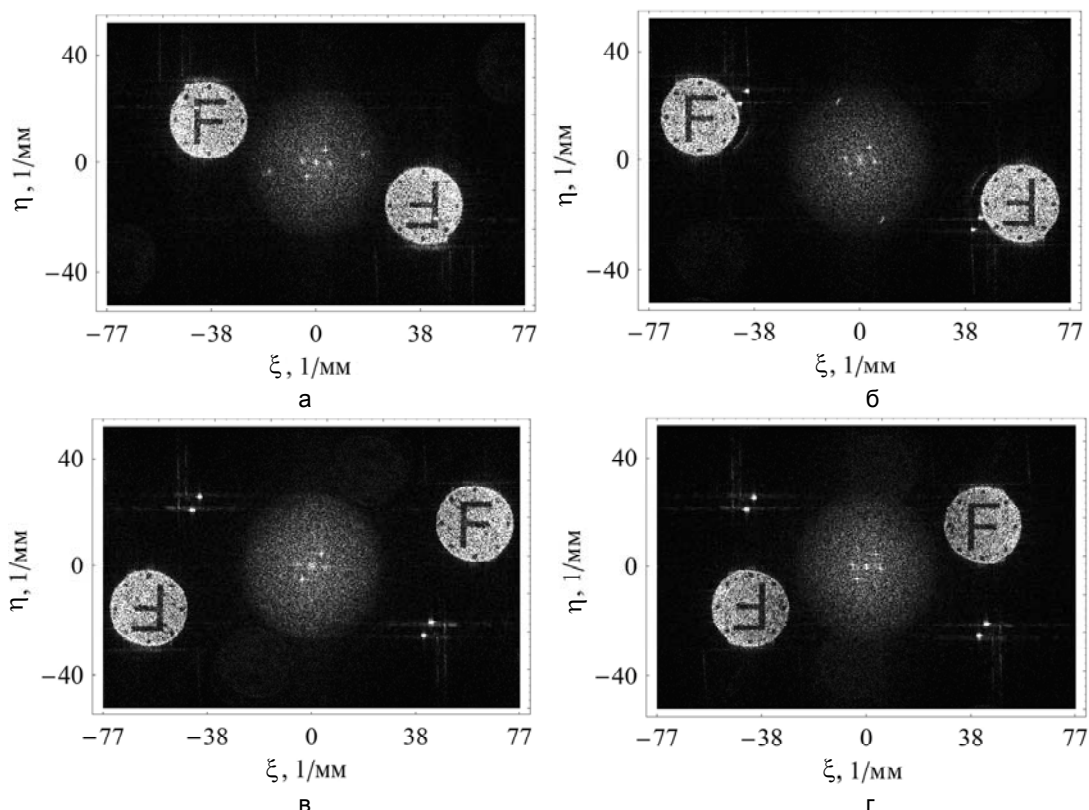


Рис. 2. Пространственные спектры мощности экспериментальных цифровых Фурье-голограмм, записанных при различных значениях углового расстояния θ между центром объекта и опорным источником: $\theta=1,45$ град (а); $\theta=2,08$ град (б); $\theta=3,33$ град (в); $\theta=3,96$ град (г)

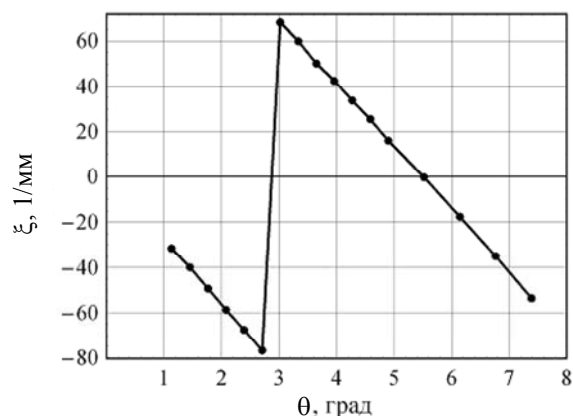


Рис. 3. Экспериментальная зависимость пространственно-частотного положения ξ изображения объекта $|G_H|^2$ в спектре мощности голограммы от углового расстояния между центром объекта и опорным источником θ . Угловое расстояние, соответствующее равенству несущей частоты голограммной структуры частоте Найквиста, составляет 2,79 град

На рис. 2 представлены пространственные спектры мощности голограмм, записанных в условиях, удовлетворяющих критерию Найквиста (рис. 2, а, б), и голограмм, для которых несущая частота голограммной структуры превышает частоту Найквиста (рис. 2, в, г). Из рис. 2, в, г, видно, что, даже когда несущая частота голограммной структуры превышает частоту Найквиста, изображение объекта может быть восстановлено, однако интенсивность его ниже, чем в случаях, когда критерий Найквиста выполняется. Таким образом, если ширина пространственного спектра G_H голограммной структуры удовлетворяет критерию Найквиста и позволяет избежать наложения комплексно сопряженных компонент G_H и G_H^* (2), а также низкочастотной компоненты G_{DC} , то изображение объекта $|G_H|^2$ можно наблюдать и в условиях превышения несущей частотой голограммной структуры частоты Найквиста.

На рис. 3 представлена зависимость пространственно-частотного положения ξ изображения объекта $|G_H|^2$ в пространственном спектре мощности голограммы от углового расстояния θ между центром объекта и опорным источником. При превышении несущей частотой голограммной структуры частоты Найквиста происходит «зацикливание» положения изображения объекта $|G_H|^2$: пространственно-частотное положение изображения $|G_H|^2$ претерпевает скачок, равный по величине удвоенной частоте Найквиста, и затем, с дальнейшим увеличением несущей частоты, постепенно возвращается к своему прежнему значению (рис. 3). Комплексно-сопряженное изображение объекта $|G_H^*|^2$ проявляет аналогичные свойства.

Заключение

Экспериментально показано, что восстановление изображения объекта с цифровой внеосевой Фурье-голограммы возможно в условиях превышения несущей частотой голограммной структуры частоты Найквиста. При этом для визуализации объекта необходимо, чтобы пространственная структура объектного поля разрешалась матричными фотодетекторами так, чтобы в Фурье-образе голограммы было возможно разделение дифракционного гало, прямого и сопряженного изображений объекта. Получена экспериментальная зависимость положения спектра мощности голограммной структуры, представляющего собой изображение объекта, в пространственном спектре мощности голограммы от углового расстояния между центром объекта и опорным источником. Полученные результаты показывают, что в случаях, когда конструктивные особенности схемы не позволяют обеспечить достаточно малый угол между направлениями из матричных фотодетекторов на объект и на опорный источник, можно использовать схему с превышением несущей частотой голограммной структуры частоты Найквиста. При этом нужно иметь в виду, что при превышении частоты Найквиста фактически происходит уменьшение дифракционной эффективности голограммы и, как следствие, уменьшение интенсивности восстанавливаемого изображения.

Работа выполнена при поддержке ГК 14.740.12.08.41 «Проведение поисковых НИР в целях развития общероссийской мобильности в области физики и астрономии».

Литература

1. Kemper B., von Bally G., Pavese L., Fauchet P.M. Coherent laser measurement techniques for medical diagnostics // Biophotonics. – Berlin, Heidelberg: Springer, 2008. – P. 151–175.

2. Гуров И.П. Компьютерная фотоника: принципы, проблемы и перспективы // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2005. – Вып. 21. – С. 5–20.
3. Marquet P., Rappaz B., Magistretti P.J., Cuche E., Emery Y., Colomb T., Depeursinge C. Digital holographic microscopy: a noninvasive contrast imaging technique allowing quantitative visualization of living cells with subwavelength axial accuracy // Optics Letters. – 2005. – V. 30. – № 5. – P. 468–470.
4. Bernhardt I., Ivanova L., Langehanenberg P., Kemper B., von Bally G. Application of digital holographic microscopy to investigate the sedimentation of intact red blood cells and their interaction with artificial surfaces // Bioelectrochemistry. – 2008. – № 73. – P. 92–96.
5. Langehanenberg P., Ivanova L., Bernhardt I., Ketelhut S., Vollmer A., Dirksen D., Georgiev G., von Bally G., Kemper B. Automated three-dimensional tracking of living cells by digital holographic microscopy // Journal of biomedical optics. – 2009. – V. 14. – № 1. – P. 014018-1–014018-7.
6. Schnars U., Jueptner W. Digital holography. – Berlin, Heidelberg: Springer, 2005. – 164 p.
7. Балтийский С.А., Гуров И.П., Де Никола С., Коппола Д., Ферраро П. Современные методы цифровой голографии // Проблемы когерентной и нелинейной оптики / Под ред. И.П. Гурова и С.А. Козлова. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2004. – С. 91–117.
8. Горбатенко Б.Б., Гребенюк А.А., Максимова Л.А., Перепелицына О.А., Рябухо В.П. Спекл-фотография и голографическая интерферометрия с цифровой записью дифракционного поля в Фурье-плоскости // Компьютерная оптика. – 2010. – Вып. 34. – № 1. – С. 69–81.

- Гребенюк Константин Александрович** – Саратовский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского, кандидат физ.-мат. наук, доцент, KonstantinAG@yandex.ru
- Гребенюк Антон Александрович** – Саратовский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского, аспирант, GrebenyukAA@yandex.ru
- Рябухо Владимир Петрович** – Саратовский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского, доктор физ.-мат. наук, профессор, gvr-optics@yandex.ru