

УДК 531.383-11:531.714.7

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ МИКРОМЕХАНИЧЕСКОГО ГИРОСКОПА ПРИ МЕХАНИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

М.И. Евстифеев, Д.П. Елисеев, А.С. Ковалев, Д.В. Розенцвейн

Приведены результаты исследования динамики чувствительного элемента микромеханического гироскопа. Показано изменение характеристик прибора в зависимости от инерционных воздействий и от величины инструментальных погрешностей, таких как статический и динамический дисбаланс и неравножесткость. Выполнены экспериментальные исследования поведения микромеханического гироскопа на центрифуге и вибрирующем основании, подтвердившие полученные аналитические зависимости.

**Ключевые слова:** микромеханический гироскоп, упругий подвес, дисбаланс, неравножесткость, вибрация.

### Введение

Микромеханические гироскопы (ММГ) представляют собой миниатюрные датчики угловой скорости, которые обычно используются на высокоманевренных объектах и устанавливаются без специализированных амортизирующих средств, например, в автомобильной промышленности [1].

Принцип работы большинства ММГ аналогичен осцилляторным вибрационным гироскопам [2]. Схема чувствительного элемента (ЧЭ) и общий вид ММГ разработки ЦНИИ «Электроприбор» показаны на рис. 1. Упругие элементы и ротор в виде диска диаметром 3 мм и толщиной 60 мкм выполнены из монокристаллического кремния, а сам ММГ имеет размеры 50×50×18 мм [3]. При наличии относительных первичных угловых колебаниях ротора  $\gamma$  по оси  $OZ$ , возбуждаемых электростатическим двигателем, и переносной угловой скорости  $\Omega$  основания по оси  $OY$  силы Кориолиса обуславливают возникновение вторичных угловых колебаний  $\alpha$  по оси  $OX$ , измеряемых емкостными датчиками угла, расположенными под диском (рис. 1, а).

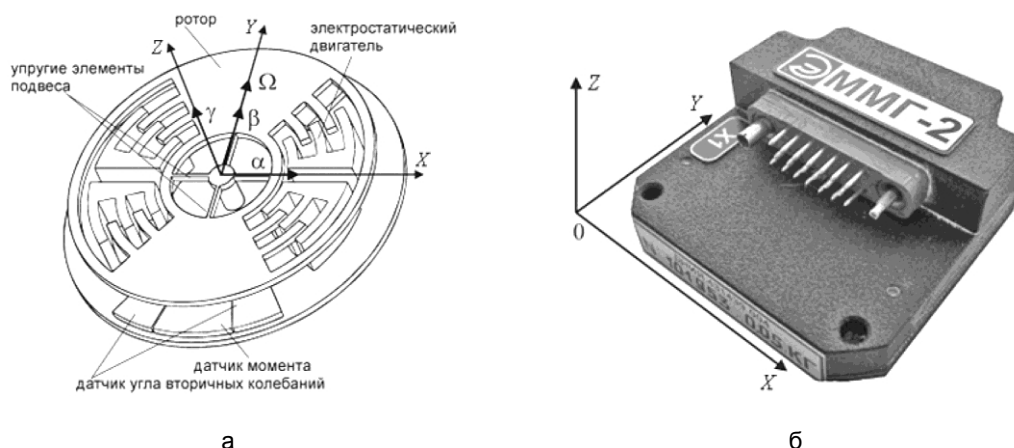


Рис. 1. Схема (а) и общий вид датчика ММГ (б)

При установке ММГ на подвижное основание поступательные и угловые вибрации, а также постоянное ускорение оказывают влияние на изменение характеристик прибора вследствие наличия в конструкции статических и динамических дисбалансов, неравножесткости упругого подвеса, перекосов и прочих технологических погрешностей, а также вследствие конечной жесткости элементов конструкции, включая упругий подвес. Таким образом, исследование динамики ММГ и экспериментальная проверка теоретических положений представляется актуальной задачей.

### Уравнение динамики ММГ

В настоящее время составлено большое количество математических моделей ЧЭ ММГ как с поступательными, так и вращательными движениями ротора [2, 4]. На основании и в развитие существующих моделей обобщенное уравнение динамики вращательного движения ротора с точностью до величин второго порядка малости в тензорной форме может быть записано в виде

$$\mathbf{J}\ddot{\theta} + \mathbf{D}\dot{\theta} + \mathbf{C}\theta = \vec{M} + \vec{M}_d - \dot{\theta} \times (2\mathbf{J} - \mathbf{EI})\vec{\Omega} - \mathbf{J}\dot{\vec{\Omega}} - \vec{\Omega} \times \mathbf{J}\vec{\Omega} - \dot{\theta} \times \mathbf{J}\dot{\theta} - m(\vec{\rho} \times \vec{W}), \quad (1)$$

где  $\mathbf{J}$  – тензор инерции ротора;  $\vec{\theta} = [\alpha, \beta, \gamma]^T$  – вектор угла поворота ротора;  $\mathbf{D}$  – матрица демпфирования по осям вращательного движения;  $\mathbf{C}$  – матрица жесткости упругого подвеса;  $\vec{\Omega}$  – вектор угловой скорости основания;  $\mathbf{E}$  – единичная матрица размерностью  $3 \times 3$ ;  $\mathbf{I} = J_x + J_y + J_z$  – первый инвариант тензора  $\mathbf{J}$ ;

$\vec{M}$  – момент внешних сил;  $\vec{M}_d$  – момент электростатического двигателя;  $m$  – масса ротора;  $\vec{r}$  – положение центра масс ротора в системе координат  $OXYZ$ ;  $\vec{W}$  – вектор ускорения основания.

В уравнении (1) представлены основные члены, влияющие на динамику и возникновение погрешностей ММГ:

- первый член в правой части уравнения описывает моменты внешних сил, в частности, зависящие от ускорения  $W$ ;
- второй член представляет собой воздействие электростатического двигателя. При наличии перекосов ротора относительно основания момент имеет проекцию на выходную ось вторичных колебаний;
- третий член описывает измеряемое воздействие от сил Кориолиса;
- четвертый член указывает на влияние угловых ускорений (угловой вибрации) на показания ММГ с вращательным движением ротора;
- пятый и шестые члены описывают так называемый гантельный эффект, обусловленный неравенством диагональных компонент тензора инерции  $\mathbf{J}$  [5] и проявляющийся на частоте, равной разности частот вторичных и первичных колебаний;
- последний член указывает на влияние статического дисбаланса, обусловленного смещением центра масс ротора  $\vec{r}$  относительно центра упругого подвеса.

Отметим, что динамический дисбаланс связан с недиагональными компонентами тензора инерции  $\mathbf{J}$ , что приводит к появлению перекрестных связей между вращательными движениями. Неравножесткость определяется неравенством в матрице  $\mathbf{C}$  жесткостей (собственных частот) поступательного движения ротора и его смещением не в направлении действия силы, что создает моменты по выходной оси  $OX$ .

Кроме указанных членов, в уравнении динамики ММГ необходимо принимать во внимание особенность построения конструктивной схемы емкостного датчика угла для съема сигнала. Вследствие конечной жесткости упругого подвеса действие ускорения  $W$  вызывает упругие перемещения ротора и изменяет величину зазора между электродами датчика угла вторичных колебаний. Это приводит к соответствующему изменению масштабного коэффициента прибора.

Наибольшее относительное изменение масштабного коэффициента происходит при действии ускорения  $W$  по оси  $OZ$  в направлении, перпендикулярном плоскости ротора, и его можно оценить по формуле [6]

$$\delta M_k \approx 2 W_z (\omega_z^2 d_0)^{-1}, \quad (2)$$

где  $\omega_z$  – частота собственных поступательных колебаний ротора на упругом подвесе по оси  $OZ$ ;  $d_0$  – величина номинального зазора в датчике угла вторичных колебаний.

Для более точной оценки изменения масштабного коэффициента следует учитывать искривление плоской формы ротора при воздействии нагрузки в направлении, перпендикулярном плоскости ротора [7]. Теоретическая оценка изменения масштабного коэффициента датчика по (2) составляет 0,26 %/g.

При исследовании динамики ММГ основной интерес вызывает рассмотрение влияния инструментальных погрешностей на вторичные колебания ЧЭ, поскольку они непосредственно воздействуют на выходные характеристики ММГ. При этом следует учитывать, что поступательные вибрации основания проявляются в выходном сигнале только при наличии смещения центра масс и неравножесткости, а угловые вибрации могут вызывать погрешности вне зависимости от наличия дисбалансов.

### Основные инструментальные погрешности

К основным источникам погрешностей ММГ могут быть отнесены статический и динамический дисбалансы, неравножесткость упругого подвеса, влияние угловых ускорений вследствие особенности конструктивной схемы.

Основными причинами дисбалансов конструкции ММГ является неравномерная толщина диска и неточность выполнения планарного рисунка относительно центра подвеса в процессе литографии и травления. При изменении толщины 60 мкм в пределах 0,5 мкм (0,8%) из-за непараллельности плоскостей диска диаметром 3 мм статический дисбаланс составит  $\rho_y = 1$  мкм в плоскости диска и  $\rho_z = 0,12$  мкм по его оси, а динамический – около 0,27 угл.мин. Смещение центра масс, обусловленное неточностью литографии, составляет  $\rho_y \approx 0,2-0,5$  мкм, а смещение  $\rho_z$  может вызываться изгибными деформациями диска вследствие воздействия остаточных напряжений.

На основании уравнения (1) можно вычислить амплитуду выходных колебаний ротора при воздействии поступательной вибрации по оси чувствительности

$$\alpha \approx m \rho_z W_y J_x^{-1} \omega_\alpha^{-2}, \quad (3)$$

где  $\omega_\alpha = (C_\alpha/J_x)^{1/2}$  – собственная частота вторичных колебаний;  $C_\alpha$  – жесткость упругого подвеса вокруг оси вторичных колебаний.

Колебания возбуждаются на частоте вибрации и при отсутствии резонансов в конструкции могут быть исключены при фильтрации выходного сигнала. Ограничения на смещения центра масс обуславливаются тем, что амплитуда колебаний от статического дисбаланса, согласно формуле (3), не должна пре-

вышать амплитуду колебаний от максимальной угловой скорости во избежание превышения динамического диапазона и исключения контакта подвижного ротора с неподвижными частями корпуса.

Динамический дисбаланс обусловлен несовпадением главных осей инерции диска с осями симметрии упругого подвеса. В этом случае тензор инерции  $\mathbf{J}$  является недиагональным, а изменение тензора инерции можно описать с использованием вектора малого поворота  $\vec{\delta} = [\delta_x, \delta_y, \delta_z]^T$ . Матрица направляющих косинусов поворота главных осей тензора  $\mathbf{J}$  имеет вид  $A_{ij} = E_{ij} + e_{ijk}\delta_k$ , где  $e_{ijk}$  – символ Леви-Чевита. Значение компонент тензора инерции с учетом матрицы  $\mathbf{A}$  можно определить как  $\mathbf{J}_{\text{дин}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{A}^T$ .

Учитывая значения компонент тензора инерции  $\mathbf{J}_{\text{дин}}$ , получим составляющие моментов из-за динамического дисбаланса (приведены наиболее значимые составляющие модулированного сигнала):

$$M_{\text{дин}} = 2(J_z - J_y)\dot{\gamma}\Omega_z\delta_x - (J_x - J_z)\dot{\gamma}\delta_y + 2(J_y - J_x)\dot{\gamma}\Omega_x\delta_z. \quad (4)$$

Второй член в правой части выражения (4) описывает влияние углового ускорения первичных колебаний и аналогичен влиянию проекции момента двигателя  $M_d$  из-за перекосов ротора. Отметим, что этот член характеризует воздействие при отсутствии измеряемой угловой скорости и представляет собой квадратурную погрешность ММГ. Величина этой составляющей момента может быть эффективно подавлена при настройке прибора [8].

С учетом первого члена выражения (4) можно записать следующую формулу для оценки дрейфа ММГ вследствие динамического дисбаланса:

$$\delta\Omega_{\text{дин}} = \frac{1}{2}\Omega_{\text{max}} \cdot \delta_x \quad (5)$$

Принимая во внимание, что  $K_\Omega = \Omega_{\text{max}}/\Omega_{\text{min}}$  представляет собой динамический диапазон прибора, требование к допустимому динамическому дисбалансу в соответствии с выражением (5) будет  $\delta_x < 2/K_\Omega$  и составит для  $K_\Omega = 10^4$  менее 0,6 угл. мин. Это требование ограничивает изменение толщины диска в пределах 2% или наклон диска относительно осей подвеса в пределах 0,3 мкм на радиусе 1,5 мм.

Момент от неравножесткости упругого подвеса определяется выражением [9]

$$M_{\text{нж}} = -mW_y W_z (\omega_y^{-2} - \omega_z^{-2}), \quad (6)$$

где  $\omega_{y,z} = (C_{y,z}/m)^{1/2}$  – собственная частота поступательных колебаний ротора;  $C_{y,z}$  – поступательная жесткость упругого подвеса по соответствующим осям.

Момент согласно формуле (6) при кривой вибрации возникает на частоте, равной половине частоты вторичных колебаний. Для снижения погрешности от неравножесткости необходимо увеличивать поступательную жесткость подвеса, использовать равножесткие конструкции подвесов для обеспечения  $\Delta\omega = \omega_y - \omega_z = 0$  [10] и повышать собственные частоты первичных и вторичных угловых колебаний, чтобы минимальная частота более чем в два раза превышала частотный диапазон вибраций.

На основе анализа уравнения динамики (1) и инструментальных погрешностей ММГ с вращательным движением ротора можно сформулировать основные требования к точности выполнения конструктивных параметров прибора (таблица). Численные оценки приведены для ММГ класса точности 0,01 град/с (ротор диаметром 3 мм и толщиной 60 мкм, собственная частота первичных колебаний 3,5 кГц, амплитуда первичных колебаний  $\gamma = 1^\circ$ ).

Погрешность	Дрейф	Требование к конструкции
Статический дисбаланс	$\frac{m\rho_y W_z}{2J_x \omega_z \gamma K_\Omega D_x}$	$\rho_y < 165 \text{ мкм}$
Динамический дисбаланс	$\frac{1}{2}\Omega_{\text{max}} \delta_x$	$\delta_x < 0,6 \text{ угл. мин.}$
Неравножесткость упругого подвеса	$\frac{mW^2}{2J_x \omega_z \gamma} \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_{\text{min}}^3}$	$\Delta\omega < 1,4 \text{ Гц}$

Таблица. Требования к параметрам ММГ

Согласно таблице, наиболее критичными параметрами ММГ являются динамический дисбаланс и неравножесткость упругого подвеса.

### Экспериментальные исследования

Для определения изменений масштабного коэффициента при воздействии постоянных ускорений были проведены испытания на центрифуге. Для исключения погрешности, вызванной неточностью выставки, проводились испытания при противоположных направлениях вращения стола без переустановки прибора, а результаты усреднялись. Величина изменения масштабного коэффициента определялась согласно формуле  $M_k(W_C) = \frac{1}{2} \omega_C^{-1} [U_1(W_C) - U_2(W_C)]$ , где  $U_1(W_C)$  – сигнал прибора при положительном направлении вращения центрифуги;  $U_2(W_C)$  – сигнал прибора при отрицательном направлении вращения центрифуги;  $\omega_C$  – величина угловой скорости вращения центрифуги;  $W_C$  – ускорение, воспроизводимое центрифугой.

В результате испытаний получены следующие значения зависимости масштабного коэффициента от ускорений: по оси  $OX - 0,002\%/g$ , по оси  $OY - 0,004\%/g$ , по оси  $OZ - 0,27\%/g$  (рис. 2, а). Последнее значение совпадает с оценкой по формуле (2).

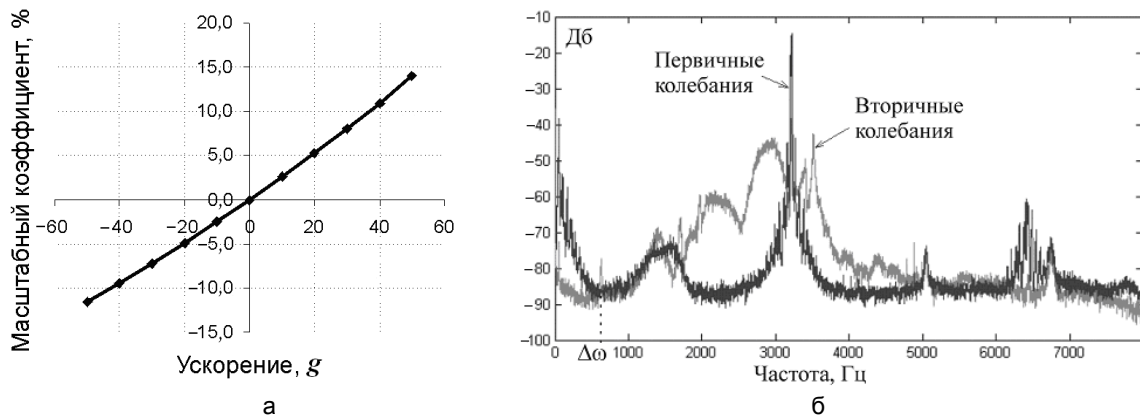


Рис. 2. Зависимость масштабного коэффициента (а) и спектрограммы первичных и вторичных колебаний (б) при поступательных ускорениях основания

Для определения изменения характеристик ММГ и выявления резонансных частот в испытательном центре ЦНИИ «Электроприбор» были проведены испытания стойкости приборов к вибрационным воздействиям. Гироскопы устанавливались последовательно на стенд TiraVib 5222, создающий вертикальную вибрацию основания. На рис. 2, б, виден резонансный пик на частоте, равной разности частот вторичных и первичных колебаний и обусловленный гантельным эффектом. Повышение амплитуды вторичных колебаний обусловлено динамическим дисбалансом и наличием не только поступательной, но и угловой вибрации стенда.

Результаты вибрационных испытаний ММГ с использованием метода непрерывно изменяющейся частоты показаны на рис. 3. Полученные результаты свидетельствуют о наличии резонансных явлений на частотах выше 1 кГц. Особенно значительный рост сигнала ММГ наблюдается при воздействии вибрации по оси  $OZ$ , при этом уровень сигнала ММГ достигает до 300–500  $\%/\text{с}$ .

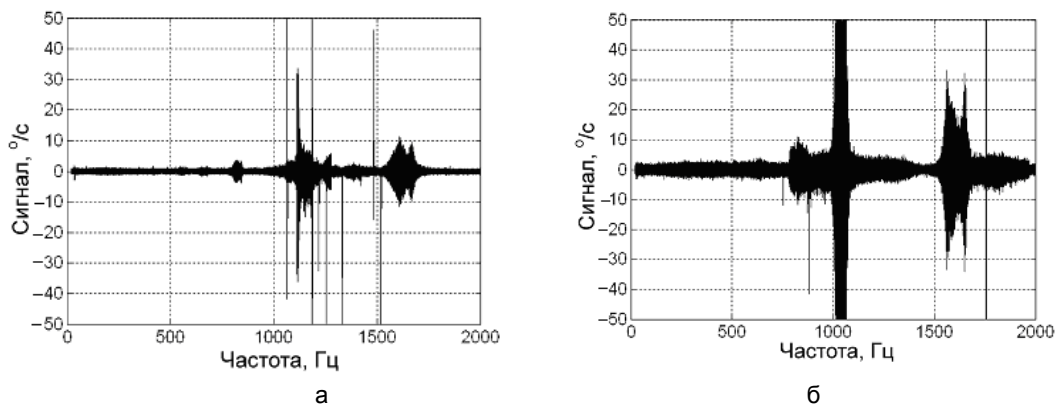


Рис. 3. Сигнал ММГ при вибрации основания по осям  $OX$  (а) и  $OZ$  (б)

Резонансные пики объясняются следующими причинами:

- первый резонансный пик обусловлен низкой жесткостью печатной платы, на которой установлен ЧЭ, и недостаточной жесткостью ее крепления;
- второй резонансный пик частотной характеристики обусловлен неравножесткостью упругого подвеса. Это подтверждает теоретические положения о том, что вибрации могут вызывать сигнал ММГ на частоте, равной половине значения частоты вторичных колебаний.

Полученные результаты испытаний подтверждают основные теоретические выводы по исследованию модели динамики: наиболее значимые погрешности ММГ вызваны неравножесткостью подвеса и динамическим дисбалансом.

### Заключение

Рассмотрена динамика ММГ на основе обобщенных уравнений. Исследовано влияние поступательной и угловой вибрации на поведение ММГ. Приведены аналитические выражения и результаты экспериментальных исследований изменения выходного сигнала ММГ под действием вибрации. Показано, что наиболее критичными параметрами являются динамический дисбаланс и неравножесткость упругого подвеса.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №10-08-00153а.

### Литература

1. Krueger S. et al. Microsystems for Automotive Industry // MST News. – March 2005. – P. 8–10.
2. Распопов В.Я. Микромеханические приборы: Учебное пособие. – Тула: Гриф и К., 2004. – 476 с.
3. Пешехонов В.Г. Микромеханический гироскоп, разрабатываемый в ЦНИИ «Электроприбор» // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2008. – № 2. – С. 29–31.
4. Северов Л.А., Овчинникова Н.А. Обобщенная модель динамики микромеханических гироскопов роторного типа // Гироскопия и навигация. – 2007. – № 4. – С. 68–76.
5. Вольфсон Г.Б., Евстифеев М.И. Особенности динамики прецизионных приборов с анизотропией инерционных свойств вывешенного тела с вращательными степенями свободы // Труды IX Четаевской конференции «Аналитическая механика, устойчивость и управление движением», посвященной 105-летию Н.Г. Четаева. – Иркутск: ИДСТУ СО РАН, 2007. – Т. 4. – С. 47–61.
6. Евстифеев М.И. Результаты экспериментального исследования влияния линейных перегрузок на характеристики ММГ RR-типа // Гироскопия и навигация. – 2010. – № 2. – С. 100.
7. Евстифеев М.И., Розенцвейн Д.В. Анализ контактных взаимодействий в микромеханических гироскопах // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2010. – № 4. – С. 46–50.
8. Андреева Т.А., Некрасов Я.А. Система подавления квадратурной помехи в выходном сигнале микромеханического гироскопа // Навигация и управление движением: материалы VII конференции молодых ученых. – СПб: ЦНИИ «Электроприбор». – 2006. – С. 175–181.
9. Евстифеев М.И. Погрешности микромеханического гироскопа на вибрирующем основании // Гироскопия и навигация. – 2002. – № 2. – С. 19–25.
10. Патент 2296302 РФ, МПК G01 С 19/56. Микромеханический вибрационный гироскоп // Евстифеев М.И., Несенюк Л.П., Пешехонов В.Г., Унтилов А.А.; заявл. 15.11.2005; опубл. 27.03.2007, Бюл. № 9. – 8 с.

- |   |  |
|---|--|
| <i><b>Евстифеев Михаил Илларионович</b></i>   | – ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», доктор технических наук, доцент, начальник отдела, evstifeev@mail.ru, office@eprib.ru, mevstifeev@eprib.ru |
| <i><b>Елисеев Даниил Павлович</b></i>         | – ОАО «Электромеханика», инженер, eliseev.dp@gmail.com   |
| <i><b>Ковалев Андрей Сергеевич</b></i>        | – ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», кандидат технических наук, старший научный сотрудник, askovalev@gmail.com                                  |
| <i><b>Розенцвейн Дмитрий Владимирович</b></i> | – ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», научный сотрудник, Rosenzwein@mail.ru  |