

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ
ТОЧНОЙ МЕХАНИКИ И ОПТИКИ (ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)**

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК

Выпуск 9

**ПОДГОТОВКА НАУЧНЫХ КАДРОВ:
МЕТОДИКИ, ТЕХНОЛОГИИ,
РЕЗУЛЬТАТЫ**



**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2003**

Выпуск содержит материалы XXXII научной и учебно-методической конференции СПбГИТМО (ТУ), посвященной 300-летию Санкт-Петербурга

Конференция организуется и проводится 4–7 февраля 2003 г. Санкт-Петербургским государственным институтом точной механики и оптики (техническим университетом) в сотрудничестве с

ВНЦ ГОИ им. С.И. Вавилова,
Институтом аналитического приборостроения РАН,
Институтом проблем машиноведения РАН,
Комитетом по науке и высшей школе Администрации Санкт-Петербурга
ВНИИМ им. Д.И. Менделеева,
ОАО "ЛОМО",
ОАО "Техприбор",
ОАО "Электроавтоматика",
ЦНИИ "Электроприбор".

Программный комитет конференции:

Васильев В.Н. (СПбГИТМО (ТУ)) – председатель

Аронов А.М. (ОАО ЛОМО)	Мирошник И.В. (СПбГИТМО (ТУ))
Викторов А.Д. (Администрация Санкт-Петербурга)	Мусалимов В.М. (СПбГИТМО (ТУ))
Гатчин Ю.А. (СПбГИТМО (ТУ))	Парамонов П.П. (ОАО "Электроавтоматика")
Гуров И.П. (СПбГИТМО (ТУ))	Пешехонов В.Г. (ЦНИИ "Электроприбор")
Индейцев Д.А. (ИПМаш РАН)	Путилин Э.С. (СПбГИТМО (ТУ))
Карасев В.Б. (ВНЦ ГОИ им. С.И. Вавилова)	Ханов Н.И. (ВНИИМ им. Д.И. Менделеева)
Козлов С.А. (СПбГИТМО (ТУ))	Храмов В.Ю. (СПбГИТМО (ТУ))
Колесников Ю.Л. (СПбГИТМО (ТУ))	Шехонин А.А. (СПбГИТМО (ТУ))
Курочкин В.Е. (ИанП РАН)	Яковлев Е.Б. (СПбГИТМО (ТУ))
Маслов Ю.В. (ОАО "Техприбор")	

Организационный комитет конференции:

Никифоров В.О. – председатель
Студеникин Л.М. – зам. председателя
Казар Л.Н. – ученый секретарь

Беспалов В.Г.	Ленский А.В.
Волков Д.П.	Метляков А.П.
Горкина Н.М.	Ноздрин М.А.
Гусарова Н.Ф.	Подлесных В.И.
Демин А.В.	Прудентова Т.А.
Коняхин И.А.	Савельева Л.П.

ISBN 5-7577-0139-0

© Санкт-Петербургский государственный институт
точной механики и оптики (технический университет),
2003

ПРЕДИСЛОВИЕ

Подготовка научных кадров через магистратуру, аспирантуру и докторантуру является одной из основных задач Университета. Ее решение складывается из многих аспектов – научного уровня руководителей, технической обеспеченности исследовательского процесса, принятой в вузе методической концепции и т.д. Все эти аспекты рассматриваются в СПбГИТМО(ТУ) как единая проблема – создание информационно-технологической среды организации учебного, воспитательного и исследовательского процесса, способствующей максимально полному и эффективному раскрытию потенциала будущих научных кадров.

Статьи, представленные в настоящем выпуске, отражают как проблемы, возникающие при создании такой среды, так и результаты, полученные на этом пути.

Сборник открывается разделом "Образовательные процессы в высшей школе". Здесь нашли отражение вопросы, связанные с внедрением информационных технологий в образование. Особая роль отводится полномасштабному приобщению сотрудников и студентов к информационным технологиям. Представленные статьи позволяют проследить развитие обучения студентов с использованием Интернет-технологий и технологий дистанционного обучения. Описываются разработанные в Университете технологии быстрого и эффективного профессионального обучения сложным программным продуктам.

Статьи основной части выпуска сгруппированы по кафедрам, ведущим подготовку специалистов высшей квалификации по широкому спектру специальностей.

Представлены исследования в области математики, поведения сложных механических систем, разработки методов расчета блоков аппаратуры с естественной вентиляцией, квантовой электроники и биомедицинской оптики.

Раздел "Оптико-электронные приборы и системы" объединяет теоретические и прикладные работы, посвященные как разработке оптико-электронных приборов, так и исследованию характеристик систем, построенных на их основе. Большинство статей содержит результаты экспериментальных исследований, выполненных с использованием современной приборной базы.

Работы раздела "Измерительные технологии и компьютерная томография" практически полностью посвящены математическому описанию поведения разнообразных поверхностей и оболочек в различных условиях и средах. Полученные

результаты позволяют использовать современный математический аппарат для проектирования измерительных и управляющих систем, а также прогнозировать их характеристики. Одна из работ раздела посвящена решению задачи синтеза магнитного поля в томографе методом регуляризации.

В разделе "Мехатроника" получили освещение исследования в области микросистемной техники и зубчатых колес.

Завершает выпуск раздел "Физика и физическое материаловедение", куда включены работы, посвященные анализу состава и диагностике качества материалов, используемых в оптической промышленности. Особое внимание здесь уделено развитию методов эллипсометрии.

Хочется надеяться, что представленные в выпуске статьи дают достаточно полномасштабное представление о направлениях и качестве подготовки кадров высшей квалификации, ведущейся в Университете.

*Ю.А. Гатчин,
профессор, заведующий кафедрой проектирования компьютерных систем*

**МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ УНИВЕРСИТЕТА
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНТЕРНЕТ-ТЕХНОЛОГИЙ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ "ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА"****Л.С. Лисицына, Р.В. Койнов**

"Дискретная математика" является дисциплиной естественнонаучного цикла и проводится для студентов специальности 0719000 – "Информационные системы и технологии" с применением методов обучения и аттестации системы дистанционного обучения (ДО) ИТМО <http://de.ifmo.ru>. В этой связи большая часть нагрузки (64 часа) запланирована в виде самостоятельной работы студентов (СРС), практические занятия в рамках расписания составляют всего 16 часов и проводятся в компьютерном классе центра ДО университета как аттестационные сеансы по всем темам дисциплины под руководством преподавателя-тьютора.

В результате изучения данной дисциплины студенты должны:

- ЗНАТЬ основные математические модели и методы дискретной математики, прикладные задачи теории графов и сетей, наиболее эффективные методы их решений;
- УМЕТЬ строить различные графовые и сетевые модели изучаемого объекта, выбирать наиболее эффективный метод и разрабатывать на его основе алгоритмический метод для решения поставленной задачи;
- ПРЕДСТАВЛЯТЬ основные тенденции развития моделей и методов дискретной математики.

Обучение поделено между очной (в виде лекционных занятий) и дистанционной формами (в часы СРС).

На лекции вынесены разделы, структурирующие основные понятия и теоретические положения в соответствии с дидактикой дисциплины. Формой отчетности по лекционным занятиям является набор аттестующих программ в среде системы ДО ИТМО.

Изучение алгоритмических методов предлагается в виде электронного практикума, который в настоящее время насчитывает более 20-ти методов теории графов и сетей. Каждый метод в практикуме представлен формальным описанием, типичным примером решения, пакетом индивидуальных заданий, правилами аттестации и списком дополнительной литературы. Практикум опубликован в системе ДО ИТМО и может быть доступен с любого компьютера, подключенного к сети Интернет, 24 часа в сутки. Конечно, пособие существует в "бумажной версии", но наличие возможности спланировать индивидуально изучение той или иной темы делает учебный процесс в условиях "интернетизации" системы образования более гибким.

Для аттестации по методам дискретной математики в среде системы ДО создана виртуальная лаборатория, включающая в себя набор сервисных и моделирующих программ. График аттестаций установлен в соответствии с программой дисциплины и отводит на каждую тему не более 30 минут.

Схематично процесс изучения и аттестации каждой темы может быть представлен следующим образом.

Вначале студент в рамках СРС дистанционно изучает метод и получает свой индивидуальный вариант задания, который система ДО закрепляет за ним (рис. 1). Студент решает полученное им индивидуальное задания (рис. 2). Затем во время

практического занятия он получает доступ к соответствующей аттестующей программе и проверяет правильность полученного решения (рис. 3).



Рис. 1–6.. Схема процесса изучения и аттестации учебной темы

Для повышения эффективности консультаций в виртуальной лаборатории есть программа – аналог аттестующей программы – для получения решения задачи по

шагам. С ее помощью преподаватель-тьютор может быстро найти ошибку у студента с точностью до шага (этапа) алгоритма (рис. 4). Результаты аттестации в виде протоколов фиксируются в электронном журнале системы ДО ИТМО и становятся доступными не только аттестуемому, но и преподавателю-тьютору (рис. 5). Роль преподавателя-тьютора – не столько фиксация успеваемости на основании результатов аттестаций, сколько консультационная помощь студентам, которые не могут справиться со своими заданиями, судить об этом преподаватель может по количеству неудачных сеансов аттестаций (рис. 6).

Таким образом, итоговый зачет по дисциплине складывается из промежуточных аттестаций лекционных занятий в среде тестирования системы ДО ИТМО ("Экстремальные числа графа", "Сети Петри") и аттестаций в среде виртуальной лаборатории дисциплины по следующим темам:

- маршруты, цепи и циклы в графах (8 алгоритмов);
- минимальные остовные деревья графов (2 алгоритма);
- внутренняя и внешняя устойчивость графов (3 алгоритма);
- изоморфизм графов (1 алгоритм);
- операции над графами (2 алгоритма – раскраска графов, 1 алгоритм - разрезание);
- транспортные сети (4 алгоритма);
- алгоритмы линейного программирования (6 алгоритмов).

ВИРТУАЛЬНЫЙ МУЗЕЙ ИСТОРИИ СОЗДАНИЯ И РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ КАК СОСТАВЛЯЮЩАЯ ЕГО ИНФОРМАЦИОННОЙ СРЕДЫ

**Колесников Ю.Л., Потеев М.И., Шеламова Т.В.
e-mail:shelamova@mail.ifmo.ru**

В настоящее время в системе образования все большее значение приобретает информационная среда образовательных учреждений. Она представляет собой совокупность аппаратно-программных средств хранения, обработки и передачи информации, организационно-методических структур и учебно-методических материалов, хранящихся в электронном виде. Современные информационные системы позволяют собирать, классифицировать, сохранять, отыскивать, видоизменять, защищать информационные ресурсы, выводить информацию в последовательности, удобной для пользователя. Одной из составляющих информационной среды являются виртуальные музеи [1].

Как известно, музей – это научно-историческое и научно-образовательное учреждение, осуществляющее комплектование, хранения, изучение и популяризацию памятников естественной истории, материальной и духовной культуры [2].

Под виртуальным музеем будем понимать составляющую информационной среды, содержащую в электронном виде, в гипертекстовых и мультимедийных форматах, материалы, предназначенные для хранения, классификации, изучения и популяризации в соответствии с заданным профилем экспозиции.

Сформулируем цели создания виртуального музея истории создания и развития образовательного учреждения и рассмотрим программные продукты, которые могут быть использованы для этого. Опишем опыт разработки такого виртуального музея на примере Санкт-Петербургского государственного института точной механики и оптики (технического университета).

К целям создания виртуального музея истории создания и развития образовательного учреждения относятся:

1. совершенствование научно-исследовательской, экспозиционно-выставочной, научно - просветительской деятельности, активизация поисковой и собирательской работы;
2. сохранение истории создания и развития образовательного учреждения, сохранение исторической памяти о выдающихся ученых, научно-исследовательских работах;
3. формирование и развитие патриотизма у молодого поколения.

Виртуальный музей основан на коллекции подлинных материалов: статей, интервью, воспоминаний, документов и др. Исторические материалы представляются в виртуальном музее в текстовых и графических форматах, содержат фотографии исторических персоналий, копии документов, подтверждающие исторические факты, и при этом широко используют возможности гиперпространства. Информация, помещенная в музей, должна быть доступна не только отдельной категории людей, но и "широкой общественности". В частности, она может быть использована в учебном процессе.

Принципиально важно, что в виртуальном музее обучающийся является не пассивным наблюдателем событий, а непосредственным их участником. Конечно, у виртуального музея, как у любого сайта, тоже есть свой "сценарий" (структура, план, карта), но инициатива при работе с ним всегда принадлежит самому пользователю.

Для создания виртуального музея могут быть использованы такие языки программирования, как ASP, NSF, CFS, JAVA, а также база данных Oracle. Опыт показывает, что для хранения исходных данных виртуального музея целесообразно использовать СУБД MySQL: она обеспечивает легкость масштабирования, проста в

использовании и весьма экономична. Для программирования при создании виртуального музея удобно использовать серверный язык сценариев PHP 4.0.

И, конечно же, при разработке виртуального музея истории создания и развития образовательного учреждения необходимо использовать информационные ресурсы Internet. Правда, это требует разработки специальных технологий, учитывающих специфику описания исторических событий за длительный промежуток времени.

Концепция разработки виртуального музея Санкт-Петербургского государственного института точной механики и оптики (технического университета) [3] предполагает включение в него следующих основных разделов:

- хронология создания и развития университета,
- история факультетов,
- история кафедр,
- история научно-педагогических школ университета,
- история студенческих объединений,
- исторические персоналии.

Основным источником информации при наполнении этих разделов является монография [4].

В разделе "Хронология создания и развития университета" содержится информация о важнейших событиях в истории университета со дня основания до наших дней (открытие новых отделений и факультетов, специальностей, лабораторий; научные достижения и т.п.). В разделах "История факультетов" и "История кафедр" содержатся соответствующие исторические справки. В настоящее время проводится работа по сбору, накоплению и систематизации информации для них.

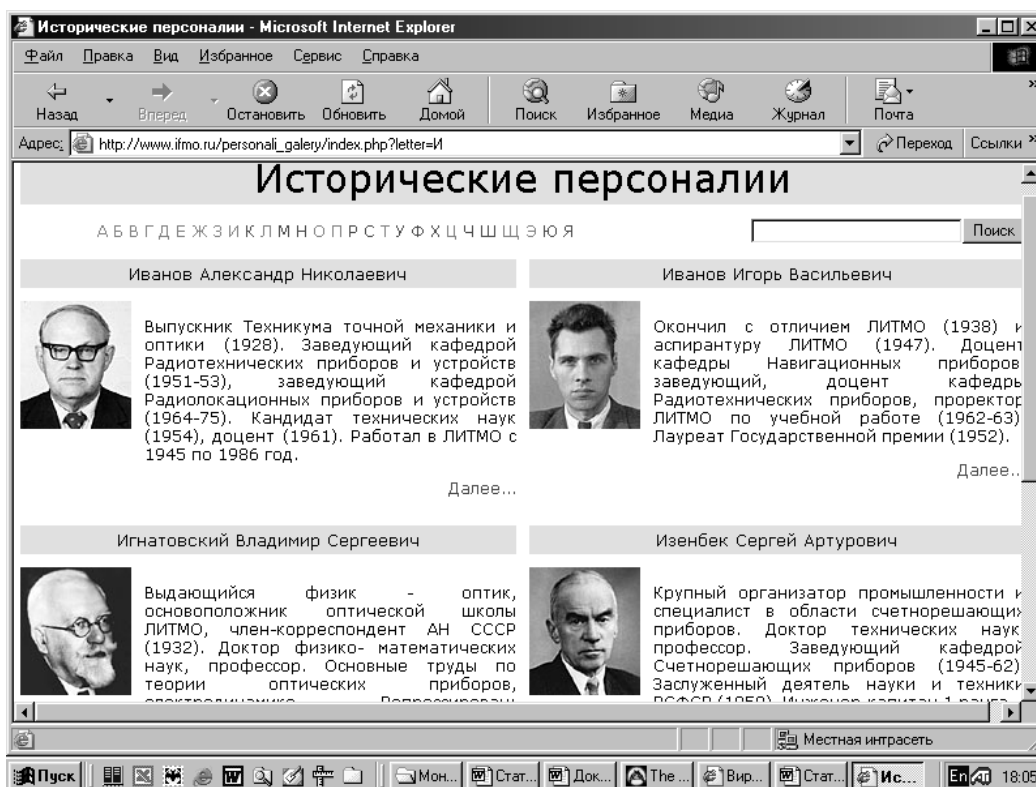


Рис.1. Пример предъявления информации в разделе "Исторические персоналии"

Раздел "Исторические персоналии" разработан на основе технологии "клиент-сервер" с использованием современных информационных средств (рис. 1). Раздел снабжен удобной системой навигации по ее ресурсам, причем эта система совместима с наиболее популярными браузерами (рис. 2).

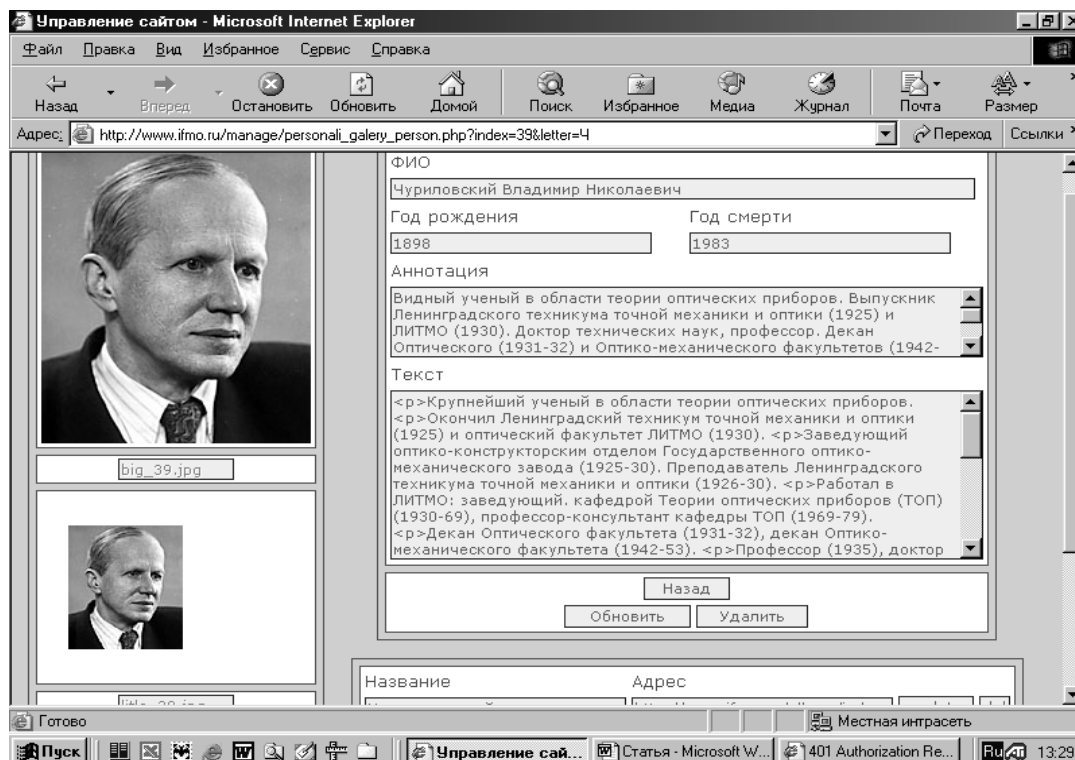


Рис. 2. Вид экрана, демонстрирующий навигационные возможности системы

Серверная часть музея имеет удобный интерфейс и возможность удаленного управления, что позволяет быстро наполнять его базу данных. По мере ее заполнения серверная часть может непрерывно совершенствоваться. Например, возможно добавление ссылок на дополнительные источники информации и фотоархив (рис. 3).

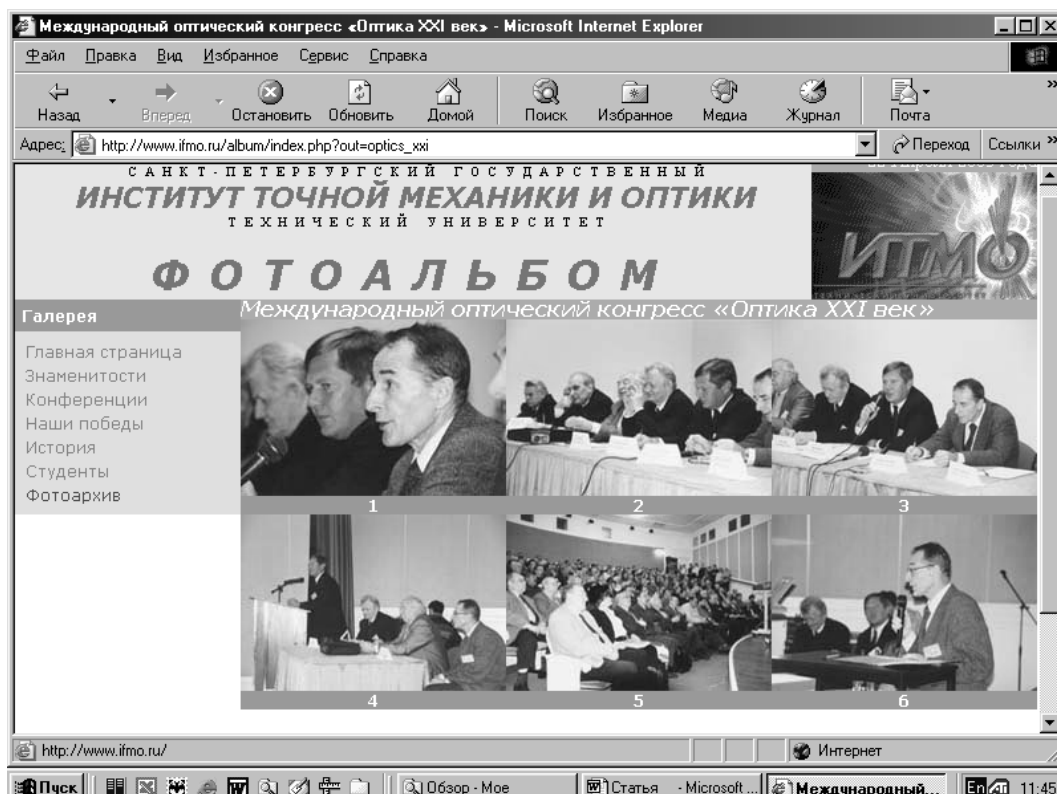


Рис.3. Вид экрана при использовании фотоархива

К настоящему времени на страницах портала университета (<http://www.ifmo.ru>) уже открыто пять разделов музея: "Хронология создания и развития университета", "История факультетов", "История кафедр", "Научно-педагогические школы", "Исторические персоналии" (рис. 4). Раздел "Хронология деятельности университета" содержит девять подразделов, а в базе данных "Исторические персоналии" содержится более 150 записей, и она постоянно пополняется.

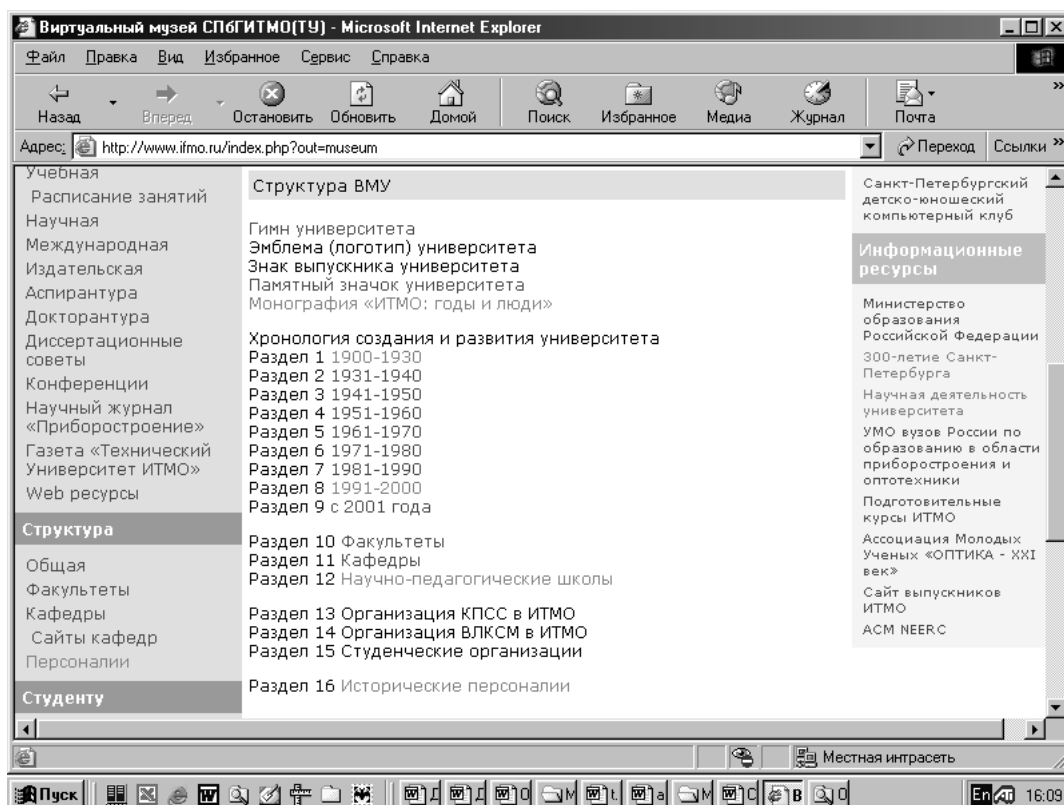


Рис. 4. Структура виртуального музея СПбГИТМО (ТУ)

Практика разработки виртуального музея университета показывает, что он позволяет вовлечь в научный и учебный процесс вуза принципиально новые материалы. Он способствует более активному использованию информационной среды университета, воспитанию студенческой молодежи, расширению научной проблематики и углублению учебного содержания учебных дисциплин. В частности, предполагается, что в дальнейшем виртуальный музей будет использоваться в преподавании такой учебной дисциплины, как "История науки и техники".

Литература

1. Тиффин Д., Раджасингам Л. Что такое виртуальное обучение: Образование в информационном обществе/ Пер. с англ. М., 1999. 312 с
2. Горкин А.П., Бородулин В.И., Карев В.Н., Петровская Л.И. Новый энциклопедический словарь. М., 2000. 1455 с.
3. Колесников Ю.Л., Потеев М.И., Виноградов А.А., Постников А.В. Концепция программного и информационного обеспечения виртуального музея истории создания и развития СПб ГИТМО // Труды Всероссийской научно-методической конференции "Телематика –2002". СПб, 2002. С. 112–113.
4. Потеев М.И. ИТМО: годы и люди. СПб., 2000. 284 с.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ ПРОГРАММНЫМ ПРОДУКТАМ НА ОСНОВЕ АКТИВИЗАЦИИ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Н.Ф. Гусарова, А.В. Маятин, В.А. Петров

В высококонкурентных отраслях, к которым сегодня относятся информационные технологии, все более востребованными становятся не просто специалисты, а истинные профессионалы.

Опыт работы в условиях современного рынка показывает, что профессионалом в области компьютерных технологий считается специалист, способный обеспечить проектирование, реализацию и поддержку жизненного цикла конкурентоспособного продукта. В качестве необходимого минимума требований к такому специалисту можно выделить:

- умение самостоятельно поставить задачу как в техническом, так и (в соответствующих областях, например, в компьютерной графике) в эстетическом плане, основываясь на слабо формализованных пожеланиях заказчика и оценках ситуации на рынке;
- умение выбрать адекватный задаче программный продукт и инструментарий в нем;
- способность гарантированного создания законченного продукта в согласованные сроки;
- умение обеспечить продвижение и сопровождение созданного продукта на протяжении его жизненного цикла в технологическом (совместимость со смежными продуктами и средами применения), экономическом (соответствие показателя "цена/качество" ожиданиям потребителей) и психологическом (создание позитивного отношения к созданному продукту со стороны заказчика и будущих потребителей) планах.

Практически любой программный продукт, предлагаемый сегодня на рынке, может быть использован на различных уровнях – от "дилетантского" до высокопрофессионального. При этом уровень сложности современных программных продуктов (например, Adobe Photoshop, Adobe Pagemaker, CorelDraw и др.) настолько высок, что заставляет рассматривать их как самостоятельную предметную область.

В связи с этим все более остро встает задача быстрого и эффективного обучения современным программным продуктам именно на профессиональном уровне.

Как известно [1], базой для решения любой педагогической задачи является выбор методического инструментария, к которому относятся содержание, методы, формы и средства обучения, и их объединение в методическую систему.

Рассмотрим традиционные подходы к формированию указанной методической системы для обучения сложным программным продуктам.

Анализ существующих подходов к отбору содержания показывает, что здесь преобладает разбиение на относительно независимые тематические подобласти и отдельное изучение каждой из них в соответствии со структурой, заложенной преподавателем [2, 3]. Это затрудняет адаптацию вновь воспринимаемой информации к существующей у обучающегося ментальной базе.

В качестве форм организации процесса обучения традиционно используются практические занятия, формирующие навыки работы в программном продукте и опирающиеся, в основном, на репродуктивный метод обучения. Но резкое усложнение программных продуктов требует использовать

для их изучения уже частично поисковые и исследовательские методы, которые могут быть реализованы с помощью лабораторных работ.

Как средство обучения сегодня все чаще используются компьютерные обучающие программы (КОП) [4], повышающие эффективность процесса обучения за счет компактной виртуальной имитации лабораторно-практической компоненты образовательного процесса. В общем случае КОП создаются в специализированных программных средах и реализуют модельное представление изучаемой предметной области средствами данной программной среды. Поэтому КОП, с одной стороны, обеспечивают быструю и простую реализацию моделей, закладываемых в них разработчиком. Но, с другой стороны, для них характерна сильная оторванность модели от реальности, возрастающая с ростом сложности изучаемой предметной области.

В случае, когда предметной областью является непосредственно программный продукт, представляется целесообразным использовать его возможности как среды разработки компьютерных лабораторных работ для изучения самого этого программного продукта. Это позволяет обучающемуся согласовать вновь возникающую модель предметной области с уже существующей у него индивидуальной картиной мира [5], в то время как использование самого изучаемого программного продукта как среды разработки компьютерных лабораторных работ могло бы обеспечить интегрированность предметной области и ее моделей.

При этом отбор и структурирование содержания выражается в выделении в единой предметной области тематических центров и организации исследовательской деятельности обучаемых вокруг этих центров. В результате у обучающихся формируется собственная структура предметной области в целом, индивидуальная для каждого из них.

Все сказанное позволяет сформулировать следующие особенности разработанной методики обучения программному продукту:

- вместо жесткого разделения предметной области на отдельные тематические подобласти (разделы) применяется лишь выделение в ней тематических центров;
- вокруг этих центров организуется познавательная активность обучаемых с помощью комплекса лабораторно-практических работ, основанных на использовании файлов-моделей. Под файлом-моделью понимается файл в формате изучаемого программного продукта, содержащий две компоненты: набор объектов предметной области и вариант шкалы для его исследования в соответствии с поставленной задачей;
- организуется постепенное повышение сложности заданий (от практических к лабораторным и проектам). Такое поэтапное повышение уровня задач осуществляется для развития исследовательских навыков у обучаемых и включает в себя:
 - готовые файлы-модели с четкими алгоритмами их исследования, что эквивалентно использованию готовой лабораторной установки;
 - четкие алгоритмы построения файлов-моделей и самостоятельное формирование алгоритма исследования, аналогично сборке лабораторной установки из узлов по заданному преподавателем алгоритму;

- нечеткие алгоритмы построения файлов-моделей. По существу, обучающийся при этом самостоятельно проектирует лабораторную установку для конкретного исследования.

На основе разработанной методики поставлен курс "Растровая компьютерная графика", основанный на программном продукте Adobe Photoshop, появление которого на рынке, как известно, в значительной степени сформировало соответствующую предметную область

Курс реализован в двух образовательных учреждениях: в СПбГИТМО(ТУ), где контингент обучаемых составили студенты 1 курса, проходящих подготовку по специальности "Профессиональное обучение", а также в учреждении дополнительного образования ГОУ "СПбГДТЮ", где контингент обучаемых составили учащиеся 8–9 классов средних школ. Объем курса в первом случае составил 36 часов, а во втором – 144 часа аудиторных занятий. В обоих случаях входным требованием являлось знакомство с компьютером (на уровне пользователя).

Адаптация курса для студентов состояла в том, что вся теоретическая информация по курсу и задания на практические и лабораторные работы были размещены на специально разработанном Internet-сайте <http://www.workshop.spb.ru>. Главная страница сайта представлена на рис. 1. Средой же для проведения практических и лабораторных работ во всех случаях являлся сам программный продукт Adobe Photoshop.

Разделы курса соответствуют тематическим центрам предметной области, выбранным экспертным путем .



Рис. 1. Главная страница сайта

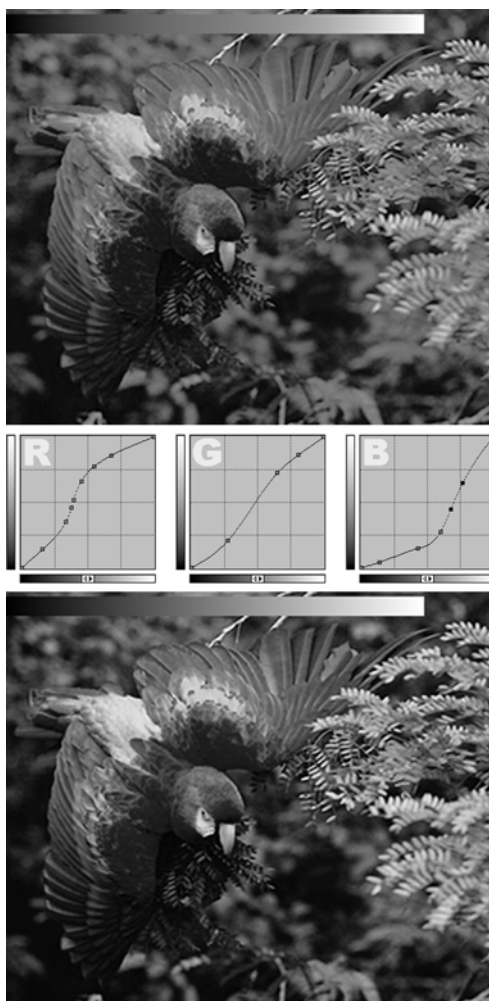
В качестве примера заданий на рис. 2 представлена лабораторная работа по теории цвета [6]. Тема работы – функции цветокоррекции. До нее студенты уже изучили инструменты Photoshop и идеологию представления изображения в нем в виде цветовых каналов.

Лабораторная работа состоит из двух частей. В первой студентам выдается файл-модель, представляющий из себя цветную картинку со сбитым

цветовым балансом. Студентам предлагается, исследуя изменения на шкале, восстановить изображение при помощи инструмента “кривые”.

Эта часть реализует эксперимент с готовой лабораторной установкой. Шкала оттенков серого цвета позволяет сформировать количественную оценку эффективности восстановления, а само изображение позволяет каждому обучающемуся оценить эту эффективность визуально.

Вторая часть задания направлена на исследование возможностей остальных функций цветокоррекции и установления связей между ними. Исследуя изменения на каналах в зависимости от вводимых значений функции Posterize, обучающиеся должны выявить эту зависимость и установить необходимый вид кривой. Здесь файл(ы)–модели проектируются обучающимся самостоятельно, при этом возможно использование аналогии с первой частью.



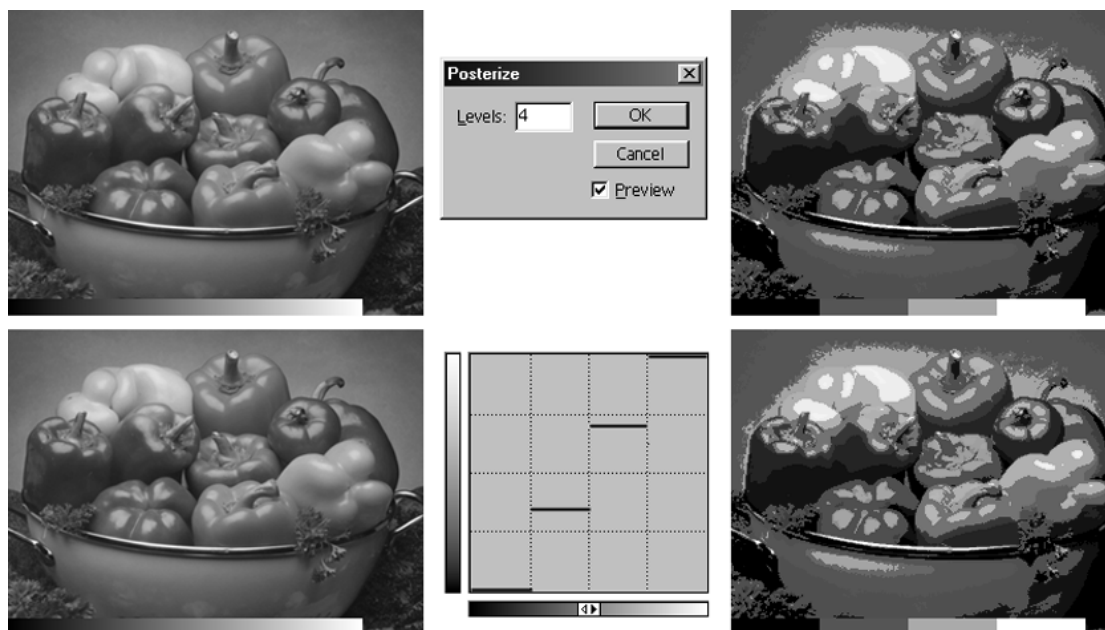


Рис. 2. Задания на лабораторную работу по теории цвета:
а – первая часть, б – вторая часть

Рассмотренные методические решения обеспечивают развитие у обучающихся исследовательских навыков, что было подтверждено проведенным по окончании курса итоговым экзаменом, который носил проектный характер.

Например, в одном задании были поставлены две задачи:

- грамотный фотомонтаж,
- тонирование изображения.

В ходе выполнения этого задания обучающимся были самостоятельно выявлены закономерности цветовых преобразований. Для их реализации был выбран инструмент "Баланс цвета", позволяющий перераспределять яркости точек между цветовыми каналами в областях светов, теней и средних тонов. Дополнительным вопросом стало задание найти другой способ преобразования изображения. Обучающийся нашел два варианта: преобразование при помощи кривых и неожиданное решение – через другую цветовую модель – индексные цвета.

Анализ выполнения всех экзаменационных заданий позволяет говорить о выходе большинства обучаемых на профессиональный уровень владения программным продуктом. Однако этого недостаточно для реализации сформулированных выше требований к профессионалу, т.е. для самостоятельной профессиональной работы в производственных сферах, связанных с использованием этого программного продукта. Как показывает опыт авторов, эффективным здесь может служить применение метода проектов [7], в основе которого лежит развитие познавательных навыков учащихся, умений самостоятельно конструировать свои знания, умений ориентироваться в информационном пространстве, развитие критического и творческого мышления. Основной особенностью этого метода является прагматическая направленность на результат.

В нашем случае метод проектов реализуется через включение обучающегося в реальный коммерчески значимый издательский процесс в качестве одного из исполнителей. Тогда цели использования метода проектов расширяются на

обеспечение комплексности подхода к решению задачи – широкое использование ее связей со смежными предметными областями и профессионального отношения к задаче. Кроме того, при включении в один проект нескольких обучающихся, одновременно реализуются групповые методы обучения (например, обучение в сотрудничестве), что позволяет решать задачи, связанные с требованиями к коммуникативным навыкам.

Литература

1. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения. М.: Педагогика, 1981.
2. Безрукова В.С. Педагогика. Екатеринбург, 1994.
3. Архангельский С.И. Лекции по теории обучения в высшей школе. М., 1974.
4. Горлушкина Н.Н. Педагогические программные средства. СПб: СПб ГИТМО (ТУ), 2002.
5. Смирнов С.Д. Педагогика и психология высшего образования: от деятельности к личности. М.: Аспект Пресс, 1995.
6. Berger-Schunn, Anni. Practical Color Measurement: A Primer for the Beginner, A Reminder for the Expert. NY: John & Sons, 1998.
7. Полат Е.С. Метод проектов. [Http://www.ioso.ru/distant/project/meth%20project/1.htm](http://www.ioso.ru/distant/project/meth%20project/1.htm).
8. Басова Н.В. Педагогика и практическая психология, Ростов на Дону: Феникс, 1999.

ИССЛЕДОВАНИЕ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ФАКТОРОВ УСПЕШНОСТИ СТУДЕНТОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ COMPUTER SCIENCE

Гусарова Н.Ф., Суровегина Т.В.

Введение

В СПбГИТМО(ТУ) ведется подготовка специалистов по ряду направлений и специальностей, включающих в себя в той или иной степени комплекс дисциплин, объединяемых понятием "computer science". В данной работе в computer science, в соответствии с трактовкой, принятой в [1], включаются дисциплины, связанные с вычислительной техникой и программированием. Анализ профессиональной успешности выпускников различных кафедр и направлений, связанных с computer science, демонстрирует большой разброс этого показателя. Из множества аспектов, оказывающих влияние на профессиональную успешность, в данной работе рассматривается комплекс личностных факторов, к которому различные исследователи [2–5] относят коэффициент интеллектуальности (IQ), направленность личности, интеллектуальную одаренность и т.д. Задача настоящей работы – сравнительная оценка значимости этих факторов и перспектив их учета при отборе и подготовке обучающихся.

Методика эксперимента

Обследовались группы студентов, программа обучения которых в большой степени связана с компьютерными технологиями. Экспериментальная выборка для пилотного исследования составлена из студентов 3-го курса, у которых уже сформировалось определенное представление о будущей специальности – как о структуре предлагаемого им комплекса учебных дисциплин, так и о конкретных требованиях к специалисту со стороны рынка. Кроме того, как показывают наблюдения, именно на 3-м курсе студенты получают первый опыт профессиональной работы. Характеристика обследованного контингента обучающихся представлена в табл. 1.

№ п/п	Специальность	Количество интервьюируемых
1	Прикладная математика и информатика	1 человек (золотой медалист чемпионата мира по программированию 2003 г.)
2		3 человека
3	Информационные системы в технике и технологиях	2 человека
б		2 человека
4	Профессиональное обучение. Экология и природопользование	2 человека
5	Профессиональное обучение. Компьютерные технологии	1 человек

Таблица 1. Характеристика обследованного контингента обучающихся

Структурирование обследованного контингента на группы проведено следующим образом: с возрастанием порядкового номера в общем объеме дисциплин, изучаемых данной группой, убывает доля дисциплин физико-математического цикла, однако

относительная доля дисциплин, связанных с computer science, для всех групп достаточно близка.

Исследование проводилось методом интервьюирования и составления матрицы объектно-структурного анализа [6], которая позволяет дезагрегировать собранную информацию последовательно по слоям-стратам (вертикальный анализ), а затем по уровням – от уровня проблемы до уровня подзадачи (горизонтальный анализ).

Основной задачей интервьюирования было изучение мнений респондентов относительно факторов, влияющих на их успешность в процессе обучения, а также в качестве будущих специалистов по computer science.

Алгоритм заполнения матрицы в общем случае [6] разделяется на две составляющие:

- глобальный (вертикальный) анализ, включающий разбиение предметной области на методологические страты (что-знания, как-знания и т.д.) на уровне всей предметной области. В результате заполняется первый столбец матрицы;
- анализ страт (горизонтальный), включающий построение многоуровневых структур по отдельным стратам. Число уровней определяется особенностями стратифицированных знаний предметной области и может существенно отличаться для разных страт. Как правило, первый уровень соответствует уровню всей предметной области (уровень области), второй – уровню проблемы, выделенной для решения, третий – уровню конкретной решаемой задачи и т.д. Определенную роль при выборе исходной страты играет также простота описания на ней [7].

В связи с тем, что основной задачей работы были, в первую очередь, разработка методики и проведение пилотного эксперимента, на данном этапе мы ограничились одним уровнем по каждой методологической страте.

Содержательная интерпретация выделенных нами методологических страт представлена в табл. 2.

Наименование страты	Содержание задаваемых вопросов
S_1 Зачем-знания	Мотивы получения высшего образования вообще
S_2 Кто-знания	Доминирующий источник получения знаний, роль преподавателей
S_3 Что-знания	Индивидуальная оценка структуры получаемых знаний (целостность, системность и т.д.)
S_4 Как-знания	Текущая оценка качества и возможностей применения получаемого образования
S_5 Где-знания	Влияние социальной среды на процесс получения знаний и будущую профессиональную деятельность
S_6 Когда-знания	Временные показатели (формальные и неформальные) освоения профессии
S_7 Почему-знания	Мотивы выбора конкретного вуза и специальности
S_8 Сколько-знания	Экономические показатели (формальные и неформальные) освоения профессии

Таблица 2. Содержательная интерпретация методологических страт

Результаты проведенного исследования представлены в табл. 2.

	1	2	3а	3б	4	5
S_1	перспектива	оптимальное сочетание предметов	перспектива	оптимальное сочетание предметов	оптимальное сочетание предметов	оптимальное сочетание предметов
S_2	знания приобретаются самостоятельно, кафедра почти ничего не дает	знания приобретаются самостоятельно; кафедра почти ничего не дает	уровень требований и преподавания ориентирован на "среднячка", предпочтителен консультационный режим и семинары на хорошем уровне	уровень требований и преподавания ориентирован на "среднячка", предпочтителен консультационный режим и семинары на хорошем уровне	уровень требований и преподавания ориентирован на "среднячка", предпочтителен консультационный режим, работа в команде и семинары на хорошем уровне	уровень требований и преподавания ориентирован на "среднячка", предпочтителен консультационный режим и семинары на хорошем уровне
S_3	мышление блоками, необходимо заполнить недостающие блоки, связи выстраивают сами	мышление блоками, необходимо заполнить недостающие блоки, связи выстраивают сами	не хватает некоторых предметов	всего хватает	не хватает конкретных предметов, но связи не выстраиваются	не хватает некоторых предметов
S_4	не хочется рутины и потерять себя	хочется не технологии, а красивого решения	нет целостности образования, практический интерес	мало специализации	мало специализации	мало специализации, потребность в самообразовании
S_5	команда; общение с людьми, а не с маньяками	присутствует постоянное напряжение – среда не дает деградировать, существуют микро-группы по профессиональным интересам	почти полное отсутствие коммуникаций	профессионального общения почти нет	профессионального общения почти нет	профессионального общения почти нет
S_6	магистры	магистры	5 лет; но специальность уже не перспективна	5,5 лет; около специальности	5 лет; по специальности	5,5 лет; около специальности
S_7	большой выбор; дальнейшие перспективы	большой выбор; хочется "физика+математика"; реализация амбиций	ограниченный выбор; перспективность специальности; престиж	хочется определенного сочетания предметов; гибкая специальность	оптимальное сочетание предметов	оптимальное сочетание предметов
S_8	основа - деньги, стабильность на хорошем уровне	программирование не требует большой материальной базы; борьба не за деньги, а за идею	деньги – не проблема	стабильность	стабильность	стабильность

Таблица 3. Матрица объектно-структурного анализа

Обсуждение результатов

Содержательный анализ полученных ответов (табл. 3) подтверждает, что при оценке собственной успешности как в индивидуальном, так и в будущем профессиональном плане у всех респондентов доминирует личностный комплекс. Как уже упоминалось, к нему, главным образом, относят такие факторы, как коэффициент интеллектуальности (IQ), интеллектуальную одаренность и направленность личности. Для выявления доминирующего фактора были проанализированы источники [3, 5, 8].

Исследования коэффициента интеллектуальности (IQ) показывают, что в случае высокого и сверхвысокого уровня развития конвергентных способностей изменяется тип организации интеллектуальной деятельности: интеллектуальное поведение "сообразительных" становится непредсказуемым. В работах ряда авторов все чаще повторяется вывод о том, что высокие показатели интеллектуальных способностей в виде IQ недостаточно надежно предсказывают наличие реальных экстраординарных интеллектуальных достижений человека. Соответственно, высокий уровень показателя IQ вряд ли является доминирующим фактором профессиональной успешности в такой высокоинтеллектуальной области, как computer science.

Интеллектуальная одаренность определяется как такое состояние индивидуальных психических ресурсов, которое обеспечивает возможность творческой интеллектуальной деятельности – той деятельности, которая связана с созданием субъективно и объективно новых идей, использованием нестандартных подходов в разработке проблем, чувствительностью к наиболее перспективным линиям поиска решений в той или иной предметной области и т.д. [3].

Можно считать доказанным [2, 3], что проявления интеллектуальной одаренности следует искать не в высоких показателях конвергентных способностей и обучаемости, которые характеризуют нормативный интеллектуальный потенциал личности, а в высоких показателях дивергентных способностей, которые позволяют оценить ее творческий интеллектуальный потенциал. Но исследования креативности (творческого потенциала) как составляющей интеллектуальной одаренности показывают, что о ней можно говорить только тогда, когда показатели тестов креативности имеют не сверхвысокие, а именно средние значения [3].

Таким образом, ни высокий уровень IQ, ни высокий уровень учебных достижений, ни высокий уровень креативности – каждый сам по себе – не может быть индикатором интеллектуальной одаренности. Собственно интеллектуальная одаренность – это не дар природы и не продукт социализации. Интеллектуальная одаренность – результат длительного, подчиняющегося определенным закономерностям процесса, суть которого заключается в выстраивании и обогащении индивидуального ментального опыта [3].

Соответственно, можно выдвинуть предположение, что основным фактором успешности студентов при обучении computer science является направленность личности, которая связана со структурой ментальной базы. Заметим, что этот взгляд поддержан в [3, 5], а также коррелирует с предыдущими исследованиями [8].

На взгляд авторов статьи, основные усилия следует направлять не столько на выявление одаренности у будущих абитуриентов, сколько на направленность их личности, а также создавать условия для проявления и становления соответствующей направленности.

Выводы

- Личностные факторы играют особо важную роль в прогнозируемой профессиональной успешности будущего специалиста в области computer science.

- Доминирующим среди личностных факторов, как показывают пилотные исследования, следует считать направленность личности, которая во многом связана с структурой ментальной базы.
- Отбор обучаемых для области computer science следует проводить, в основном, по критерию направленности личности, а процесс обучения строить так, чтобы максимально содействовать развитию соответствующей направленности.

Литература

1. Брукшир Д.Г. Введение в компьютерные науки. Общий обзор. / Изд. 6. М.: Изд. дом "Вильямс", 2001. 688 с.
2. Годфруа Ж. Что такое психология: В 2-х т. Изд. 2-е, стереотипное. Т.1: Пер. с франц. М.: Мир, 1996. 496 с.: ил.
3. Холодная М.А. Психология интеллекта Парадосы исследования. 2-ое изд., перераб. и доп. СПб: Питер, 2002. 272 с.
4. Зеер Э.Ф. Психология профессионального образования: Учеб. пособие. Екатеринбург: Изд-во Урал. гос. проф.-пед. ун-та, 2000. 397 с.
5. Солсо Р.Л. Когнитивная психология. М.: Тривола, 1996. 600 с.
6. Гаврилова Т.А., Хорошевский В.Ф. Базы знаний интеллектуальных систем. СПб: Питер, 2000. 384 с.: ил.
7. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир, 1973. 344 с.
8. Гусарова Н.Ф. Координация в технологических процессах со слабо формализуемыми критериями. СПб: СПбГИТМО(ТУ), 2001. 271 с.

АСИМПТОТИКИ РЕЗОНАНСОВ ДЛЯ ДВУМЕРНЫХ ВОЛНОВОДОВ, СОЕДИНЕННЫХ МАЛЫМИ ОТВЕРСТИЯМИ, ПРИ ГРАНИЧНОМ УСЛОВИИ НЕЙМАНА

Л.В. Гортинская, И.Ю. Попов, Е.С. Тесовская

Развитие наноэлектроники вызывает интерес к исследованию резонансных эффектов и электронного транспорта в связанных волноводах. Изучение таких систем во многих случаях сводится к решению краевой задачи для уравнения Гельмгольца [1]. Асимптотики связанных состояний, близких к нижней границе непрерывного спектра, при граничном условии Дирихле были получены в [5]. Условие Дирихле на границах характерно для полупроводниковых структур. При описании металлических наноструктур встречается как задача Дирихле, так и задача Неймана [1]. В случае краевого условия Неймана резонансные эффекты значительно сильнее, чем при условии Дирихле. Этот случай менее изучен, поэтому представляется актуальным его исследование.

В данной работе рассматривается система двух плоских волноводов Ω_+ , Ω_- шириной d_+ и d_- , соединенных малыми отверстиями (рис. 1), при граничном условии Неймана, т.е. анализируется следующая краевая задача:

$$\Delta u + k^2 u = 0,$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\partial \Omega} = 0.$$

Наличие соединяющих отверстий приводит к возникновению резонансов (квазисобственных значений), близких ко второму (третьему и т.д.) пороговому значению (нижней границей непрерывного спектра является нуль). В работе будут получены первые члены асимптотических разложений этих резонансов. Мы используем метод согласования асимптотических разложений [3], [4]. Исследуется также задача рассеяния плоской волны на одном и двух отверстиях.

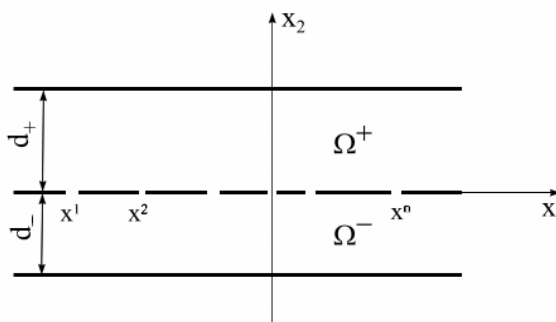


Рис.1. Два волновода, соединенные через n малых отверстий.

Резонансы

Пусть волноводы соединены малыми отверстиями с центрами в точках $(x^q, 0)$, $q = 1, \dots, n$, диаметры которых равны $2a_q = 2aw_q$ (a – малый параметр). Будем считать,

что волноводы различны ($d_+ > d_-$). Построим асимптотику резонанса k_a^2 , который лежит близко к точке π^2/d_+^2 :

$$\sqrt{\frac{\pi^2}{d_+^2} - k_a^2} = \tau_1 \ln^{-1} a + \tau_2 \ln^{-2} a + \dots \quad (1)$$

Асимптотики функции Грина в окрестности точки (0,0) границы области при значениях k^2 , близких к π^2/d_+^2 , имеют вид:

$$G^+(x, 0, k_a) = \left(\pi^2 - k_a^2 d_+^2\right)^{-1/2} \cos \frac{\pi x_2}{d_+} \exp\left(-\sqrt{\pi^2 - k_a^2 d_+^2} |x_1|\right) - \frac{1}{\pi} \ln |x| + g^+(x, k_a),$$

$$G^-(x, 0, k_a) = -\frac{1}{\pi} \ln |x| + g^-(x, k_a), \quad (2)$$

где $x = (x_1, x_2)$, x_1, x_2 – декартовы координаты точки x . Тогда асимптотическое разложение квазисобственной функции $\psi_a(x)$ ищем в виде

$$\psi_a(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\pi^2}{d_+^2} - k_a^2} \sum_{q=1}^n \alpha_q G^+(x, (x^q, 0), k_a), & x \in \Omega^+ \setminus S_{\sqrt{a}}^q, \\ v_0^q\left(\frac{x}{a}\right) + v_1^q\left(\frac{x}{a}\right) \cdot \ln^{-1} a + \dots, & x \in S_{2\sqrt{a}}, \\ -\sqrt{\frac{\pi^2}{d_+^2} - k_a^2} \sum_{q=1}^n \alpha_q G^-(x, (x^q, 0), k_a), & x \in \Omega^- \setminus S_{\sqrt{a}}^q, \end{cases} \quad (3)$$

где S_t^q – круг радиуса t с центром в середине q -го отверстия, α_q – некоторые коэффициенты. Метод согласования сводится к поиску таких "склеивающих" функций $v_0^q(x/a)$, $v_1^q(x/a)$, удовлетворяющих краевым условиям Неймана и являющихся решениями уравнения Гельмгольца, что члены соответствующих порядков в асимптотических разложениях (3) будут совпадать в областях:

$$\left(\Omega^+ \setminus S_{\sqrt{a}}^q\right) \cap S_{2\sqrt{a}}, \quad \left(\Omega^- \setminus S_{\sqrt{a}}^q\right) \cap S_{2\sqrt{a}}.$$

Опишем подробнее эту процедуру. Сделаем замену переменных: $\xi = \frac{x}{a}$, $\rho = |\xi|$.

Выделим в разложении (3) члены порядка a^0 и $\ln a$:

$$\psi_a^+(x) = \frac{1}{d_+} - \frac{\tau_1}{\pi} + \ln^{-1} a \left(-\frac{\tau_1}{\pi} \ln \rho + \tau_1 g^+(0, \frac{\pi}{d_+}) - \frac{\tau_2}{\pi} \right) + o(\ln^{-1} a),$$

$$\psi_a^-(x) = -\left[-\frac{\tau_1}{\pi} + \ln^{-1} a \left(-\frac{\tau_1}{\pi} \ln \rho + \tau_1 g^-(0, \frac{\pi}{d_+}) - \frac{\tau_2}{\pi} \right) \right] + o(\ln^{-1} a). \quad (4)$$

Для нахождения τ_1 рассмотрим члены порядка a^0 . В качестве $v_0^q(\xi)$ можно выбрать функции, принимающие постоянные значения:

$$v_0^q(\xi) = \frac{\alpha_q \tau_1}{\pi}.$$

Тогда условие согласования принимает вид:

$$\alpha_i \left(1 - \frac{2\tau_1 d_+}{\pi} \right) + \sum_{q=1, q \neq i}^n \alpha_q = 0. \quad (5)$$

Так как нас интересуют ненулевые решения системы, то получаем:

$$\tau_1 = \frac{\pi n}{2d_+}. \quad (6)$$

Чтобы найти следующий коэффициент, рассмотрим члены порядка $\ln a$ в выражении (4). Из теории потенциалов [2] известно, что необходимые для согласования функции $v_1^q(\xi)$ существуют:

$$v_1^q(\xi) = \begin{cases} -\frac{\tau_1 \alpha_q}{\pi} X_0^q(\xi) + c_q, & \xi_2 > 0, \\ \frac{\tau_1 \alpha_q}{\pi} X_0^q(\xi) + c_q, & \xi_2 < 0, \end{cases} \quad (7)$$

где c_q – константы, обеспечивающие согласование,

$$X_0^q(\zeta) = X_0\left(\frac{\zeta}{w_q} - x^q\right), \quad X_0(\zeta) = \ln(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}), \quad (8)$$

$$X_0^q(\xi) = \ln |\xi| + \ln 2 - \ln |w_q| + o(1), \quad \xi \rightarrow \infty.$$

Из условий согласования асимптотик (4) и (7) находим, что τ_2 есть собственное значение матрицы $\Gamma = \{\gamma_{i,q}\}$:

$$\begin{aligned} \gamma_{i,i} &= \frac{\pi^2 n}{4d_+} \left[g^+(x^i, \frac{\pi}{d_+}) + g^-(x^i, \frac{\pi}{d_+}) - \frac{|x^i|}{d_+} \right] + \frac{\pi n}{2d_+} \ln \left| \frac{2}{w_i} \right|, \\ \gamma_{i,q} &= \frac{\pi^2 n}{4d_+} \left[G^-(x^i, x^q, k) + G^+(x^i, x^q, k) - (\pi^2 - k^2 d_+^2)^{-\frac{1}{2}} \right] \Bigg|_{k=\frac{\pi}{d_+}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Если волноводы одинаковы ($d_+ = d_- = d$), то, следуя аналогичной процедуре, получаем:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \frac{\pi n}{d}, \\ \gamma_{i,i} &= \frac{\pi^2 n}{d} g(x^i, \frac{\pi}{d}) + \frac{\pi n}{d} \ln \left| \frac{2}{w_i} \right| - \frac{\pi^2 n}{d} |x_i|, \\ \gamma_{i,q} &= \frac{\pi^2 n}{d} \left[G(x^i, x^q, k) - (\pi^2 - k^2 d^2)^{-\frac{1}{2}} \right] \Bigg|_{k=\frac{\pi}{d}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Следует отметить, что данный результат не получается предельным переходом из (9) при $d_+ \rightarrow d_-$.

В случае одного отверстия асимптотика резонанса имеет вид

$$k_a^2 = \frac{\pi^2}{d_+^2} - \tau_1^2 \ln^{-2} a - 2\tau_1 \tau_2 \ln^{-3} a - \tau_2^2 \ln^{-4} a - \dots,$$

$$\tau_1 = \begin{cases} \frac{\pi}{2d_+}, & d_+ > d_-, \\ \frac{\pi}{d}, & d_+ = d_- = d, \end{cases} \quad (11)$$

$$\tau_2 = \begin{cases} \frac{\pi^2}{4d_+} \left(g^+(0, \frac{\pi}{d_+}) + g^-(0, \frac{\pi}{d_+}) \right) + \frac{\pi \ln 2}{2d_+}, & d_+ > d_-, \\ \frac{\pi^2}{d} g(0, \frac{\pi}{d}) + \frac{\pi \ln 2}{d}, & d_+ = d_- = d. \end{cases}$$

Задача рассеяния

Рассмотрим распространение волны по системе волноводов разной ширины ($d_+ > d_-$), соединенных через одно отверстие диаметром $2a$. Будем считать, что волновое число k рассматриваемой волны близко к найденному выше резонансному значению k_a . Отклонение от резонанса будем характеризовать отклонением соответствующего коэффициента c от τ_2 в формуле (1):

$$\sqrt{\frac{\pi^2}{d_+^2} - k^2} = \tau_1 \ln^{-1} a + c \ln^{-2} a + \dots \quad (12)$$

Значение τ_1 соответствует резонансу (11).

Очевидно, что

$$\left(\pi^2 - k^2 d_+^2\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{d_+ \tau_1} \ln a - \frac{c}{d_+ \tau_1^2} + \dots \quad (13)$$

Построим аналогично (3) асимптотику решения $\psi(x)$ задачи рассеяния волны e^{-ikx} , распространяющейся по волноводу Ω_+ :

$$\psi(x) = \begin{cases} e^{-ikx} + \alpha_1 G^+(x, 0, k), & x \in \Omega^+ \setminus S_{\sqrt{a}}, \\ v_{-1}\left(\frac{x}{a}\right) \ln a + v_0\left(\frac{x}{a}\right) + v_1\left(\frac{x}{a}\right) \ln^{-1} a + \dots, & x \in S_{2\sqrt{a}}, \\ -\alpha_1 G^-(x, 0, k), & x \in \Omega^- \setminus S_{\sqrt{a}}. \end{cases} \quad (14)$$

Для определения коэффициента прохождения T выделим из функции Грина слагаемое, содержащее e^{-ikx} ($x \rightarrow \infty$):

$$\psi^+(x) = e^{-ikx} + \alpha_1 \left(\frac{1}{2ikd_+} e^{-ikx} + \dots \right). \quad (15)$$

Тогда для коэффициента прохождения получаем выражение

$$T = \left| 1 - \frac{i\alpha_1}{2kd_+} \right|^2, \quad (16)$$

где α_1 находится из условий согласования асимптотических разложений. Подставляя (13) в асимптотику функции Грина, получим:

$$\begin{aligned} G^+(\xi, 0, k) &= \frac{1}{d_+ \tau_1} \ln a - \frac{c}{d_+ \tau_1^2} - \frac{1}{\pi} \ln a - \frac{1}{\pi} \ln \rho + g^+\left(\xi, \frac{\pi}{d_+}\right) + \dots, \\ G^-(\xi, 0, k) &= -\frac{1}{\pi} \ln a - \frac{1}{\pi} \ln \rho + g^-\left(\xi, \frac{\pi}{d_+}\right) + \dots, \end{aligned} \quad (17)$$

где $\xi = \frac{x}{a}$, $\rho = |\xi|$.

Выделим члены порядков $\ln a$ и a^0 в разложении (14):

$$\begin{aligned} \psi^+(x) &= 1 + \alpha_1 \left[-\frac{c}{d_+ \tau_1^2} + \left(\frac{1}{d_+ \tau_1} - \frac{1}{\pi} \right) \ln a + g^+\left(0, \frac{\pi}{d_+}\right) - \frac{1}{\pi} \ln \rho \right] + o(1), \\ \psi^-(x) &= -\alpha_1 \left[-\frac{1}{\pi} \ln a + g^-\left(0, \frac{\pi}{d_+}\right) - \frac{1}{\pi} \ln \rho \right] + o(1). \end{aligned} \quad (18)$$

Для согласования членов порядка a^0 выбираем функции $v_0(\xi)$ в виде

$$v_0(\xi) = \begin{cases} -\frac{\alpha_1}{\pi} X_0(\xi) + A, & \xi_2 > 0, \\ \frac{\alpha_1}{\pi} X_0(\xi) + A, & \xi_2 < 0, \end{cases} \quad (19)$$

$$X_0(\xi) = \ln\left(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right),$$

где A – некоторая константа.

Приравнивая члены соответствующих порядков, приходим к следующему выражению для α_1 :

$$\alpha_1(c) = \left[\frac{4cd_+}{\pi^2} - \frac{2}{\pi} \ln 2 - g^+(0, \frac{\pi}{d_+}) - g^-(0, \frac{\pi}{d_+}) \right]^{-1}. \quad (20)$$

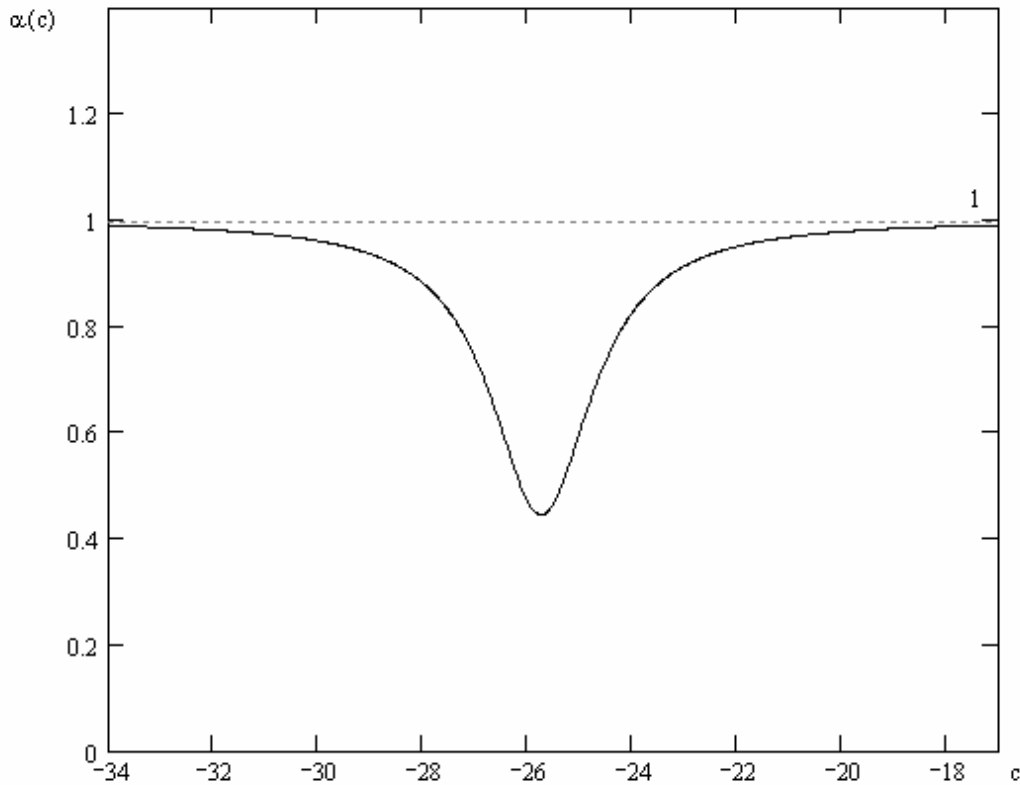


Рис.2. Зависимость коэффициента прохождения от параметра c , см. (16),(20).

Для одинаковых волноводов ($d_+ = d_- = d$) имеем

$$\alpha_1(c) = \left[\frac{2cd}{\pi^2} - \frac{2}{\pi} \ln 2 - g(0, \frac{\pi}{d}) \right]^{-1}. \quad (21)$$

Теперь рассмотрим задачу рассеяния для волноводов, соединенных двумя отверстиями с центрами $(x_{1,2}, 0)$, диаметры которых равны $2a_{1,2} = 2aw_{1,2}$ (a – малый параметр). Пусть $d_+ > d_-$. Процедура отыскания коэффициента прохождения аналогична. Асимптотику решения задачи рассеяния ищем в виде

$$\psi(x) = \begin{cases} e^{-ikx} + \alpha_1 G^+(x, 0, k) + \alpha_2 G^+(x, L, k), & x \in \Omega^+ \setminus S_{\sqrt{a}}, \\ v_{-1}\left(\frac{x}{a}\right) \ln a + v_0\left(\frac{x}{a}\right) + v_1\left(\frac{x}{a}\right) \ln^{-1} a + \dots, & x \in S_{2\sqrt{a}}, \\ -\alpha_1 G^-(x, 0, k) - \alpha_2 G^-(x, L, k), & x \in \Omega^- \setminus S_{\sqrt{a}}, \end{cases} \quad (22)$$

где $L = x_2 - x_1$ – расстояние между отверстиями. Выделяя нужные слагаемые по аналогии с (15), (16), получаем коэффициент прохождения:

$$T = \left| 1 - \frac{i}{2kd_+} (\alpha_1 + \alpha_2 e^{ikL}) \right|^2. \quad (23)$$

Выбирая функции $v_0^i(\xi)$ подобно (19) и склеивая соответствующие слагаемые, находим:

$$\alpha_1(c) = \frac{c_1 - g_2 - (c_1 - \gamma)e^{-ikL}}{(c_1 - g_1)(c_1 - g_2) - (c_1 - \gamma)^2},$$

$$\alpha_2(c) = \frac{\gamma - c_1 + (c_1 - g_1)e^{-ikL}}{(c_1 - g_1)(c_1 - g_2) - (c_1 - \gamma)^2},$$

$$c_1 = \frac{cd_+}{\pi^2},$$

$$g_{1,2} = g^+(x_{1,2}, \frac{\pi}{d_+}) + g^-(x_{1,2}, \frac{\pi}{d_+}) + \frac{2}{\pi} \ln \left| \frac{2}{w_{1,2}} \right|,$$

$$\gamma = G^-(0, L, k) + G^+(0, L, k) - (\pi^2 - k^2 d_+^2)^{-\frac{1}{2}} \Big|_{k=\frac{\pi}{d_+}}.$$

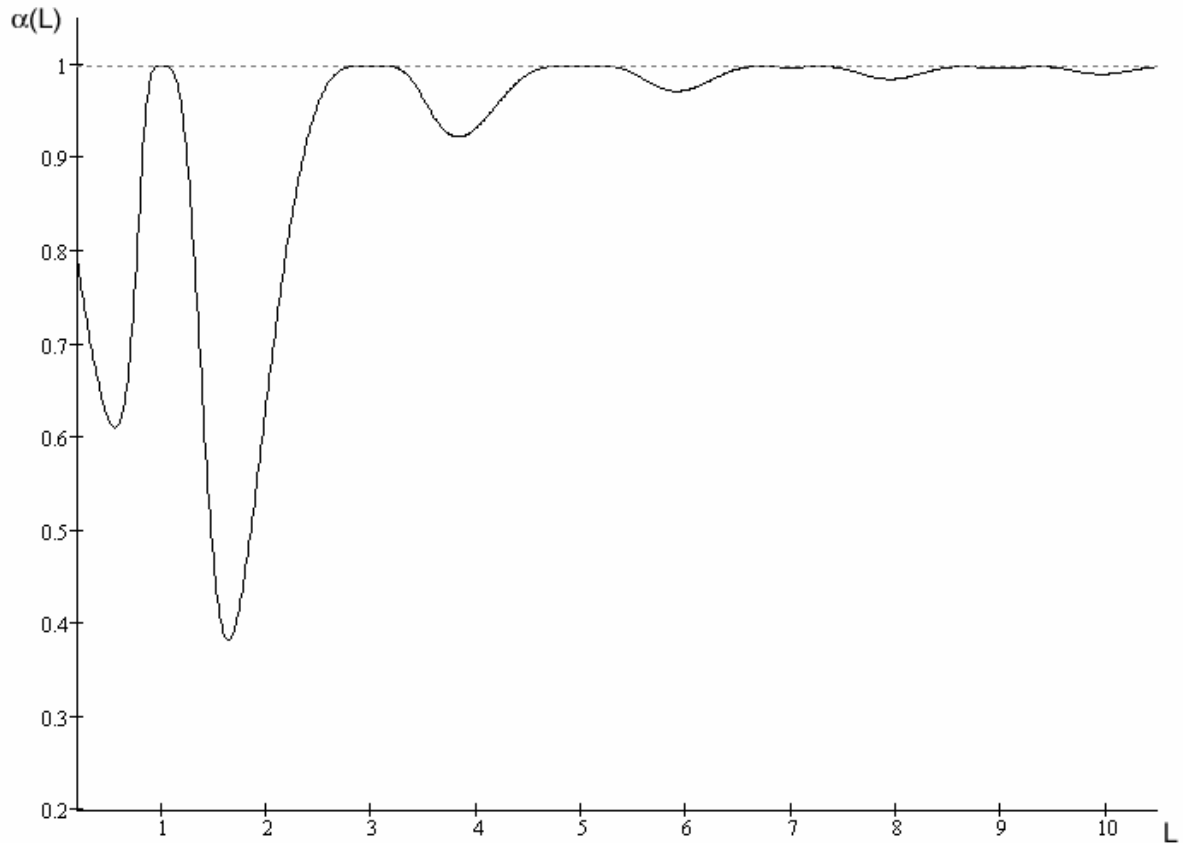


Рис. 3. Зависимость коэффициента прохождения от расстояния между отверстиями в случае двух окон. Спектральный параметр близок к резонансу, $d_+ / d_- = 1.57$, $c = -9$. В качестве единицы длины для L выбрана ширина волновода d_+

Для $d_+ = d_- = d$ получаем:

$$\alpha_1(c) = \frac{1}{2} \cdot \frac{c_1 - g_2 - (c_1 - \gamma)e^{-ikL}}{(c_1 - g_1)(c_1 - g_2) - (c_1 - \gamma)^2},$$

$$\alpha_2(c) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma - c_1 + (c_1 - g_1)e^{-ikL}}{(c_1 - g_1)(c_1 - g_2) - (c_1 - \gamma)^2},$$

$$c_1 = \frac{cd}{4\pi^2},$$

$$g_{1,2} = g(x_{1,2}, \frac{\pi}{d}) + \frac{1}{\pi} \ln \left| \frac{2}{w_{1,2}} \right|,$$

$$\gamma = G(0, L, k) - (\pi^2 - k^2 d^2)^{\frac{1}{2}} \Big|_{k=\frac{\pi}{d}}.$$

Видно, что коэффициент прохождения имеет резкие осцилляции в окрестности резонанса. Этот эффект может быть использован для разработки новых электронных устройств.

Работа поддержана грантом РФФИ 01-01-00253, Министерством образования России (грант Т02-02.2-599) и программой «Интеграция».

Литература

1. Duclos P., Exner P. // Rev. Math. Phys. 1995. V. 7, p. 73-102.
2. Ландкоф Н.С. Основы современной теории потенциала. М.: Наука, 1966. 516 с.
3. Ильин А.М. Согласование асимптотических разложений решений краевых задач. М.: Наука, 1989. 334 с.
4. Гадыльшин Р.Р. // УМН. 1997. Т. 52. № 1. С. 3–76.
5. Popov I.Yu. // J. Math. Phys. 2002. V. 43. № 1. P. 215–234.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ТРЕМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ НА ВИБРИРУЮЩЕЙ ПЛАТФОРМЕ

С.Е. Иванов

Рассматривается нелинейная виброзащитная система с тремя степенями свободы, с нелинейными правыми частями в виде многочлена третьей степени от фазовых переменных с постоянными и периодическими параметрами. Система виброзащиты состоит из объекта виброзащиты, установленного на платформе, которая, в свою очередь, установлена на другую платформу, нижняя платформа поставлена на вибрирующее основание. Предполагается, что характеристики упругих элементов системы имеют вид кубического полинома третьей степени, демпфирующие элементы имеют нелинейную кубическую характеристику. Методом многочленных преобразований уравнения движения системы приводятся к автономному виду с точностью до членов высших порядков. В нерезонансном случае получено решение преобразованной системы. Выделяются существенные константы, характеризующие переходные процессы и установившиеся режимы колебаний.

Введение

При исследовании динамики виброзащитных систем необходимо использовать нелинейные математические модели. Рассмотрим актуальную нелинейную задачу исследования виброзащитной системы с тремя степенями свободы. Виброзащитная система состоит из объекта виброзащиты массой m_1 , установленного на платформе массой m_2 , которая, в свою очередь, установлена на другую платформу массой m_3 , а нижняя платформа поставлена на вибрирующее основание. Предполагается, что упругие элементы системы являются нечетными функциями относительно положения статического равновесия. В динамические уравнения, написанные относительно положения статического равновесия, упругие элементы входят в виде кубических полиномов, содержащих как нечетные, так и четные степени. При этом константы в этих характеристиках взаимно сокращаются по условию статического равновесия. Демпфирующие элементы имеют нечетную характеристику третьей степени.

При этих условиях, в соответствии с уравнениями Лагранжа, динамические уравнения виброзащитной системы имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + d_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)^3 + k_1(x_1 - x_2) + l_1(x_1 - x_2)^2 + p_1(x_1 - x_2)^3 = 0, \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + d_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^3 + k_1(x_2 - x_1) - l_1(x_2 - x_1)^2 + p_1(x_2 - x_1)^3 + \\ c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + d_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3)^3 + k_2(x_2 - x_3) + l_2(x_2 - x_3)^2 + p_2(x_2 - x_3)^3 = 0, \\ m_2 \ddot{x}_3 + c_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + d_2(\dot{x}_3 - \dot{x}_2)^3 + k_2(x_3 - x_2) - l_2(x_3 - x_2)^2 + p_2(x_3 - x_2)^3 + \\ c_3(\dot{x}_3 - \dot{f}) + d_3(\dot{x}_3 - \dot{f})^3 + k_3(x_3 - f) + l_3(x_3 - f)^2 + p_3(x_3 - f)^3 = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где x_1, x_2, x_3 – абсолютные перемещения по отношению к положению равновесия системы.

На основание действуют вертикальные колебания:

$$f(t) = a \sin(\omega t). \quad (2)$$

Введем относительное перемещение

$$\tilde{x}_1 = x_1 - f, \quad \tilde{x}_2 = x_2 - f, \quad \tilde{x}_3 = x_3 - f \quad (3)$$

и запишем уравнения движения (1) в новых переменных:

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{\tilde{x}}_1 + c_1(\dot{\tilde{x}}_1 - \dot{\tilde{x}}_2) + d_1(\dot{\tilde{x}}_1 - \dot{\tilde{x}}_2)^3 + k_1(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2) + l_1(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2)^2 + p_1(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2)^3 = -m_1 \ddot{f}_1, \\
m_2 \ddot{\tilde{x}}_2 + c_1(\dot{\tilde{x}}_2 - \dot{\tilde{x}}_1) + d_1(\dot{\tilde{x}}_2 - \dot{\tilde{x}}_1)^3 + k_1(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_1) - l_1(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_1)^2 + p_1(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_1)^3 + \\
c_2(\dot{\tilde{x}}_2 - \dot{\tilde{x}}_3) + d_2(\dot{\tilde{x}}_2 - \dot{\tilde{x}}_3)^3 + k_2(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3) + l_2(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3)^2 + p_2(\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3)^3 = -m_2 \ddot{f}, \quad (4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_2 \ddot{\tilde{x}}_3 + c_2(\dot{\tilde{x}}_3 - \dot{\tilde{x}}_2) + d_2(\dot{\tilde{x}}_3 - \dot{\tilde{x}}_2)^3 + k_2(\tilde{x}_3 - \tilde{x}_2) - l_2(\tilde{x}_3 - \tilde{x}_2)^2 + p_2(\tilde{x}_3 - \tilde{x}_2)^3 + \\
c_3 \dot{\tilde{x}}_3 + d_3 \dot{\tilde{x}}_3^3 + k_3 \tilde{x}_3 + l_3 \tilde{x}_3^2 + p_3 \tilde{x}_3^3 = -m_3 \ddot{f}, \\
\ddot{f}(t) = -a\omega^2 \sin(\omega t). \quad (5)
\end{aligned}$$

Предполагаем, что корни характеристического уравнения

$$\lambda_s = \alpha_s + i\beta_s$$

левой части системы являются комплексно-сопряженными с немалыми мнимыми частями, а вещественные части неположительные и могут быть малыми.

Будем рассматривать систему (4) в нерезонансном случае, когда

$$\omega \neq k\beta_s, \omega \neq \beta_s / k, k = 1, \dots, 3, (s = 3, \dots, 8).$$

Введем дополнительно переменные $y_{1,2} = \exp(\pm i\omega t)$, и запишем уравнение (5) в новых переменных:

$$\ddot{f}(t) = -a\omega^2(y_1 - y_2)/2i \quad (6)$$

Запишем систему (4), учитывая равенство (6), в виде системы восьми дифференциальных уравнений первого порядка.

$$\dot{X} = RX + P, \quad (7)$$

где $X = [y_1, y_2, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \dot{\tilde{x}}_1, \dot{\tilde{x}}_2, \dot{\tilde{x}}_3]^T$, P - нелинейный вектор системы.

Выполняется линейное преобразование вида:

$$Y = AX. \quad (8)$$

Линейная часть системы (7) приводится к диагональному виду:

$$\dot{Y} = \Lambda Y + P \Big|_{X \rightarrow A^{-1}Y}, \quad (9)$$

где $\Lambda = \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_8]$.

Многочленное преобразование системы

Применим метод многочленных преобразований [1] для исследования нелинейной виброзащитной системы с тремя степенями свободы в условиях периодического кинематического воздействия.

Выполняется многочленное преобразование с принятой точностью до членов четвертого порядка включительно:

$$y_s = z_s + \sum_{|\nu|=2}^4 a_\nu^s Z^\nu, (s = 3, \dots, 8), Z^\nu \equiv z_1^{\nu_1} z_2^{\nu_2} \dots z_8^{\nu_8}, \quad (10)$$

где a_ν^s - неизвестные коэффициенты преобразования, $\nu = (\nu_1 \nu_2 \nu_3 \nu_4 \nu_5 \nu_6 \nu_7 \nu_8)$ - векторный индекс, $|\nu| = \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_8$.

Введенные комплексно-сопряженные переменные не преобразуются: $y_s = z_s (s = 1, 2)$.

Результатом многочленного преобразования является автономная система:

$$\dot{z}_s = \lambda_s z_s + \sum_{|\nu|=2}^4 q_\nu^s Z^\nu, (s = 3, \dots, 8), \quad (11)$$

где q_ν^s - искомые коэффициенты преобразованной системы.

Особые значения индекса при фиксированном S находятся как целочисленные неотрицательные решения двух уравнений [1]:

$$\sum_{k=1}^8 \lambda_k \nu_k - \lambda_S \approx 0, \quad \sum_{k=1}^8 \nu_k = 2, 3, 4. \quad (12)$$

Постоянные q_ν^s приравнивают нулю при неособых значениях индексов; при таких значениях вычисляют постоянные a_ν^s . И наоборот, при особых значениях индексов полагают коэффициенты a_ν^s равными нулю и вычисляют q_ν^s .

В нерезонансном случае, когда собственные частоты колебаний системы и частота вибрации не совпадают и не кратны, находим следующие особые индексы:

при q_ν^3 : $\nu = (00100011), \nu = (00101100), \nu = (00210000), \nu = (11100000)$,

при q_ν^5 : $\nu = (00001011), \nu = (00002100), \nu = (00111000), \nu = (11001000)$,

при q_ν^7 : $\nu = (00000021), \nu = (00001110), \nu = (00110010), \nu = (11000010)$.

В преобразованной системе (11) сделаем замену переменных:

$$z_{s,s+1} \equiv \rho_s \exp(\pm i(t \operatorname{Im} \lambda_s + \theta_s)), \quad \bar{z}_s = z_{s+1}, \quad (s = 3, 5, 7) \quad (13)$$

В результате систему (11) можно представить в виде:

$$\dot{\rho}_s = \operatorname{Re}(\lambda_s) \rho_s + \sum_{|\nu|=2}^4 \operatorname{Re}(q_\nu^s) \rho_3^{\nu_3+\nu_4} \rho_5^{\nu_5+\nu_6} \rho_7^{\nu_7+\nu_8}, \quad \dot{\theta}_s = \rho_s^{-1} \sum_{|\nu|=2}^4 \operatorname{Im}(q_\nu^s) \rho_3^{\nu_3+\nu_4} \rho_5^{\nu_5+\nu_6} \rho_7^{\nu_7+\nu_8},$$

(s = 3, 5, 7) (14)

В нерезонансном случае экспонента не входит в систему (14), так как ее степень равна нулю. Стационарные решения можно найти, приравняв правые части системы (14) к нулю.

Получен установившийся режим колебаний виброзащитной системы (1) при следующих параметрах:

$$m_1 = 1.13, c_1 = 0.23, d_1 = 0.01, k_1 = 1.23, l_1 = 0.04, p_1 = 0.02,$$

$$m_2 = 3.17, c_2 = 0.61, d_2 = 0.03, k_2 = 3.13, l_2 = 0.13, p_2 = 0.06,$$

$$m_3 = 8.71, c_3 = 1.73, d_3 = 0.09, k_3 = 9.11, l_3 = 0.37, p_3 = 0.17$$

На систему действует внешнее возмущение: $\omega = 2, a = 0.5$.

В результате линейной замены переменных получим систему (9) с линейной диагональной матрицей:

$$\Lambda = \operatorname{diag}[2i, -2i, -0.211 + 1.469i, -0.211 - 1.469i, \\ -0.119 + 1.118i, -0.119 - 1.118i, -0.039 + 0.634i, -0.039 - 0.634i]$$

Собственные числа имеют малые отрицательные вещественные части.

Определены коэффициенты преобразованной автономной системы (11):

$$q_{11100000}^3 = -0.086 + 0.011i, q_{11001000}^5 = -0.154 + 0.012i, q_{11000010}^7 = -0.044 + 0.001i$$

Установившийся режим колебаний системы имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1 &= -0.011 - 0.035 \cos(\omega t) - 0.470 \sin(\omega t), \\ \tilde{x}_2 &= -0.011 + 0.113 \cos(\omega t) - 0.526 \sin(\omega t), \\ \tilde{x}_3 &= -0.008 - 0.261 \cos(\omega t) - 0.612 \sin(\omega t). \end{aligned} \quad (15)$$

Заключение

Рассмотрена задача исследования нелинейной виброзащитной системы с тремя степенями свободы. Методом многочленных преобразований уравнения движения

системы приводятся к автономному виду в рамках принятой точности. В нерезонансном случае получено решение преобразованной системы. Выделены существенные константы, определяющие качество установившихся режимов колебаний и переходных процессов. На основе метода многочленных преобразований получены алгоритмы и разработан пакет программ для символьного решения нелинейных систем с тремя степенями свободы. Выполнено также численное решение задачи, подтверждающее достоверность полученных результатов.

Литература

1. Мельников Г.И. Динамика нелинейных механических и электромеханических систем. Л: Машиностроение, 1975. 198 с.
2. Мельников Г.И. К теории нелинейных колебаний. // Вестник ЛГУ. 1964. № 1. Вып.1. С. 88–98.
3. Фролов К.В. Нелинейные задачи динамики машин. М: Машиностроение, 1992. 376 с.
4. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М: Наука, 1981. 568 с.
5. Вибрации в технике. Справочник в 6-ти т. Т.6. / Под ред. К.В. Фролова. М.: Машиностроение, 1995. 456 с.
6. Фурман Ф.А., Фролов К.В. Прикладная теория виброзащитных систем. М: Машиностроение, 1980. 317 с.

**РАСЧЕТ БЛОКА РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ
С ЕСТЕСТВЕННОЙ ВЕНТИЛЯЦИЕЙ****В.И. Егоров, В.А. Лайне, М.И. Калинина**

Микроминиатюризация современной радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) приводит к повышению удельной мощности тепловыделений и, следовательно, к повышению рабочих температур. Обеспечение нормального теплового режима в таких условиях становится важной задачей.

Наиболее распространенный способ обеспечения нормального теплового режима РЭА – использование естественного воздушного охлаждения как наиболее простого, надежного и экологичного. В связи с тем, что часто предъявляются повышенные требования по пыле- и влагозащищенности, при проектировании РЭА с естественной вентиляцией приходится уделять особое внимание форме и расположению вентиляционных отверстий, а это, в свою очередь, должно быть адекватно учтено при моделировании.

В настоящей работе рассматривается одноблочный РЭА 1 в перфорированном корпусе (рис.1). Его особенность заключается в том, что вентиляционные отверстия имеют вид жалюзи 2, и расположены они на боковых стенках корпуса. Плотность монтажа модулей 3 в блоке может быть различной.

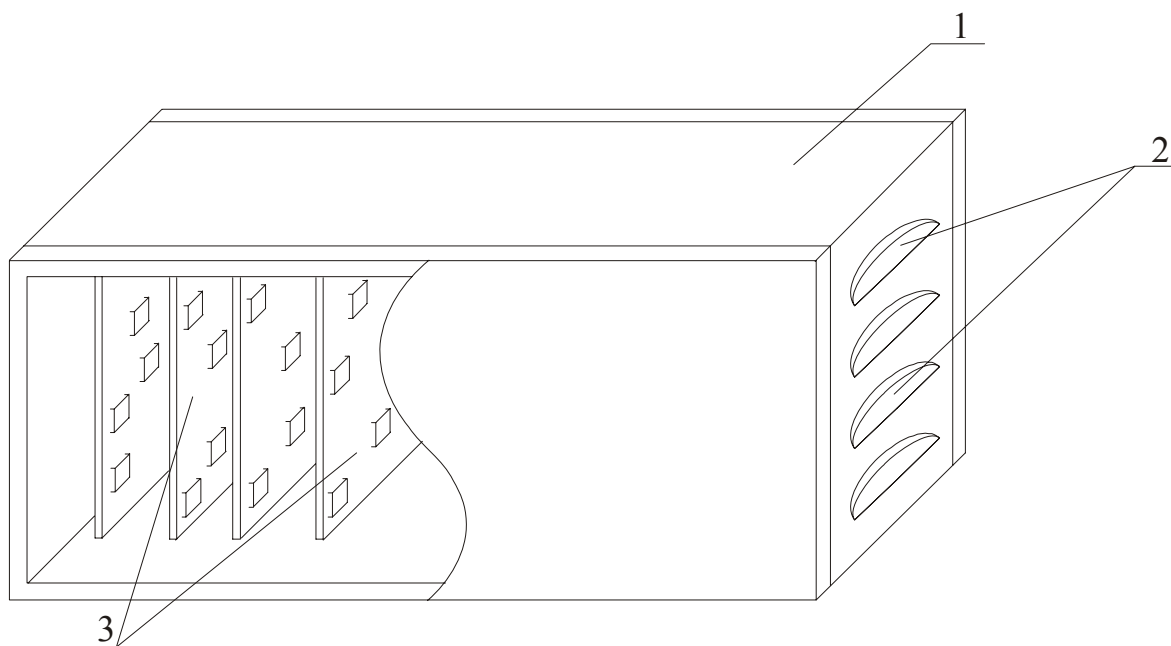


Рис.1. Исследуемый РЭА с естественной вентиляцией

Тепловую модель аппарата можно представить в виде системы большого числа областей сложной конфигурации, произвольным образом расположенных в объеме аппарата с источниками и стоками тепла и потоков теплоносителя (воздуха). Эти области обмениваются теплом друг и другом и с окружающей средой. Полное математическое описание теплового режима такого объекта представляет собой систему многомерных нестационарных уравнений теплопроводности для твердых тел и уравнений энергии для потоков теплоносителя с соответствующими краевыми условиями [1, 2]. Точное решение такой задачи представляет значительную трудность,

поэтому применяется метод поэтапного моделирования [3]. На начальном этапе исследования рассматривается блок РЭА в целом, без детализации конструкции модулей. При построении тепловой модели делаются следующие допущения: нагретая зона аппарата (совокупность модулей) заменяется однородным телом в форме параллелепипеда с равномерно распределенными источниками тепла и среднеповерхностной температурой T_3 (рис.2). Корпус блока – изотермическая оболочка с температурой T_K ; средняя по объему температура воздуха внутри аппарата U_B – среднеарифметическая температура на входе и на выходе из РЭА. Кондуктивные теплопотери через элементы конструкции незначительны, поэтому ими пренебрегаем. Массовый расход воздуха G_Σ считается равномерно распределенным по всем каналам [2].

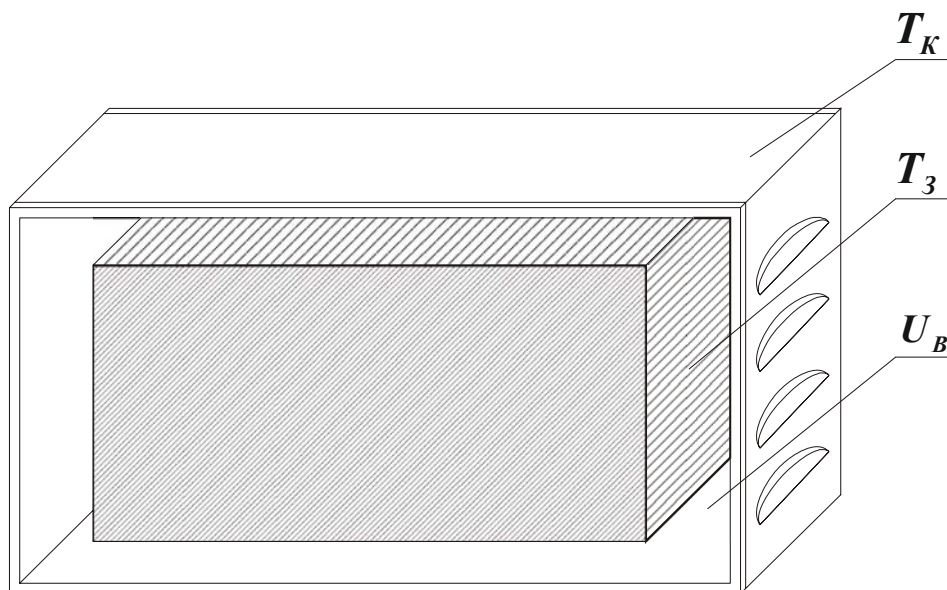


Рис. 2. Тепловая модель блока

Так как наибольший перегрев элементов аппарата наблюдается в стационарном режиме, то динамика процесса в работе не рассматривается. В стационарном режиме математическое описание принятой тепловой модели представляет собой систему четырех алгебраических уравнений теплового баланса: для нагретой зоны, для корпуса, для воздуха, для расхода воздуха, протекающего через блок [2]. Так как система уравнений нелинейна, она решается методом последовательных приближений. Один из возможных способов решения поставленной задачи был разработан в данной работе.

Рассчитаем тепловой режим исследуемого РЭА в два этапа.

На первом этапе рассчитываются значения T_3 , T_K , U_B блока в герметичном исполнении с применением соответствующего программного обеспечения, в основу которого заложена аналогичная тепловая модель со следующими допущениями [2, 3]:

1. нагретая зона состоит из плоских пластин с гладкими поверхностями;
2. все пластины имеют одинаковые размеры (l_x , l_y , d_n), а каналы между ними – одинаковую эффективную ширину b_n ; при этом должны выполняться условия: $d_n \ll l_x$, $d_n \ll l_y$, $(b_n \ll l_x, l_y)$, число пластин (N) велико ($N > 4$), поэтому $(d_n + b_n) \ll l_z$, где l_z – размер нагретой зоны;
3. между нагретой зоной и корпусом имеются периферийные зазоры, толщина которых не меньше ширины каналов между платами;
4. источники теплоты с суммарной мощностью P_Σ распределены по всем пластинам равномерно.

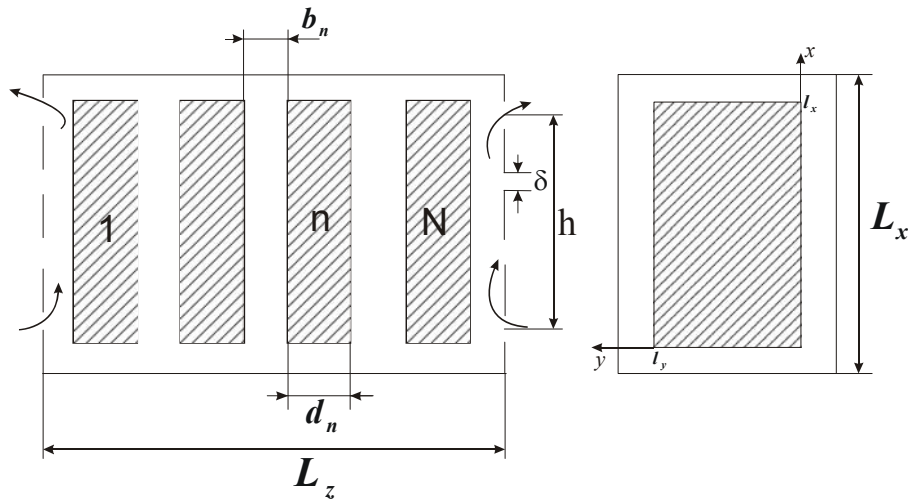


Рис. 3. Модель аппарата кассетной конструкции с боковым размещением перфорационных отверстий

На следующем этапе вводится составляющая, которая, наряду с отводом тепла стенками корпуса (как и для герметичного блока), учитывала бы отвод теплоты из блока через перфорационные отверстия на боковых стенках $\Delta\Phi$, т. е. общий тепловой поток

$$\Phi = \Phi_e + \Phi_o. \quad (1)$$

Движение воздуха через аппарат вызвано разностью температур, следовательно, и давлений внутри и снаружи аппарата. Перепад давления из-за "самотяги" описывается выражением:

$$\Delta P_c = \beta \rho g h (U_a - T_{cp}), \quad (2)$$

где β, ρ – коэффициент объемного расширения и плотность воздуха (вычислены при температуре U_a для герметичного блока); T_{cp} – температура среды, окружающей РЭА.

Далее, при соблюдении оговоренных ранее допущений предполагается, что боковое размещение отверстий (рис. 3) не позволяет достаточно вентилировать каналы нагретой зоны, следовательно, притекающий воздух оказывает незначительное влияние на процессы теплообмена, происходящие там. Поэтому в этой модели каналы нагретой зоны не учитываются.

Таким образом, потери давления на гидравлическое сопротивление вычисляются по формуле:

$$\Delta P_i = \frac{G_\Sigma^2}{2\rho} \left(\frac{\xi^{BX} + \xi^{ВЫХ}}{S_{отв}^2} + \frac{\xi}{S_{кан}^2} \right), \quad (3)$$

где $S_{отв} = m \delta l_{отв}$, $S_{отв} = 2b l_y$; m – половина количества вентиляционных отверстий на стенках; δ – ширина отверстий; $l_{отв}$ – длина отверстий; l_y – глубина платы; $\xi^{BX}, \xi^{ВЫХ}$ – коэффициенты гидравлических сопротивлений соответственно на входе в перфорационные отверстия и на выходе из них; ξ – коэффициент гидравлического сопротивления канала [4].

Из условия равенства $\Delta P_c = \Delta P_i$ находим G_Σ и ту часть тепловой энергии, которая уносится через отверстия:

$$\Delta\Phi = 2\dot{n}G_\Sigma(U_b - T_{cp}) \quad (4)$$

и определим новое значение теплового потока, рассеиваемого герметичным блоком:

$$\Phi' = \Phi - \Delta\Phi. \quad (5)$$

Затем находим новые значения величин $T'_3, T'_K, U'_B, \Delta P', G'_\Sigma, \Delta \Phi'$ и т.д. По сути своей, изложенное здесь описание изменения выделяемых блоком мощностей представляет собой не что иное, как отвод энергии из герметичного аппарата проточным теплоносителем, скорректированный для нашего случая.

Процесс продолжается до тех пор, пока расхождение между температурами при итерациях не достигнет заданной величины. В настоящей работе расхождение между расчетными температурами при итерациях составляет около 3%.

Расчеты проводились для трех значений мощностей тепловыделений в блоке и сравнивались с результатами, полученными с помощью других методик (таблица 1).

Исходные данные для расчета:

габариты аппарата 0,5; 0,3; 0,3 м;

размеры плат 0,21; 0,15 м;

количество плат $N=10$;

размеры отверстий – ширина $\delta=0.007$ м, длина $l_{\text{отв}}=0.18$ м, длина крышки $l=0.02$ м.

Р, Вт	80		100		150	
Величина перегрева, К	Нагретая зона	Корпус	Нагретая зона	Корпус	Нагретая зона	Корпус
Методика						
1	28.45	8.72	33.54	10.37	45.26	13.85
2	24.9	6.33	30.12	7.76	42.5	11.26
3	28.66	9.66	33.8	11.5	46.65	16.20

Таблица 1. Сравнение полученных результатов.

В таблице приняты обозначения:

- 1 – методика, основанная на статистическом подходе, подробно рассмотрена в [5];
- 2 – аппарат кассетной конструкции с перфорационными отверстиями, расположенными на дне и в крышке корпуса [2]; на основе этой модели создано программное обеспечение, использованное в работе;
- 3 – аппарат кассетной конструкции с боковым размещением перфорационных отверстий.

В результате проведенных расчетов и проанализированных данных, полученных по различным методикам, можно сделать следующие выводы:

- значения температур нагретой зоны и корпуса, рассчитанных по описанной выше методике, находятся в пределах погрешностей расчета по другим методикам;
- заниженные значения температур, полученных с помощью программного обеспечения, косвенно подтверждают правильность приведенных здесь рассуждений.

Литература

1. Дульнев Г.Н. Тепло- и массообмен в РЭА. М.: Высшая школа, 1984. 247 с.
2. Дульнев Г.Н., Парфенов В.Г., Сигалов А.В. Методы расчета теплового режима приборов. М.: Радио и связь, 1990. 312 с.
3. Дульнев Г.Н., Тарновский Н.Н. Тепловые режимы электронной аппаратуры. Л.: Энергия, 1971. 248 с.
4. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1975. 559 с.
5. Роткоп Л.Л., Спокойный Ю.Е. Обеспечение тепловых режимов при конструировании РЭА. М.: Советское радио, 1976. 232 с.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВОЗДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ
ЛАЗЕРНОГО И ЛАМПОВОГО ИСТОЧНИКОВ НА ВЕНЫ

М.З. Смирнов, А.Е. Пушкарева, Е.В. Сургутская

В последние годы лазерное излучение находит широкое применение в медицине, в частности для лечения различных сосудистых поражений кожи, среди которых большое значение имеют так называемые телеангиэктазии – расширенные сосуды кожи диаметром до 1 мм. Они являются самой легкой, но и самой массовой патологией сосудов кожи, которой страдают около 30% взрослого населения.

На данный момент все современные лазерные технологии для лечения расширенных вен основываются на принципе селективного поглощения света гемоглобином. Соответственно, для этих целей на практике используются источники, излучающие преимущественно в зеленом и ближнем ИК диапазонах спектра. Наиболее часто используются лазер на парах меди, $\lambda=578$ нм ("Яхрома-М", разработка физического института имени П.Н. Лебедева (ФИАН) совместно с ГНПП "Исток"), полупроводниковый лазер $\lambda=800$ нм ("LightSheer", Coherent) и Nd^{3+} :YAG лазер на основной и удвоенной частоте с длинами волн соответственно 1064 нм и 523 нм ("Orion", Laserscope и "Versapulse", Coherent).

В отличие от лазерного излучения, излучение ламп-вспышек в медицинской практике начали использовать сравнительно недавно. Основным его преимуществом является возможность использовать один прибор для различных целей, выбирая необходимые для данного конкретного случая длины волн с помощью фильтров. Так, с помощью одного устройства можно проводить операции по омоложению поверхности кожи, удалять нежелательные волосы, татуировки, лечить различные сосудистые поражения кожи, и др. На практике для удаления расширенных вен применяется Хе-лампа ("PhotoDerm VL", ESC Medical Systems).

Несмотря на то, что ламповые источники находят достаточно широкое применение, аналитических исследований воздействия их излучения на вены практически нет. Для лазерных источников аналогичные исследования существуют, но их немного. Поэтому задача моделирования воздействия излучения лазерного и лампового источников на вены представляется достаточно актуальной.

Для сравнительного анализа воздействия на вены излучения рассматриваемых источников проведено математическое и компьютерное моделирование динамики оптических и тепловых процессов диффузии при воздействии света на кровеносные сосуды кожи. Указанные процессы описывались на основе теории переноса излучения (в диффузионном приближении) и теории теплопроводности. Для моделирования были использованы система математического программирования Matlab и ее приложение для решения дифференциальных уравнений в частных производных Femlab.

В качестве модели биологического объекта была создана модель, включающая в себя геометрию, оптические и физические свойства объекта (кожи и расположенных в ней вен). Геометрия определяется следующим образом: полагаем, что кожа представляет собой трехслойную структуру (рис. 1), включающую эпидермис, базальный слой и дерму; в дерме находятся кровеносные сосуды различного диаметра и глубины расположения.

Для удобства введем условные наименования вен, для которых будем проводить моделирование воздействия лазерного излучения: поверхностные вены (диаметр

$d = 0.2$ мм, глубина расположения $h = 0.25$ мм), средние вены ($d = 0.5$ мм, $h = 0.5$ мм) и глубокие вены ($d = 1$ мм, $h = 1$ мм).

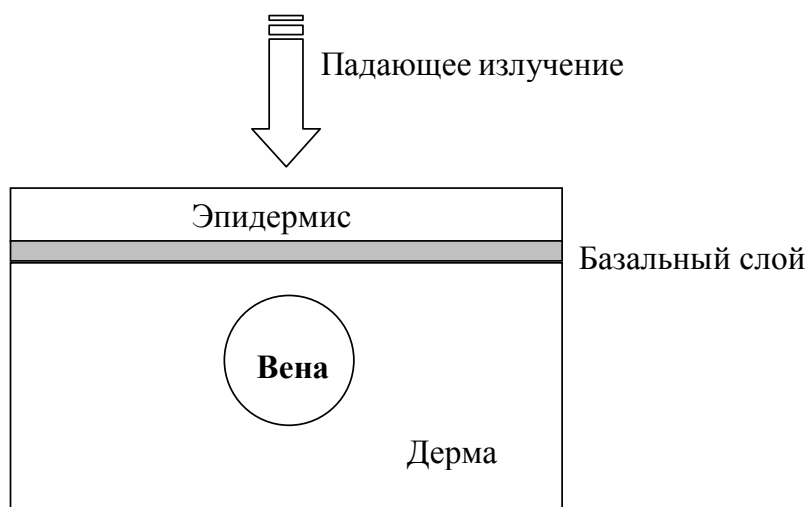


Рис. 1. Модель структуры кожи

Каждый элемент биообъекта имеет определенные оптические и теплофизические параметры, величины которых взяты из литературных источников. Оптические свойства всех рассматриваемых структур зависят от длины волны и являются однородными. В данной модели не учитывалось изменение оптических свойств биообъекта вследствие коагуляции, реакции Майлорда, образования пузырьков и др. Также не учитывался кровоток, поскольку расчет проводился для длительности импульса 20 мс, и смещение крови за это время в сосудах малого диаметра можно считать незначительным.

Основополагающим фактором при воздействии оптическим излучением на биологический объект является выбор оптимальной длины волны лазерного источника или оптимального спектрального диапазона излучения лампы. Для этих целей были введены критерии оптимизации параметров рассматриваемых источников. Поскольку основным требованием к медицинскому инструментарию является безопасность для пациентов, то в качестве главного критерия была введена величина безопасного соотношения, которая характеризует селективность воздействия:

$$SR = \frac{\Delta T_{\text{targ}}}{\Delta T_{\text{epi}}}, \quad (1)$$

где ΔT_{targ} и ΔT_{epi} — изменение температуры мишени (вены) и эпидермиса, соответственно. Из данного определения следует, что безопасным воздействие будет при выполнении следующего условия:

$$SR > 1. \quad (2)$$

В качестве дополнительного критерия была введена величина, называемая эффективностью воздействия, характеризующая изменение температуры вены в расчете на величину плотности энергии падающего излучения, E_0 :

$$AE = \frac{\Delta T_{\text{targ}}}{E_0}, \quad (3)$$

причем в случае воздействия излучением лампы величина эффективности может быть рассчитана как относительно начальной энергии, падающей на фильтр (AED), так и относительно энергии, прошедшей фильтрацию и падающей непосредственно на кожу (AEF). Эти две величины эффективности воздействия связаны между собой следующим соотношением:

$$AED = T_{filter} \cdot AEF, \quad (4)$$

где T_{filter} – коэффициент переноса фильтра, оптимизирующего спектр излучения лампы.

Для выбора оптимальных длин волн и диапазонов спектра была разработана компьютерная программа, позволяющая произвести расчет величин SR и AE, а также построить их зависимости от длины волны и распределения температуры в коже и расположенной в ней вене.

В результате из полученных зависимостей безопасного соотношения от длины волны (рис. 2) видно, что, с точки зрения безопасности, наиболее оптимальными источниками для воздействия на поверхностные вены является лазер на парах меди с длиной волны 578 нм, а также Хе-лампа с фильтром, выделяющим диапазон длин волн 500–600 нм. Для глубоких вен оптимальными являются YAG:Nd-лазер, излучающий на длине волны 1064 нм, а также ламповый источник с фильтром 850–1100 нм.

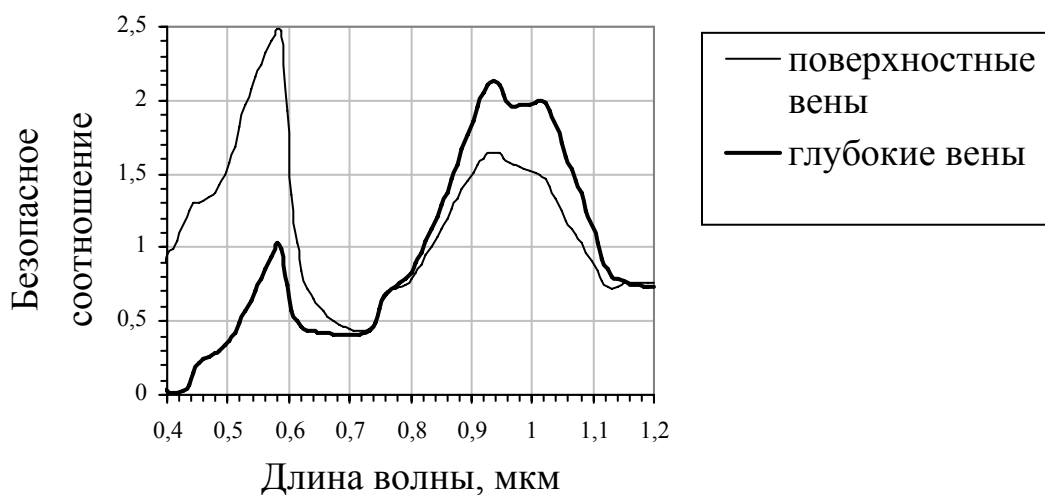


Рис. 2. Графики зависимостей безопасного соотношения от длины волны. Тип кожи 2, плотность энергии импульса $E_0=10$ Дж/см², длительность импульса $\tau_p=20$ мс.

Для наибольшей наглядности и корректировки полученных результатов были построены распределения температуры в коже и вене при воздействии источниками с длинами волн и диапазонами спектра, выявленными в результате оптимизации.

На рис. 3 приведены распределения температуры для случая воздействия лазерным излучением. В случае воздействия импульсной лампой при соответствующем подборе фильтров имеют место аналогичные распределения температуры. Например, для воздействия, схожего с воздействием излучением лазера на парах меди, $\lambda=578$ нм, можно использовать Хе-лампу с длительностью импульса $\tau_p=20$ мс, диапазоном пропускания фильтра (500–600) нм и плотностью энергии излучения $E_0=6$ Дж/см². Для нагрева вены, аналогичного нагреву с помощью YAG:Nd-лазера, $\lambda=1064$ нм, можно проводить воздействие Хе-лампой с длительностью импульса $\tau_p=20$ мс, диапазоном пропускания фильтра 850–1100 нм и $E_0=38$ Дж/см².

Как в случае лазерного, так и в случае лампового воздействия имеет место ярко выраженная разница равномерности прогрева вены излучением зеленого и ближнего ИК диапазонов спектра. Также можно сделать вывод, что эффективность воздействия зеленым светом больше, чем ближним ИК, поскольку в первом случае на нагрев вены до необходимой температуры (около 90°C) требуется значительно меньшая плотность энергии излучения, чем во втором.

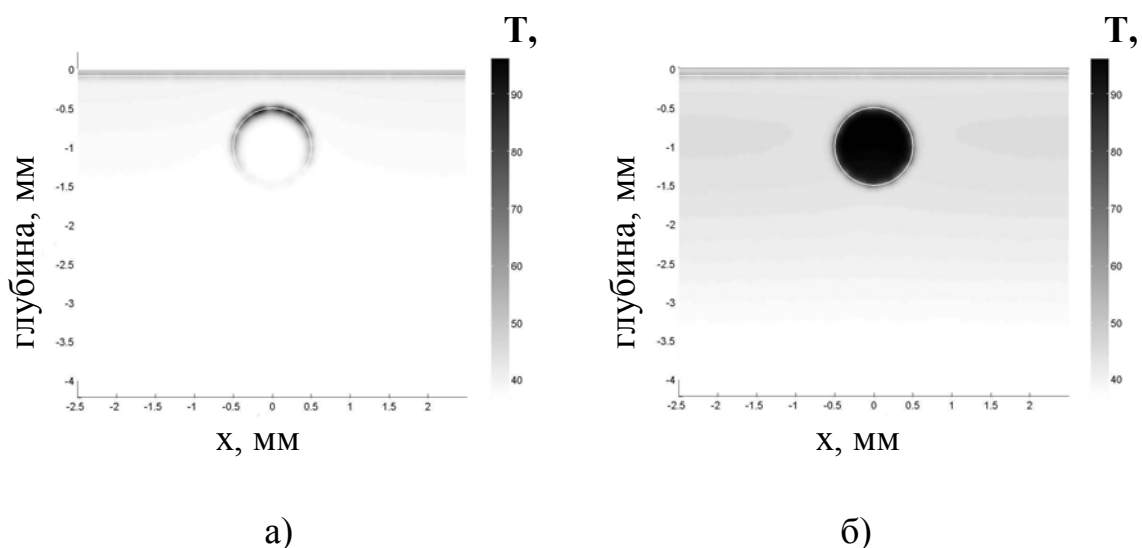


Рис. 3. Распределение температуры в коже и вене при воздействии лазерным излучением с длительностью импульса $\tau_p = 20$ мс: а – $\lambda = 578$ нм, $E_0 = 5$ Дж/см², б – $\lambda = 1064$ нм, $E_0 = 80$ Дж/см².

Если же непосредственно сравнивать воздействие лазерным и ламповым источниками, то исследования показывают, что при воздействии на глубокие вены с точки зрения эффективности наиболее предпочтительным является воздействие Хе-лампы с фильтром, выделяющим диапазон 850–1100 нм, поскольку затрачиваемая плотность энергии для достижения необходимой температуры в этом случае меньше, чем при воздействии излучением YAG:Nd-лазера ($\lambda = 1064$ нм). При воздействии же на поверхностные вены значительной разницы между лазером на парах меди ($\lambda = 578$ нм) и Хе-лампой с фильтром 500–600 нм не наблюдается.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНФОКАЛЬНОГО ОПТОЭЛЕКТРОННОГО
МИКРОСКОПА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ МЕР МАЛОЙ ДЛИНЫ

Л.Ю. Абрамова, О.В. Майорова

В настоящее время появилась необходимость в измерении микро- и наноструктур. С развитием технологий потребовалась высокая точность в изготовлении различных элементов приборов (например, материнских плат в компьютерах, микрочипов, эталонных мер для микроскопов и т.д.).

Актуальность измерения малых длин объясняется еще и необходимостью калибровки телевизионных, фотометрических и биологических микроскопов, всех видов анализаторов изображения, растровых электронных, сканирующих туннельных и атомно-силовых микроскопов.

Для калибровки этих средств измерений используют, в частности, периодические меры малой длины на основе голографических дифракционных решеток и штриховые меры, изготовленные методом фотолитографии (хром на стекле).

В данной работе проведены исследования меры ширины. Мера изготовлена ПО "Родон" из материала "хром-стекло" и содержит темные. Использован тест-объект ПО "Родон" N01ПХ.

Результаты измерения по тест-объекту приведены в табл.1.

№ п/п.	Номинальное значение ширины штриха 50,0 мкм.					
	А ₆		В ₆		С ₆	
	Прямой ход	Обратный ход	Прямой ход	Обратный ход	Прямой ход	Обратный ход
1.	1269	1267	1264	1262	1263	1264
2.	1265	1266	1261	1263	1262	1263
3.	1268	1266	1260	1261	1267	1265
4.	1263	1264	1263	1261	1263	1264
5.	1266	1263	1265	1262	1266	1266
6.	1265	1268	1261	1261	1264	1264
7.	1267	1267	1264	1262	1264	1266
8.	1261	1267	1263	1262	1262	1264
9.	1265	1264	1263	1262	1263	1267
10.	1264	1267	1262	1261	1266	1264
11.	1264	1266	1263	1266	1266	1264
12.	1265	1267	1265	1263	1263	1265
13.	1265	1264	1263	1262	1267	1266
14.	1263	1268	1264	1264	1262	1264
15.	1266	1267	1263	1264	1265	1265
16.	1262	1265	1262	1264	1265	1263
17.	1263	1267	1265	1261	1266	1266
18.	1262	1263	1262	1264	1265	1265
19. 20.	1262	1264	1263	1265	1264	1265
	1265	1266	1264	1262	1266	1268
u _c	1265,15 50,04 0,012		1262,8 49,95 0,01		1264,675 50,02 0,01	

Таблица 1. Результаты измерений при температуре 20⁰С, относительная влажность воздуха 60%, атмосферное давление 760 мм рт. ст.

Суммарная погрешность измерений (суммарная стандартная неопределенность) не превышает $\pm 0,012$ мкм.

Длина волны He-Ne лазера $\lambda_{\text{вак.}} = 0,632991$ мкм. $\lambda_{\text{возд.}} = 0,632820$ мкм.

Дискретность измерения $\frac{\lambda}{16} = 0,0395513$ мкм.

Полученные измерения были обработаны специальной программой. Стандартная неопределенность измерений (погрешность) i -й входной величины определяется по следующей формуле:

$$u(x_{il}) = u_A(x_{il}) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{q=1}^n (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}.$$

Погрешность измерений составила 0,01 мкм.

Для аттестации мер малой длины в диапазоне 1–200 мкм разработан и создан двухкоординатный интерферометр [1], построенный по схеме Майкельсона, с высокоразрешающим микроскопом (ИБОМ). Структурная схема установки представлена на рис. 1.

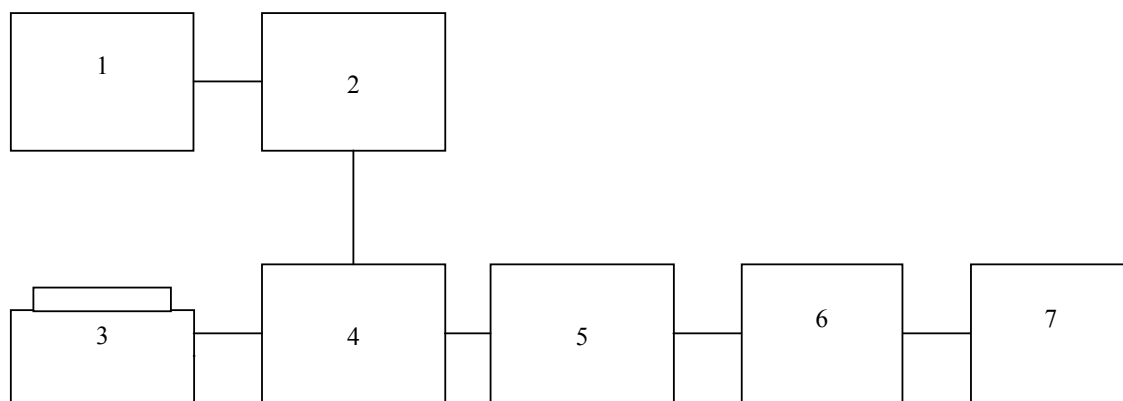


Рис.1. Блок-схема лазерной интерференционной установки с высокоразрешающим микроскопом: 1 – микроскоп; 2 – фотоэлектрическая часть микроскопа; 3 – предметный стол с мерой; 4 – интерферометр; 5 -фотоприемник; 6 – блок регистрации интерференционных полос; 7 – счетчик

На предметный стол 3 устанавливают исследуемый объект (меру). Затем с помощью микроскопа осуществляется наводка на первый штрих меры. Наводка осуществляется регулировочными винтами, расположенными на микроскопе. Эту наводку можно увидеть в окуляр. Далее, при отключении визуального контроля начинает работать фотоэлектрическое устройство микроскопа 2. О наведении на штрих свидетельствует отклонение стрелки микроамперметра.

Для более точной наводки используют интерферометр 4. С помощью пьезокерамического привода осуществляется наводка на край штриха меры. Следовательно, на микроамперметре устанавливается ноль.

При перемещении каретки стола, на которой находится мера, включается в работу интерферометр. Чтобы узнать ширину штриха, необходимо переместить интерферометр от одного края штриха до другого. Сигнал от интерферометра поступает на фотоприемник 5, а затем на блок регистрации интерференционных полос 6. Расстояние, на которое переместился интерферометр, фиксирует счетчик 7, по его показаниям можно судить о размере штриха.

Для наведения на штрихи использовался конфокальный микроскоп с высокоразрешающим объективом (увеличение 250 крат), числовой апертурой 0,90 и рабочим расстоянием, равным 0,4 мм. Диаметр линейного поля зрения в плоскости предмета составил 0,2 мм, в плоскости изображения – 20 мм.

Особенностями конфокального микроскопа являются высокое разрешение, малая глубина фокусировки и свойство сильного ослабления рассеянного света и световых бликов.

Дальнейшее снижение суммарной погрешности представляется возможным путем снижения погрешности наведения.

Литература

1. Абрамова Л.Ю., Баратов В.М., Федорин В.Л., Хавинсон Л.Ф. // Измерительная техника. 1997. №9.
2. Абрамова Л.Ю. и др. // Измерительная техника. 1994. №3.

ИССЛЕДОВАНИЕ И АНАЛИЗ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ГАЗОРАЗРЯДНОЙ КСЕНОНОВОЙ ЛАМПЕ НА СТАДИИ РАСШИРЕНИЯ ПЛАЗМЕННОГО КАНАЛА

Ю.А. Мандрыко

В работе приведен теоретический анализ переходных процессов, протекающих в газоразрядной ксеноновой лампе, на стадии расширения плазменного канала; составлено и решено уравнение баланса мощностей в нем; получена переходная характеристика тока накачки в лампе.

Введение

Экспериментально известно, что при подаче напряжения на электроды лампы накачки даже при наличии тока дежурной дуги процесс роста тока накачки осуществляется не мгновенно, а может составлять десятки и даже сотни микросекунд. Этот факт необходимо учитывать при построении схем накачки ламп. Указанный характер нарастания тока обусловлен процессами формирования плазменного канала в лампе. Модель процесса развития разряда в импульсной ксеноновой газоразрядной лампе при формировании тока накачки в ней включает в себя четыре стадии.

1). На первой стадии развития разряда происходит образование стримера, растущего от катода к аноду, с газодинамическими взрывными процессами, под действием высоковольтного импульса поджига. В ходе этих процессов происходит кратковременное выделение огромной энергии в узком плазменном канале, что приводит к увеличению объема нагретого газа и к распространению ударной волны. Эти процессы длятся в пределах 100 нс после окончания высоковольтного импульса.

2). На второй стадии развития разряда происходит образование плазменного канала дежурной дуги под действием напряжения дежурной дуги.

3). На третьей стадии развития разряда происходит расширение плазменного канала от значения объема установившегося плазменного канала дежурной дуги до конечного значения, определяемого объемом внутренней полости газоразрядной лампы. Этот процесс происходит под действием силового импульса тока накачки.

4). На четвертой стадии развития разряда происходит рост температуры плазмы при конечном значении объема плазменного канала, определяемого объемом внутренней полости газоразрядной лампы. Этот процесс происходит под действием силового импульса тока накачки.

Несмотря на то, что процессам образования плазменного канала посвящено большое число работ, в литературе не проанализирован процесс нарастания тока при включении импульсной лампы. В данной статье сделана попытка получить переходную характеристику тока накачки на третьей стадии формирования плазменного канала.

Постановка задачи

На третьей стадии развития разряда происходит расширение плазменного канала от начального значения, равного радиусу плазменного канала дежурной дуги R_2 , до конечного значения R_3 , определяемого радиусом внутренней полости газоразрядной лампы R_4 . Это происходит под действием силового импульса тока накачки. Радиус плазменного канала рассчитывается по формуле

$$r_3(I_3) = \sqrt{\frac{I_3}{\pi \cdot \sigma_2 \cdot E_3 p}} . \quad (1a)$$

Объем плазменного канала рассчитывается по формуле

$$v_3(I_3) = \frac{H_1}{\sigma_2} \cdot \frac{I_3}{E_3 p} , \quad (16)$$

а σ_2 является функцией от электронной температуры образования плазмы T_{22} :

$$\sigma_2 = 3,2 \cdot 10^{-5} \cdot (T_{22})^2 , \quad \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}} . \quad (2)$$

Напряженность электрического поля в разрядном промежутке лампы равна

$$E_3 p = \frac{U_3 p}{H_1} = \frac{U_3 a k - U_a - U_k}{H_1} , \quad (3a)$$

где U_a , U_k – падения напряжений в катодной и анодной области, равные напряжению ионизации:

$$U_a = U_k = 12,1 \text{ В} . \quad (36)$$

Для определения временной зависимости тока плазменного канала I_3 через коэффициент объемного расширения плазменного канала α_3 составлено уравнение баланса мощностей.

Электрическая мощность $N_{13}(I_3)$, поступающая в лампу, идет на адиабатическое расширение плазменного канала $N_{63}(I_3)$ и на излучение $N_{43}(I_3)$:

$$N_{13}(I_3) = N_{63}(I_3) + N_{43}(I_3) . \quad (4)$$

$N_{63}(I_3)$ складывается из мощности, идущей на нагрев ксенона $N_{23}(I_3)$, и мощности, необходимой для образования плазмы (мощности фазового перехода) $N_{33}(I_3)$:

$$N_{63}(I_3) = N_{23}(I_3) + N_{33}(I_3) . \quad (5)$$

Поступающая в плазменный канал электрическая мощность равна

$$N_{13}(I_3) = I_3 \cdot U_3 p . \quad (6)$$

Расширение плазменного канала происходит в условиях постоянства электронной температуры образования плазмы T_{22} при увеличении ионной температуры $T_{13}(I_3)$ от значения T_{12} до значения T_{22} в неравновесной плазме.

Мощность, идущая на адиабатический нагрев ксенона, может быть представлена в виде

$$N_{23}(I_3) = \rho_3 \cdot C_1 \cdot \left\langle (T_{13}(I_3) - T_0) \cdot \frac{dv_3(I_3)}{dt} + (v_3(I_3) - V_2) \cdot \right. \\ \left. + (v_3(I_3) - V_2) \cdot \frac{dT_{13}(I_3)}{dt} \right\rangle . \quad (7)$$

Из определения коэффициента объемного расширения плазменного канала следует

$$\frac{dv_3(I_3)}{v_3(I_3)} = \alpha_3 \cdot dT_{13}(I_3) . \quad (8)$$

Дифференцируя (8) по времени, найдем связь производных по времени от ионной температуры и от объема канала:

$$\frac{dT_{13}(I_3)}{dt} = \frac{1}{\alpha_3 \cdot v_3(I_3)} \cdot \frac{dv_3(I_3)}{dt} . \quad (9)$$

Интегрируя (8) по объему плазменного канала, найдем зависимость его от текущей ионной температуры с учетом начальных условий:

$$v_3(I_3) = V_2 \cdot \exp(\alpha_3 \cdot (T_{13}(I_3) - T_{12})) . \quad (10)$$

Подставляя выражение для $v_3(I_3)$ из (16) в (10), с учетом начальных условий, приходим к временной зависимости тока плазменного канала I_3 :

$$I_3 = I_2 \cdot \exp(\alpha_3 \cdot (T_{13}(I_3) - T_{12})) . \quad (11)$$

Выражение для зависимости $T_{13}(I_3)$ от I_3 выводится из формулы (11):

$$T_{13}(I_3) = T_{12} + \frac{1}{\alpha_3} \cdot \ln\left(\frac{I_3}{I_2}\right) . \quad (12)$$

Дифференцируя выражение (16) по времени, приходим к зависимости

$$\frac{dv_3(I_3)}{dt} = \frac{H_1}{\sigma_2 \cdot E_{3p}} \cdot \frac{d(I_3)}{dt} . \quad (13)$$

После подстановки (12), (16), (9) в (7) приходим к выражению для мощности нагрева плазменного канала:

$$N_{23}(I_3) = \rho_3 \cdot C_1 \cdot \left\langle \left(T_{12} + \frac{1}{\alpha_3} \cdot \ln\left(\frac{I_3}{I_2}\right) - T_0 \right) + \left(\frac{I_3 \cdot H_1}{\sigma_2 \cdot E_{3p}} - V_2 \right) \cdot \frac{\sigma_2 \cdot E_{3p}}{\alpha_3 \cdot I_3 \cdot H_1} \right\rangle \cdot \frac{dv_3(I_3)}{dt} \quad (14a)$$

Подставляя (13) в (14a), с учетом выражения для V_2 приходим к окончательному выражению для мощности нагрева плазменного канала:

$$N_{23}(I_3) = \rho_3 \cdot C_1 \cdot \left\langle \left(T_{12} + \frac{1}{\alpha_3} \cdot \ln\left(\frac{I_3}{I_2}\right) - T_0 \right) + \left(\frac{I_3 \cdot H_1}{\sigma_2 \cdot E_{3p}} - \frac{H_1 \cdot I_2}{\sigma_2 \cdot E_{2p}} \right) \cdot \frac{\sigma_2 \cdot E_{3p}}{\alpha_3 \cdot I_3 \cdot H_1} \right\rangle \cdot \frac{H_1}{\sigma_2 \cdot (E_{3p})^2} \cdot \left[\frac{dI_3}{dt} \cdot E_{3p} \right] . \quad (14b)$$

Выражение для мощности излучения расширяющегося плазменного канала имеет вид

$$N_{43}(I_3) = 4 \cdot \pi \cdot \int_0^{s_3(I_3)} \int_{\nu_2}^{\nu_1} I_{3\nu}(\nu, I_3) \cdot d\nu \cdot ds_3(I_3) \quad (15a)$$

Граничные частоты спектра излучения плазменного канала равны

$$\nu_2 = \frac{c}{\lambda_2}, \quad \nu_1 = \frac{c}{\lambda_1} . \quad (15b)$$

а интенсивность излучения боковой поверхности плазменного канала составляет

$$I_{3\nu}(\nu, I_3) = I_{vp}(\nu) \cdot A_3(I_3) \cdot Q_0 \quad (16)$$

Спектральная интенсивность равновесного излучения черного тела

$$I_{vp}(\nu) = \frac{2 \cdot h_1}{c^2} \cdot \frac{\nu^3}{\exp\left[\frac{h_1 \cdot \nu}{k_1 \cdot T_2}\right] - 1} . \quad (17)$$

Средний спектральный относительный коэффициент поглощения ксеноновой плазмы

$$A_3(I_3) = 1 - \exp\left[-\xi_3(I_3) \cdot 2 \cdot r_3(I_3) \right] . \quad (18)$$

Преобразованное выражение для мощности излучения расширяющегося плазменного канала имеет вид:

$$N_{43}(I_3) = Q_0 \cdot \frac{8 \cdot \pi \cdot h_1}{c^2} \cdot B_3(I_3) \cdot \int_{\nu_2}^{\nu_1} \frac{\nu^3}{\exp\left[\frac{h_1 \cdot \nu}{k_1 \cdot T_2}\right] - 1} \cdot d\nu . \quad (19a)$$

Здесь

$$B3(I3) = \int_0^{s3(I3)} (1 - \exp[-2 \cdot r3(I3) \cdot \xi3(I3)]) \cdot ds3(I3) . \quad (196)$$

Уравнение (19а) нужно выразить через переменную $\gamma = \frac{h1 \cdot v}{k \cdot T2}$, тогда полученное выражение принимает вид

$$N43(I3) = \frac{8 \cdot \pi \cdot h1}{c^2} \cdot Q0 \cdot \left(\frac{k1 \cdot T2}{h1} \right)^4 \cdot B3(I3) \cdot \int_{\frac{Y2}{T2}}^{\frac{Y1}{T2}} \frac{\gamma^3}{\exp(\gamma) - 1} \cdot d\gamma . \quad (20a)$$

Здесь

$$Y1 = \frac{h1 \cdot c}{k1 \cdot \lambda1}, \quad Y2 = \frac{h1 \cdot c}{k1 \cdot \lambda2} . \quad (20б)$$

Средний спектральный размерный коэффициент поглощения ксеноновой плазмы, независимый от длины волны собственного излучения,

$$\xi3(I3) = 7.9 \cdot 10^{13} \cdot \frac{P3(I3)}{(T2)^3} \cdot \exp\left[-\frac{j3}{k1 \cdot T2}\right] \cdot \frac{1}{m}, \quad (21)$$

а $j3 = 11.7 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}$ Дж — эффективная энергия излучения.

Давление плазмы, рассчитываемое из уравнения Ван-дер-Ваальса:

$$P3(I3) = \frac{R1 \cdot T13(I3)}{1 - b1 \cdot \frac{\rho3}{M1}} \cdot \frac{\rho3}{M1} - a1 \cdot \left(\frac{\rho3}{M1} \right)^2 \quad (22a)$$

$$a1 = \frac{27 \cdot (T6)^2 \cdot (R1)^2}{64 \cdot P6}, \quad b1 = \frac{T6 \cdot R1}{8 \cdot P6} . \quad (22б)$$

Мощность, идущая на образование плазмы, равна

$$N33(I3) = \rho3 \cdot \omega3 \cdot \frac{dv3(I3)}{dt} . \quad (23a)$$

Подставив (13) в (23а), приходим к выражению для мощности, идущей на образование плазмы:

$$N33(I3) = \rho3 \cdot \omega3 \cdot \frac{H1}{\sigma2 \cdot (E3p)^2} \cdot \left[\frac{dI3}{dt} \cdot E3p \right] . \quad (23б)$$

После подстановки (6), (14б), (23б), (20а) в (4) и (5), приходим к уравнению баланса мощностей:

$$\begin{aligned} I3 \cdot U3p = \rho3 \cdot C1 \cdot \left((T12 + \frac{1}{\alpha3} \cdot \ln\left(\frac{I3}{I2}\right) - T0) + \left(\frac{I3 \cdot H1}{\sigma2 \cdot E3p} - \frac{H1 \cdot I2}{\sigma2 \cdot E2p} \right) \cdot \frac{\sigma2 \cdot E3p}{\alpha3 \cdot I3 \cdot H1} \right) \cdot \frac{H1}{\sigma2 \cdot (E3p)^2} \cdot \left[\frac{dI3}{dt} \cdot E3p \right] + \rho3 \cdot \omega3 \cdot \frac{H1}{\sigma2 \cdot (E3p)^2} \cdot \left[\frac{dI3}{dt} \cdot E3p \right] + \frac{8 \cdot \pi \cdot h1}{c^2} \cdot Q0 \cdot \left(\frac{k1 \cdot T2}{h1} \right)^4 \cdot B3(I3) \cdot \int_{\frac{Y2}{T2}}^{\frac{Y1}{T2}} \frac{\gamma^3}{\exp(\gamma) - 1} \cdot d\gamma . \end{aligned} \quad (24)$$

Решив его, получим зависимость $I3$ от времени. По найденной зависимости $I3(t)$ могут быть рассчитаны: мощность излучения плазменного канала (20а); мощность, идущая на нагрев плазмы (14б); мощность, идущая на образование плазмы (23б) и

коэффициент полезного действия преобразования электрической мощности в мощность излучения лампы.

Условные обозначения

T_2 – электронная температура образования плазмы (температура плазмообразования), равная электронной температуре плазмы на второй и на третьей стадиях;

T_0 – начальная температура ксенона, окружающего плазменный канал на третьей стадии, равная температуре воздуха, окружающего лампу;

T_{12} – установившаяся ионная температура в плазменном канале дежурной дуги (на второй стадии);

$k_1 = 1,3806 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ – постоянная Больцмана;

$R_1 = 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – газовая постоянная;

$M_1 = 0,131 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ – молярная масса ксенона;

a_1, b_1 – постоянные из уравнения Ван-Дер-Ваальса;

$T_6 = 289,7 \text{ К}$ – критическая температура ксенона;

$P_6 = 5,83 \text{ МПа}$ – критическое давление ксенона;

C_1 – экспериментальная удельная теплоемкость в расширяющемся плазменном канале;

$P_3(I_3)$ – давление ксеноновой плазмы в расширяющемся плазменном канале (на третьей стадии);

$T_{13}(I_3)$ – изменяющаяся ионная температура в расширяющемся плазменном канале (на третьей стадии);

α_3 – коэффициент объемного расширения плазменного канала (на третьей стадии);

V_2 – объем установившегося плазменного канала дежурной дуги;

H_1 – длина разрядного промежутка газоразрядной лампы, примерно равная расстоянию между анодом и катодом лампы, пренебрегая длинами катодной и анодной областей;

R_2 – радиус установившегося плазменного канала дежурной дуги;

$j_1 = 8,32 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$ – энергия возбуждения атома ксенона;

$j_2 = 12,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$ – энергия ионизации атома ксенона;

$v_3(I_3)$ – объем расширяющегося плазменного канала (на третьей стадии);

$s_3(I_3)$ – площадь боковой поверхности расширяющегося плазменного канала (на третьей стадии);

$r_3(I_3)$ – радиус расширяющегося плазменного канала (на третьей стадии);

ρ_3 – плотность ксеноновой плазмы на третьей стадии;

ω_3 – удельная энергия образования плазмы по массе;

R_3 – конечный радиус плазменного канала (на третьей стадии);

R_4 – радиус внутренней полости газоразрядной лампы;

S_4 – площадь боковой поверхности внутренней полости газоразрядной лампы;

V_4 – объем внутренней полости газоразрядной лампы;

R_5 – радиус газоразрядной лампы;

S_5 – площадь боковой поверхности газоразрядной лампы;

V_5 – объем газоразрядной лампы;

I_2 – установившийся по величине ток дежурной дуги;

σ_2 – удельная проводимость установившегося плазменного канала дежурной дуги (на второй стадии), равная удельной проводимости расширяющегося плазменного канала (на третьей стадии);

U_a – падение напряжения в анодной области газоразрядной лампы, равное напряжению ионизации ксенона;

U_k – падение напряжения в катодной области газоразрядной лампы, равное напряжению ионизации ксенона;

$U_i = 12.1 \text{ В}$ – напряжение ионизации для атома ксенона;

$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ – заряд электрона;

I_3 – ток в расширяющемся плазменном канале (на третьей стадии);

U_{3ak} – напряжение между электродами газоразрядной лампы при расширяющемся плазменном канале (на третьей стадии);

U_{3p} – напряжение, приложенное к разрядному промежутку газоразрядной лампы при расширяющемся плазменном канале (на третьей стадии);

E_{3p} – напряженность электрического поля в разрядном промежутке плазменного канала (на третьей стадии);

λ_1 – минимальная граничная длина волны спектра излучения плазменного канала на второй, на третьей и на четвертой стадиях;

λ_2 – максимальная граничная длина волны спектра излучения плазменного канала на второй, на третьей и на четвертой стадиях;

ν_1 – максимальная граничная частота спектра излучения плазменного канала на второй, на третьей и на четвертой стадиях;

ν_2 – минимальная граничная частота спектра излучения плазменного канала на второй, на третьей и на четвертой стадиях;

j_3 – эффективная энергия излучения атома ксенона;

$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ – скорость света;

$I_{vp}(\nu)$ – спектральная интенсивность равновесного излучения черного тела;

Q_0 – коэффициент черноты, который необходимо учитывать, так как плазменный канал в газоразрядной лампе имеет спектр излучения серого тела;

$h_1 = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ – постоянная Планка;

$I_{3\nu}(\nu, I_3)$ – интенсивность излучения боковой поверхности расширяющегося плазменного канала (на третьей стадии);

$A_3(I_3)$ – относительный коэффициент поглощения расширяющегося плазменного канала (на третьей стадии);

$\xi_3(I_3)$ – размерный коэффициент поглощения расширяющегося плазменного канала (на третьей стадии);

$N_{13}(I_3)$ – электрическая мощность, поступающая в расширяющийся плазменный канал (на третьей стадии);

$N_{23}(I_3)$ – мощность, требуемая на нагрев расширяющегося плазменного канала (на третьей стадии);

$N_{33}(I_3)$ – мощность, идущая на образование расширяющегося плазменного канала (на третьей стадии);

$N_{63}(I_3)$ – мощность, требуемая на расширение плазменного канала (на третьей стадии);

$N_{43}(I_3)$ – мощность, излучаемая расширяющимся плазменным каналом (на третьей стадии);

t – время переходного процесса.

Литература

1. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987.
2. Сивухин Д. В. – Общий курс физики. Т.2. Термодинамика и молекулярная физика. М.:Наука, 1990.
3. Маршак И. С. Импульсные источники света. М.: Энергия, 1978.
4. Рохлин Г. Н. Разрядные источники света. М.: Энергоатомиздат, 1991.
5. Мак А.А., Яшин В.Е., Сомс Л.Н., Фромзель В.А. Лазеры на неодимовом стекле. М.: Наука, 1990.
6. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967.
7. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972.
8. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 1973.
9. Кошкин Н.И., Ширкевич М.Г. Справочник по элементарной физике. М.: Наука, 1982.

**ОПТИМИЗАЦИЯ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
ГАЗОАНАЛИЗАТОРА МОНОКСИДА УГЛЕРОДА****Л.А. Конопелько, А.В. Белобородов**

При измерении микроконцентраций монооксида углерода в атмосфере основной проблемой, ограничивающей точность измерений, является влияние мешающих компонентов.

Оптимальными методами измерений, обеспечивающими высокую чувствительность, избирательность и экспрессность анализа, являются спектральные методы, а из них наиболее перспективным – корреляционный метод типа "газовый фильтр", предназначенный для определения концентраций целого ряда газовых компонентов.

Однако даже при использовании корреляционного метода влияние мешающих компонентов, таких как водяной пар и диоксид углерода, достигает 5–15 % при определении концентраций монооксида углерода (СО) в диапазоне 0,1–20 ppm.

Для уменьшения влияния на показания газоанализаторов паров воды применяют специальные устройства пробоподготовки, включающие микрохолодильник, для отвода конденсата из пробы газа. К недостаткам таких устройств можно отнести низкую надежность, возможность изменения состава газовой пробы, недостаточная степень удаления H_2O .

Результаты численного эксперимента показывают, что перспективным методом увеличения избирательности корреляционного недисперсионного газоанализатора является оптимизация спектральных характеристик элементов его оптической схемы по специальной методике.

Введение

Один из ведущих мировых законодателей в области охраны окружающей среды – Агентство по охране окружающей среды США (U.S.EPA) – разработало рекомендации по определению выбросов монооксида углерода (СО) от стационарных источников [1]. Этот документ определяет недисперсионный инфракрасный метод для контроля СО и рекомендует использовать устройство отвода конденсата водяных паров из пробы. Этот документ также устанавливает уровень влияния мешающих измерением компонентов. Для 3,5% H_2O устанавливается уровень влияния в 25 ppm эквивалента СО и для 10% CO_2 – 50 ppm эквивалента СО для приборов, измеряющих в диапазоне от 0 до 100 ppm, что является значительной величиной.

U.S.EPA также разработало требования по влиянию основных мешающих компонентов в воздухе жилой зоны [2], которые значительно мягче требований по выбросам. Уровень влияния для 20000 ppm H_2O и 750 ppm CO_2 устанавливается равным 10 ppm эквивалента СО.

В данной работе приведены результаты вычисления влияния H_2O на показания газоанализатора СО, причем для вычислений был выбран уровень изменения влияния водяного пара от 0 до 3,5% – ситуация, которая может возникнуть, если выполнены требования U.S.EPA.

Метод измерений

Известны методы повышения селективности измерений при помощи корреляционных недисперсионных газоанализаторов, основанных на "газовом фильтре" [3–6]. Эти методы обеспечивают повышение селективности для мешающих компонентов с сильной колебательно-вращательной структурой спектра и в случаях, когда спектральная структура мешающего компонента частично совпадает со спектральной структурой исследуемого компонента.

Результат перемножения величины спектрального потока излучения источника $I_{S,\lambda}$, спектрального пропускания рабочей кюветы $T_{S,\lambda}$, заполненной мешающим компонентом, спектральной характеристики оптики прибора $T_{O,\lambda}$ и спектральной чувствительности приемника излучения $R_{D,\lambda}$ дает для спектрального изменения величин $I_{S,\lambda}$ или, соответственно, $T_{S,\lambda}$, $T_{O,\lambda}$, $R_{D,\lambda}$ изменение наклона интегральной спектральной характеристики с $(I_{S,\lambda}T_{S,\lambda}T_{O,\lambda}R_{D,\lambda})_1$ до $(I_{S,\lambda}T_{S,\lambda}T_{O,\lambda}R_{D,\lambda})_2$. На рис. 1 представлена структурная схема прибора.

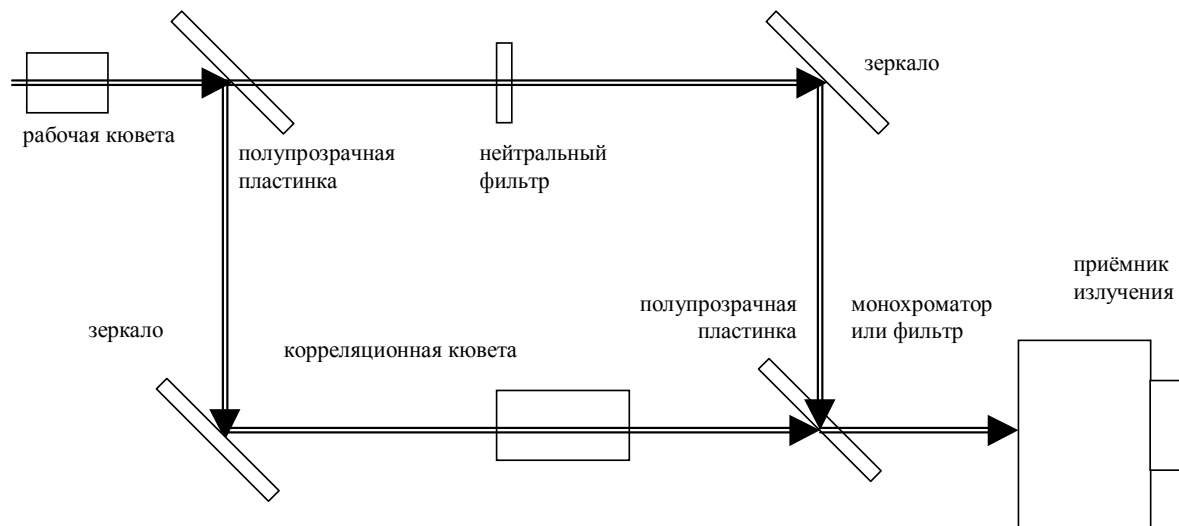


Рис. 1. Структурная схема прибора

Сигнал на выходе прибора может быть представлен как

$$S = \left(\int_{+\infty}^{-\infty} I_{S,\lambda} T_{S,\lambda} T_{N,\lambda} T_{F,\lambda} T_{O,\lambda} R_{D,\lambda} d\lambda - \int_{+\infty}^{-\infty} I_{S,\lambda} T_{S,\lambda} T_{R,\lambda} T_{F,\lambda} T_{O,\lambda} R_{D,\lambda} d\lambda \right) / \int_{+\infty}^{-\infty} I_{S,\lambda} T_{S,\lambda} T_{N,\lambda} T_{F,\lambda} T_{O,\lambda} R_{D,\lambda} d\lambda. \quad (1)$$

Здесь $T_{N,\lambda}$ – спектральное пропускание нейтрального оптического фильтра; $T_{R,\lambda}$ – спектральное пропускание корреляционной кюветы; $T_{F,\lambda}$ – спектральное пропускание интерференционного фильтра или монохроматора. Символ λ обозначает длину волны.

Сигнал S равен нулю для некоторых длин волн. Это значит, что влияние мешающих компонентов на этих длинах волн также отсутствует.

$T_{S,\lambda}$ может быть выражено как

$$T_{S,\lambda} = T_{S,I,\lambda} T_{S,M,\lambda}. \quad (2)$$

Здесь $T_{S,I,\lambda}$ – спектральное пропускание мешающих компонентов в рабочей кювете; $T_{S,M,\lambda}$ – спектральное пропускание измеряемого компонента в рабочей кювете.

Использование абсорбционной спектроскопии для измерений концентраций газов основано на законе Бугера:

$$T_{\lambda} = \exp^{-K_{\lambda}CL}. \quad (3)$$

Здесь K_λ – сечение поглощения компонента на длине волны λ (см^2); C – концентрация компонента (см^{-3}); L – длина оптического пути в рабочей кювете (см).

Общее содержание измеряемого компонента определяется как $w_m = C_m L$ а общее содержание измеряемого компонента как $w_i = C_i L$

ИК спектры таких компонентов, как H_2O и CO_2 , являющихся основными мешающими компонентами для определения CO , обладают явно выраженной колебательно-вращательной структурой. При помощи компьютерных расчетов было показано, что для того, чтобы получить нулевое влияние мешающих компонентов на результат измерений, необходимо, чтобы свертка $(I_{S,\lambda} T_{S,\lambda} T_{O,\lambda} R_{D,\lambda})$ и $T_{F,\lambda}$ не имела явно выраженной спектральной структуры. Это значит, что спектральная полуширина интерференционного фильтра или щели монохроматора $\Delta\lambda(0.5)$ должна быть достаточно большой в сравнении со спектральным сдвигом между линиями в спектре мешающего компонента. Свертка $(I_{S,\lambda} T_{S,\lambda} T_{O,\lambda} R_{D,\lambda})$ и $T_{F,\lambda}$ рассчитывается как

$$\overline{T}_{I,\lambda_0} = \int_{-\infty}^{\infty} T_{F,(\lambda_0-\lambda)} (I_{S,\lambda} T_{S,\lambda} T_{O,\lambda} R_{D,\lambda}) d\lambda, \quad (4)$$

а нормированная свертка – как

$$\overline{T}_{N,I,\lambda_0} = \int_{-\infty}^{\infty} T_{F,(\lambda_0-\lambda)} (I_{S,\lambda} T_{S,\lambda} T_{O,\lambda} R_{D,\lambda}) d\lambda / \int_{-\infty}^{\infty} T_{F,(\lambda_0-\lambda)} d\lambda. \quad (5)$$

Здесь λ_0 – это центральная длина волны полосы пропускания интерференционного фильтра или монохроматора.

Результаты

Все расчеты были сделаны для атмосферного давления и температуры 296 °К. Для упрощения спектральный поток излучения источника $I_{S,\lambda}$, спектральная характеристика оптики прибора $T_{O,\lambda}$ и спектральная чувствительность приемника излучения $R_{D,\lambda}$ выбраны равными единице в спектральном диапазоне 2075–2225 см^{-1} . Измеряемым компонентом является CO , а мешающим измерениям компонентом – H_2O .

Расчеты проводились согласно уравнениям (1)–(5) с последовательным сдвигом центральной длины волны щели монохроматора 0.01 см^{-1} , имеющей функцию пропускания в виде треугольника. База данных HITRAN¹⁰ была выбрана в качестве источника данных для проведения расчетов. Использовались линии только первых изотопов CO и H_2O . Для расчетов использовался метод прямого расчета (line by line).

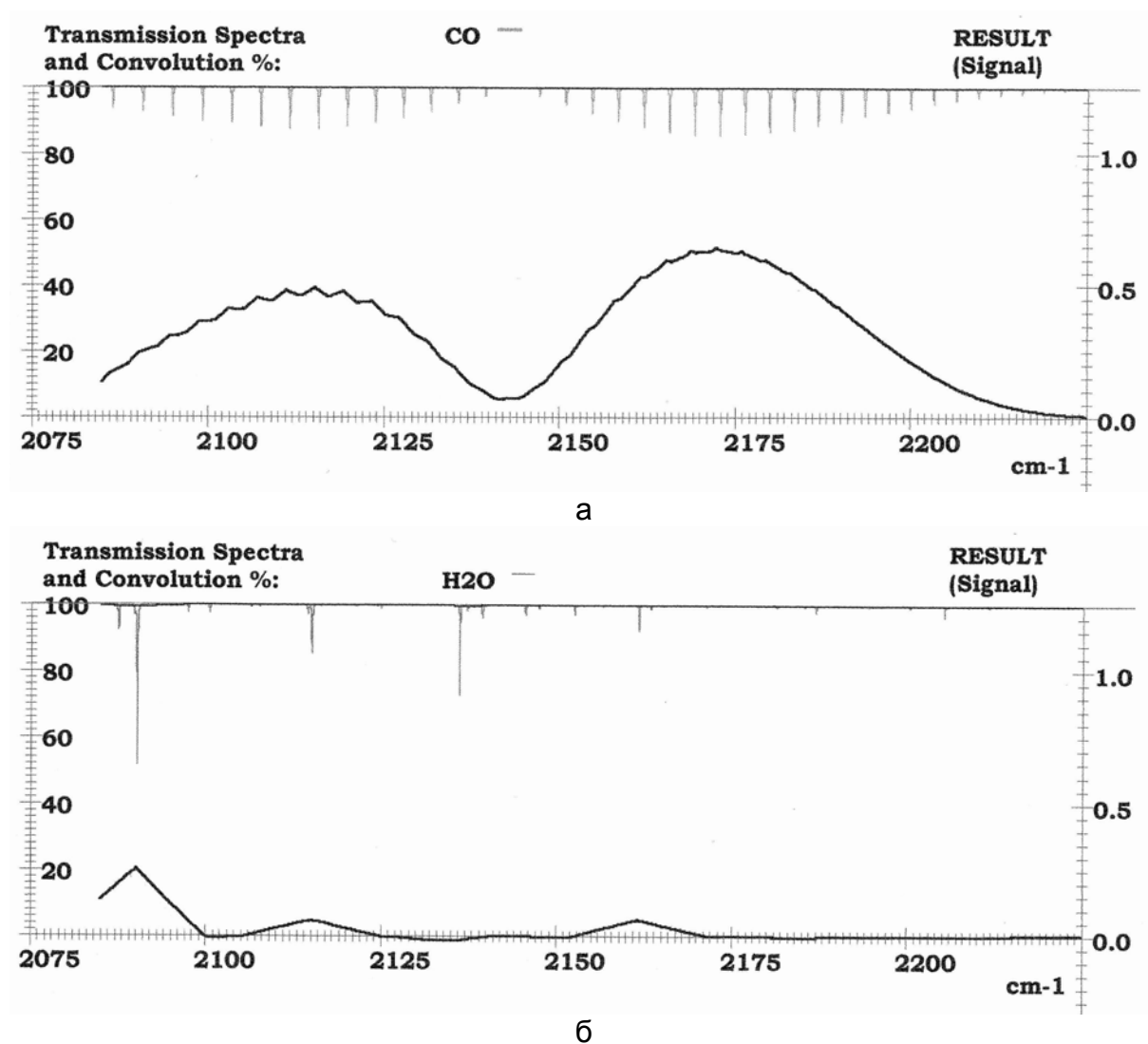
Интегральное содержание CO в корреляционной кювете было принято равным 1000 ppm м (частей на миллион на оптической трассе 1 метр), спектральная полуширина щели монохроматора $\Delta\lambda(0.5) = 10 \text{ см}^{-1}$. Кривая, иллюстрирующая сигнал на выходе газоанализатора в зависимости от центральной длины волны щели монохроматора для 25 ppm м CO в рабочей кювете в отсутствие каких-либо мешающих компонентов, в относительных единицах представлена на рис. 2а. Спектры, нормированные свертки $(I_{S,\lambda} T_{S,\lambda} T_{O,\lambda} R_{D,\lambda})$ и $T_{F,\lambda}$ для мешающего компонента (т.е. H_2O) и результаты расчетов влияния H_2O , выраженные в относительных единицах для различных содержаний w_i и w_m как функция длины волны представлены на рис. 2б–2д. Величина сигнала для 25 ppm м CO в рабочей кювете в отсутствие мешающих компонентов (рис. 2а) показывает уровень влияния H_2O , представленный на рис. 2б–2д. Результаты расчетов, представленные на рис. 2б–2г, иллюстрируют дрейф нуля. Рис. 2б иллюстрирует дрейф нуля для значений, установленных U.S.EPA, – 3.5% H_2O^1 (в случае

оптической трассы рабочей кюветы длиной 1 м). Рис. 2в и 2г иллюстрируют дрейф нуля для типичного для многих случаев изменения интегрального содержания H_2O в диапазоне 30–60 % и 30–100 % процентов соответственно. Рис. 2д иллюстрирует мультипликативную погрешность (дрейф показаний) для случая 25 ppm м CO в рабочей кювете в случае изменения общего содержания H_2O от 30 до 60 %.

Анализируя рис. 2а, 2в и 2д для установления величины дрейфа показаний под влиянием изменения содержания H_2O в рабочей кювете прибора, можно заметить, что практически во всех точках пересечения сигнала с абсциссой при отсутствии CO в рабочей кювете ($\lambda_0 \approx 2098.5 \text{ см}^{-1}$, $\lambda_0 \approx 2107 \text{ см}^{-1}$, $\lambda_0 \approx 2124 \text{ см}^{-1}$, $\lambda_0 \approx 2142 \text{ см}^{-1}$, $\lambda_0 \approx 2154 \text{ см}^{-1}$ and $\lambda_0 \approx 2171.5 \text{ см}^{-1}$, рис. 2в) величина сигнала при наличии CO и H_2O в рабочей кювете (рис. 2д) существенно не меняется от значений сигнала при наличии CO и отсутствии H_2O (рис. 2а) на той же длине волны.

Анализируя рис. 2б–2г, можно заметить незначительный сдвиг точек пересечения сигнала с абсциссой в зависимости от изменения интегрального содержания H_2O в рабочей кювете.

Нужно отметить, что достигнутые результаты являются типичными, и они аналогичны для других диапазонов изменения содержания H_2O . Однако более детальное рассмотрение этой проблемы выходит за рамки настоящей работы.



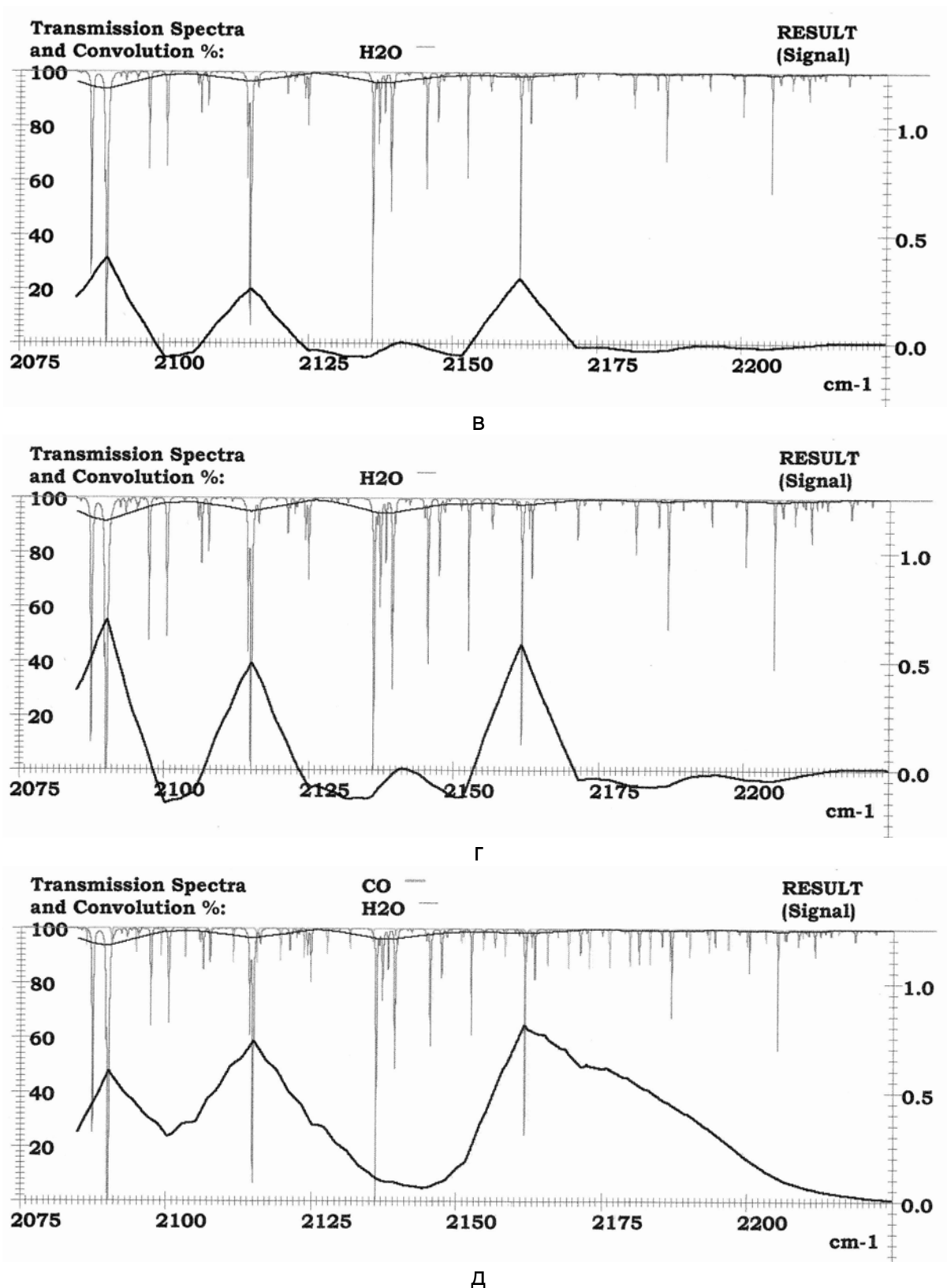


Рис. 2. Влияние паров воды на показания газоанализатора монооксида углерода.

Выводы

Целью работы было представить некоторые результаты расчетов влияния такого компонента, как H_2O , на результаты измерений CO при помощи корреляционного недисперсионного газоанализатора, работающего в ИК области спектра.

Результаты расчетов показывают, что требования одного из ведущих законодателей в области охраны окружающей среды, U.S.EPA, по влиянию H_2O на результат измерений CO газоанализатора удовлетворяются для всех проиллюстрированных случаев.

Путем вычислений показано, что во многих случаях можно обойтись без применения устройства отвода конденсата водяных паров из пробы газа.

Литература

1. Method 10, App. A, Pt. 60, Vol. 40, Protection of Environment, Code of Federal Regulation. Published by the Federal Register, National Archives and Records Administration. USA.
2. Sec 53, Subpart A, Pt. 53, Vol. 40, Protection of Environment, Code of Federal Regulation. Published by the Federal Register, National Archives and Records Administration. USA.
3. Горелик Д.О., Конопелько Л.А., Панков Э.Д. Экологический мониторинг. Оптико-электронные приборы и системы. Учебник в 2-х томах. Т.2. СПб, 1998.
4. W.J. Baker. Systematic approaches to continuous infrared analyzers sensitization // Anal. Chem. 1954. Vol. 28. № 9. P. 391–396.
5. O.G. Koppius. Analysis of mixtures with double-beam nondispersive infrared instrument // Anal. Chem. 1951. Vol. 23. № 4. P. 554–559 .
6. Laurent J. Radiometre a modulation selective pour la detection a distance de polluants gazeux // Mesures, Regulation, Automatisme. 1977. № 7. P. 39–46.
7. L. S. Rothman, et al. The HITRAN Database: 1986 Edition. // Appl. Opt. 1987. Vol. 26. P. 4058–4097.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ КОМПЬЮТЕРНОЙ ОБРАБОТКИ ВИДЕОКАДРОВ ПЗС-КАМЕР

И.А. Коняхин, С.В. Михеев, А.М.Ворона

Рассмотрены различные способы подключения видеодатчика к вычислительному средству. Определены оптимальные варианты по критериям универсальности и скорости передачи данных.

Целью исследования являлся выбор оптимального интерфейса для подключения измерительной системы на основе видеодатчика, формирующей видеоизображения с ПЗС-матрицы.

Обработка изображения, введенного в оперативную память компьютера системы, позволяет определить параметры контролируемого объекта. Подобные видеосистемы могут решать широкий круг задач от простой видеозаписи до анализа по сложным алгоритмам изображения в таких областях, как медицина, а также контроль перемещения и положения различных объектов.

Оптимизация выполнялась по критериям универсальности подключения и скорости ввода видеоизображения.

Рассматривались пять вариантов подключения измерительной системы: через универсальные порты – COM, LPT, USB и FireWire, а также специальный – через плату видеозахвата контроллера ввода, установленного в PCI-слот системной платы компьютера системы.

Теоретический и экспериментальный анализ показал, что наиболее универсально использование LPT и COM-порта.

Однако ввод через LPT-порт эффективен только на относительно небольшом (не более единиц метров) расстоянии между компьютером и видеодатчиком.

При использовании COM-порта для стандарта RS-485 дистанция видеодатчик – компьютер может достигать 1200 м, но ввод изображения потребует длительного времени (для изображения 500×500 пикселей – до 20 с) [1].

Соответственно, стандарты USB и FireWire позволяют передавать данные с большой скоростью и от нескольких устройств, что делает их перспективными для построения кустовых систем многоточечного мониторинга. Недостатком использования FireWire является также малая дистанция передачи – не более нескольких метров.

Подключение через плату видеозахвата обеспечивает высокую скорость передачи данных, однако уступает по критерию универсальности. Преимуществом этого способа при практической реализации является возможность использования стандартного телевизионного кабеля при значительной дистанции передачи данных.

Программное обеспечение экспериментальных исследований реализовано в среде программирования Delphi 5. Была реализована возможность просмотра в реальном времени видеопотока, записи его и сохранения отдельных кадров для последующего анализа.

На рис. 1 и 2 приводятся примеры видеокадров, полученных при использовании платы видеозахвата на основе микропроцессора Zoltex BT878 и COM-порта.

Проведенные эксперименты подтвердили правильность вывода о предпочтительности использования платы видеозахвата для подключения видеодатчика экспериментального образца системы.

На этапе массового применения при использовании специализированных вычислительных средств (промышленных компьютеров, мини-компьютеров класса lap-top) предпочтительным является более универсальный способ подключения – через USB –порт.

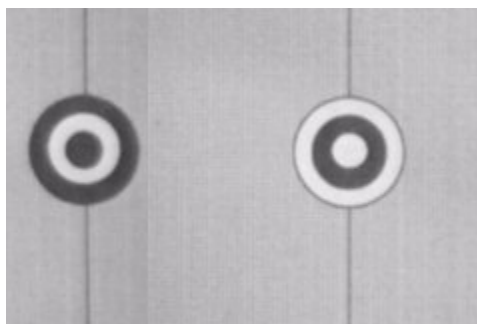


Рис. 1 . Изображение тест-объектов, полученное при использовании платы видеозахвата

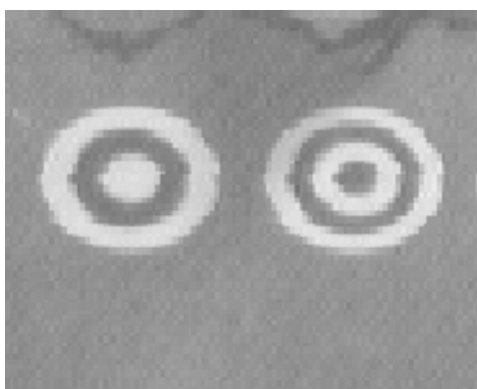


Рис. 2 . Изображение тест-объектов, полученное через COM-порт

Литература

1. Гук М. Интерфейсы ПК. Справочник. СПб: Питер, 1999. 230 с.:ил.

ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННАЯ АВТОРЕФЛЕКСИОННАЯ СИСТЕМА СО СПЕЦИАЛЬНЫМ КОНТРОЛЬНЫМ ЭЛЕМЕНТОМ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ СМЕЩЕНИЙ

А.А. Алексеева, И.А. Коняхин

В работе проведен анализ оптических схем построения оптико-электронных систем контроля деформаций крупных промышленных объектов. Рассматривается вариант построения оптико-электронной авторефлексионной системы со специальным контрольным элементом для измерения линейных смещений. Также рассматривается чувствительность предложенной системы и погрешности измерения смещения объекта. По результатам эксперимента построен график зависимости чувствительности авторефлексионной системы от дистанции контроля. Полученные экспериментально значения средних квадратических погрешностей составили 0,2 от размера элемента ПЗС-матрицы по оси x и 0,25 от размера элемента ПЗС-матрицы по оси y .

Введение

При мониторинге деформаций крупных промышленных объектов часто используют оптико-электронные системы. Основное требование, предъявляемое к ним, – сохранение метрологических характеристик при работе с переменной дистанцией измерения и отсутствии электрической или механической связи с контролируемым объектом.

Используемые системы включают в себя автоколлиматор, располагающийся на неподвижном основании, и пассивный отражатель (контрольный элемент), закрепленный в контролируемой точке объекта. Они могут реализовать автоколлимационный или авторефлексионный метод измерения.

Автоколлимационный метод

1.

В первом случае объектив 2 строит изображение марки 1а в вершину контрольного элемента 3 (рис. 1).

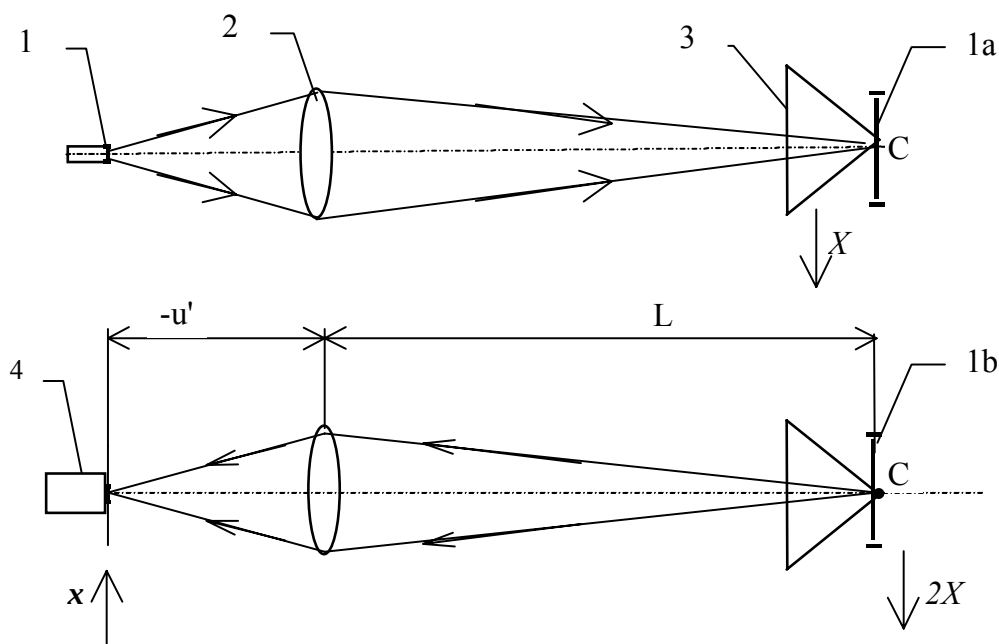


Рис.1. Автоколлимационная схема измерения (излучающий и приемные каналы условно разделены)

При смещении контрольного элемента на величину X изображение $1b$ смещается на величину $2X$. Это изображение проецируется объективом в плоскость анализа, где установлен многоэлементный приемник 4 в виде ПЗС-матрицы. Он регистрирует смещение изображения в плоскости анализа x . Применение алгоритмов цифровой обработки изображений позволяет измерять это смещение с точностью до сотых долей элемента. Чтобы пересчитать измеренное смещение в соответствующее смещение контрольного элемента, воспользуемся формулой

$$X = \frac{L-f}{2f} x, \quad (1)$$

где L – дистанция измерения, f – фокусное расстояние объектива. На практике часто пользуются понятием чувствительности

$$S = \frac{x}{X} \quad (2)$$

для автоколлимационной системы:

$$S = \frac{2f}{L-f}. \quad (3)$$

Авторефлексионный метод

При авторефлексионном методе измерения марка 1 располагается в плоскости выходного зрачка объектива 2 (рис. 2).

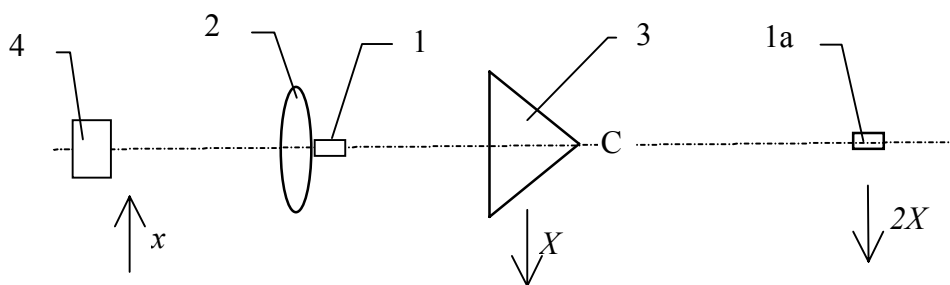


Рис. 2. Авторефлексионная схема измерения

Контрольный элемент в виде идеального световозвращателя строит ее изображение $1a$ симметрично относительно своей вершины C . При смещении контрольного элемента на величину X изображение смещается на величину $2X$. Аналогично автоколлимационному методу

$$X = \frac{2L-f}{2f} x, \quad S = \frac{2f}{2L-f} \quad (4)$$

Достоинством автоколлимационного метода является более высокая чувствительность, а недостатком – влияние виньетирования. При увеличении дистанции измерения увеличивается изображения марки, и, чтобы оно не срезалось оправой контрольного элемента, приходится увеличивать поперечные размеры отражателя. Это затрудняет реализацию автоколлимационных систем, работающих с дистанциями больше 5 метров.

Общим недостатком автоколлимационных и авторефлексионных систем является зависимость чувствительности от дистанции измерения. Для того чтобы определить смещение контрольного элемента, необходимо априорно знать расстояние до контролируемого объекта.

Достоинства авторефлексионного варианта

Предлагаемый вариант построения авторефлексионной схемы от этого недостатка свободен. В нем в качестве контрольного элемента используется не идеальный световозвращатель, а деформированный – один из его двугранных углов имеет небольшое отклонение от прямого. Такой отражатель строит два изображения марки 1 (рис. 3), которые разнесены друг относительно друга на величину

$$B = 2 \cdot \Delta \cdot f, \quad (5)$$

где Δ – параметр отражателя, зависящий от его геометрии и показателя преломления.

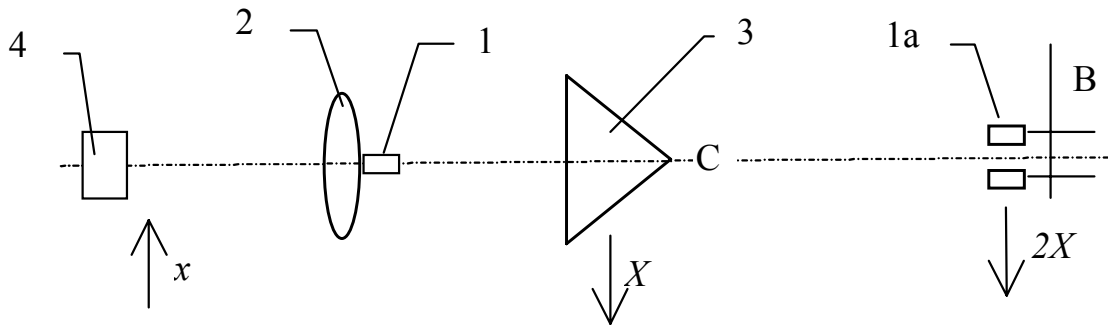


Рис. 3. Практическая реализация авторефлексионной системы

При смещении контрольного элемента на величину X вся система изображений смещается на величину $2X$, причем расстояние B между изображениями не изменяется. Если обозначить расстояние между изображениями в плоскости анализа через b , то чувствительность системы может быть определена по формуле

$$S = 2 \cdot \frac{b - \Delta f}{\Delta f}, \quad (6)$$

здесь b – измеренное расстояние между изображениями, а Δ и f – параметры оптической системы, известные заранее с требуемой точностью.

Таким образом, использование в качестве контрольного элемента уголкового отражателя позволяет реализовать систему для измерения линейных смещений, работающую при переменной дистанции измерения и не требующую дополнительных операций по определению этой дистанции.

Погрешность измерения складывается из трех составляющих: влияния на результат измерения ориентации отражателя, влияния виньетирования и погрешности определения координат центров изображений. Появление первой составляющей вызвано использованием отражателя с нарушенной геометрией. Положение изображений, которые он формирует, оказывается функцией от наклона отражателя к линии визирования и параметра Δ . На практике угол наклона составляет единицы градуса, а $\Delta = 0,001$, поэтому величина этой погрешности невелика. Погрешность от виньетирования обусловлена тем, что при увеличении дистанции растет расстояние B между изображениями, которые формирует контрольный элемент, и после определенной дистанции начинается срезание изображений оправой отражателя. Однако в силу малости параметра Δ на дистанциях до 10–15 метров влияние этой погрешности незначительно. Основной составляющей погрешности, таким образом, является погрешность определения координат центра изображения методом взвешенного суммирования. Теоретическая величина этой погрешности в условиях оптимальной энергетической ситуации составляет величину порядка 0,05 от размера элемента матрицы.

Результаты эксперимента

Экспериментальная установка включала в себя: автоколлиматор (источник излучения – излучающий диод АЛ107Б мощностью 10 мВт, объектив с внутренней фокусировкой $f = 250$ мм, $D = 50$ мм, ПЗС-матрицу Sony с размером элемента $11,17 \times 13,88$ мкм) и контрольный элемент с параметром $\Delta = 0,001$.

В процессе исследования на различных дистанциях снимались статические характеристики, и определялось значение чувствительности. На рис. 4 приведены теоретические зависимости чувствительности от дистанции измерения для автоколлимационного (точечная линия) и авторефлексионного (сплошная линия) методов, а также экспериментальная зависимость (штриховая линия).

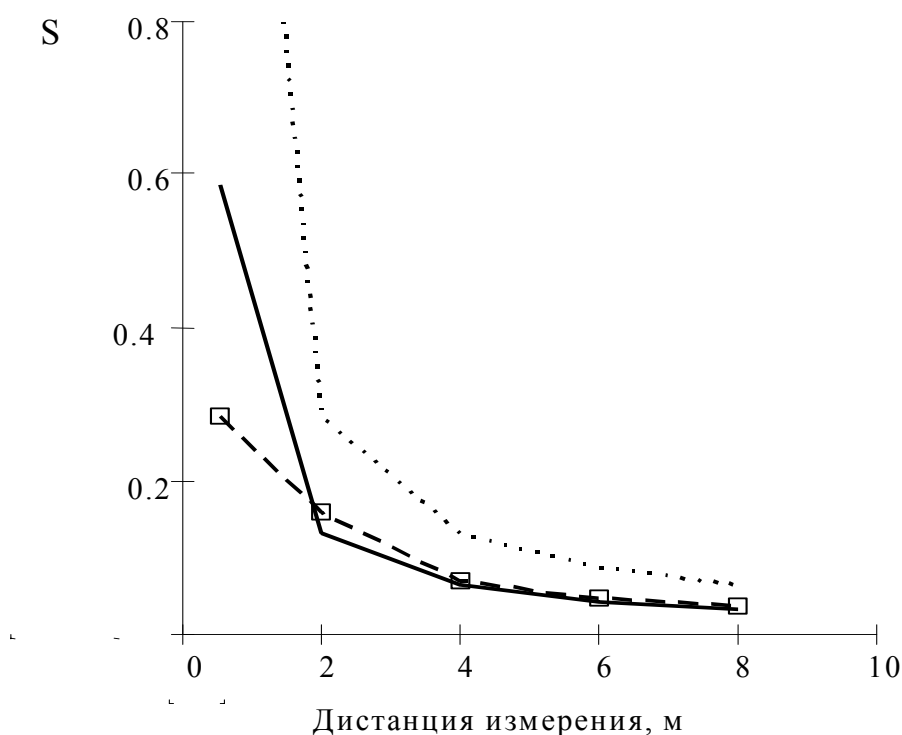


Рис. 4. Зависимость чувствительности от дистанции

Экспериментальная кривая хорошо согласуется с теоретической.

Полученные экспериментально значения средних квадратических погрешностей составили 0,2 от размера элемента ПЗС-матрицы по оси x и 0,25 от размера элемента ПЗС-матрицы по оси y .

Заключение

В данной работе проведен анализ схем оптических схем оптико-электронных систем контроля деформаций крупных промышленных объектов и рассматривается вариант построения оптико-электронной авторефлексионной системы со специальным контрольным элементом для измерения линейных смещений. Найдено, что основной составляющей погрешности является погрешность определения координат центра изображения методом взвешенного суммирования. Теоретическая величина этой погрешности в условиях оптимальной энергетической ситуации составляет величину порядка 0,05 от размера элемента матрицы. По результатам эксперимента был построен график зависимости чувствительности авторефлексионной системы от дистанции

контроля. Полученные экспериментально значения средних квадратических погрешностей составили 0,2 от размера элемента ПЗС-матрицы по оси x и 0,25 от размера элемента ПЗС-матрицы по оси y . Отличие экспериментальных значений от теоретических можно объяснить воздействием внешних факторов (влиянием вибраций и нестабильностью оптико-электронного тракта). Учет этих воздействий и поиск путей уменьшения их влияний является следующим этапом в разработке подобных систем.

СХЕМАХ ПОСТРОЕНИЯ ПРОЖЕКТОРОВ С КРУГОВОЙ ОПТИЧЕСКОЙ РАВНОСИГНАЛЬНОЙ ЗОНОЙ

Е.М. Богатинский, А.Н. Тимофеев

Введение

Вопросы оперативного пространственного контроля положения элементов крупногабаритных инженерных сооружений, а также качества планировки поверхности при строительных работах и геодезических измерениях сегодня в ряде случаев решаются с использованием оптико-электронных приборов, создающих базовую плоскость.

Применение оптической равносигнальной зоны (ОРСЗ) позволяет в большинстве случаев обеспечить в измерительных системах более высокую точность при значительном диапазоне контроля и управления, высокую надежность в работе при наличии вибраций и ускорений [1].

Для этого случая задача позиционирования предполагает проведение исследований в двух направлениях:

- формирование базовой плоскости, имеющей требуемую ориентацию в пространстве и во времени;
- определение приемной частью оптико-электронной системы своего положения (по угловым или линейным координатам) относительно образованной базы.

В данной работе предлагается проанализировать лишь оптическую схему прожектора, реализующего круговую оптическую равносигнальную плоскость (ОРСП), и оценить возможные пути повышения точности измерений для такой схемы.

Равносигнальную зону можно определить как область пересечения двух или более электромагнитных полей, в которой основные информативные параметры (скалярная оценка измерительной информации) этих полей равны, а прочие (векторная оценка) различаются. ОРСЗ образуется при использовании электромагнитных полей оптического диапазона [2, 3]. Принципиальным является вопрос об источнике излучения для формирования этой плоскости. Проанализировав литературу [4, 5], можно сделать вывод, что для дистанционного управления и контроля относительно базовой плоскости на расстояниях до 400–600 м светодиодный модулированный луч явно превосходит лазерный луч, в частности, по практически мгновенной готовности к работе после включения, устойчивой работе в любых гидрометеорологических условиях, достижимой стабильности положения и точности управления, потребляемой мощности, безопасности обслуживающего персонала, простоте и стоимости аппаратуры. В соответствии с этим для образования оптической равносигнальной плоскости представляется целесообразным использовать высокоэффективные излучатели – светодиоды [5].

Для образования ОРСП в качестве основного информативного параметра может быть использован любой из параметров электромагнитного излучения, однако дополнительный информационный параметр должен отличаться от основного. Также очевидно, что при формировании ОРСП для обеспечения помехоустойчивости сигналов необходимо осуществлять их модуляцию.

При формировании круговой ОРСП необходимо знать пространственное распределение яркости, которое зависит от параметров среды (коэффициента пропускания, турбулентности и т.п.), оптической системы (от положения апертурных и полевых диафрагм, аберраций и т.п.), источника излучения (энергетической яркости, равномерности коэффициента излучения и т.п.).

При известных способах формирования круговой ОРСП [4] используются два варианта построения оптической схемы (ОС) объективов задатчика базовой плоскости

(ЗБП). В первом случае круговое поле создается путем круговой развертки поля обычной узкопольной оптикой. Во втором случае применяется оптика с круговым полем (диски со сферической поверхностью, концентрические объективы).

Наиболее простая схема системы прожекторов с круговой ОРСЗ подробно изложена в статье [6]. Однако ее угловое поле ограничено, и для получения круговой ОРСП возникает необходимость обеспечивать вращение системы вокруг вертикальной оси.

Анализ существующих устройств и схем показал, что наличие в ЗБП подвижных элементов, осуществляющих развертку оптического излучения, весьма существенно снижает точность, особенно в полевых условиях – при большой запыленности и влажности атмосферы и при больших колебаниях температуры. Биения оси вращения вносят дополнительную погрешность в измерения.

Для устранения недостатков этой и многих других систем предлагается для исследования новая схема прожектора – с использованием в ЗБП системы концентрической оптики с круговой диаграммой направленности и сканированием пучков излучения источников и углового поля приемной части электронным способом.

В такой схеме (рис. 1) два концентрических объектива 3, 4 строят в бесконечности изображение излучающих поверхностей расположенных радиально светодиодов 1 и 5. Основная идея заключается в том, что при большом количестве источников можно найти наиболее оптимальный режим их работы по соотношению затраченной энергии и облученности в удаленной точке пространства. В верхнем объективе пучки от светодиодов перекрыты концентрической границей 2 сверху, в то время как в нижнем объективе – снизу. ОС отъюстирована так, что изображения подсвеченных границ в пространстве изображений соприкасаются. Последовательно переключая светодиоды с требуемой частотой в верхнем канале и нижнем канале, можно реализовать задачу образования требуемого распределения информативного параметра в ОРСП.

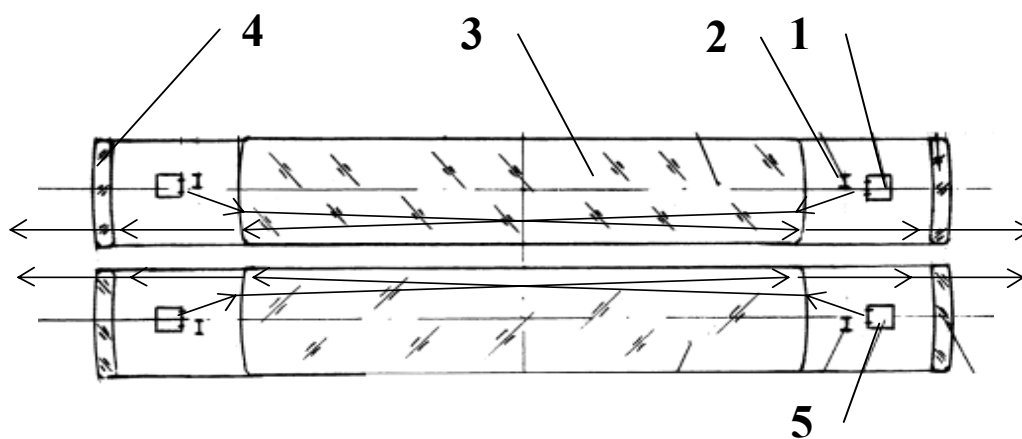


Рис. 1. Схема прожектора с концентрической оптикой

В приемной части (ПЧ) предлагается использовать также концентрический объектив 1, 2 (рис. 2), в фокусе которого радиально расположены фотоприемники 3, и, переключая их электронным способом, реализовать таким образом в системе круговое сканирование углового поля ПЧ. В остальном обработка электрических сигналов производится аналогично схемам в системах с амплитудной модуляцией [4].

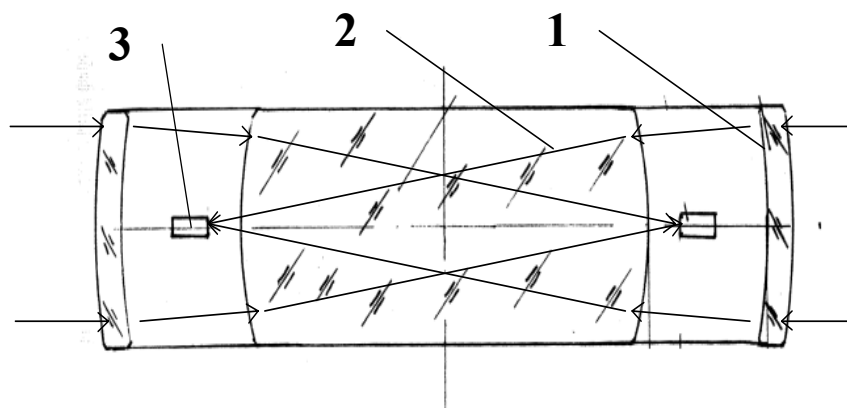


Рис. 2. Концентрический объектив, формирующий круговую ОРСП

Предложенная система практически свободна от большинства вышеперечисленных недостатков. Применение концентрических объективов открывает возможности для проведения дополнительных исследований по оптимизации величины и формы аберраций для достижения требуемого расхождения пучков в вертикальной и горизонтальной плоскости. С целью экономии энергии необходимо вывести оптимальный алгоритм переключения светодиодов.

В соответствии с законами геометрической оптики, минимальную дистанцию $z_{\min}$ формирования непрерывного распределения облученности можно определить как

$$z_{\min} = f(1 + f \{ (P_1 - d_1)(f + x_1) + k_n [d_1(f + x_1 - 1)] d \} / \{ x_1 k_n [d_1(f + x_1 - 1) d] \}),$$

где x_1 – расстояние от излучателя до ребра разделительной призмы, расположенного в фокусе объектива; d_1 – размер излучающей площадки светодиода; P_1 – расстояние между центрами излучающих площадок двух соседних источников; k_n – коэффициент перекрытия световых пучков; d – размер входного зрачка объектива ЗБП; f – фокусное расстояние объектива в сагиттальном сечении.

Анализируя формулу, можно заметить, что $z_{\min}$ прямо пропорциональна фокусному расстоянию объектива и сильно зависит от размеров элементов источников, образующих регулярную структуру в горизонтальном направлении.

Достоинства системы – отсутствие вращающихся оптических элементов, высокие долговечность, точность, надежность, помехоустойчивость системы, малое энергопотребление, высокая частота модуляции. Недостатки – сложность юстировки схемы, наличие мертвых зон, неравномерное поле по яркости.

В последнее время возрастает потребность именно в приборах, отвечающих требованиям высокой точности. Предлагаемая система должна облегчить решение современных проблем, стоящих перед приборостроением в области создания высокоточных систем контроля и управления.

Заключение

Используемые круговые ОС работают совместно с дискретными источниками излучения, имеющими ограниченный угол излучения и образующими круговое поле из большого количества узких полей. Поэтому круговую ОС можно представить как комплекс узкопольных ОС с "эффективными" размерами зрачков, для которых справедливы методы анализа и расчета, разработанные для узкопольной системы.

Проведен анализ оптической схемы прожектора, реализующего при помощи концентрического объектива круговую оптическую равносигнальную плоскость, предложены возможные пути повышения точности измерений. Показано, что в

качестве источников модулированного излучения целесообразно применение светодиодов.

Работа является результатом базовых научных исследований темы № 10003 "Исследование адекватности моделей оптико-физических явлений в природных и антропогенных объектах и информационных оптико-электронных системах спектрально-анализного мониторинга".

Литература

1. Цуккерман С.Т., Гридин А.С. Приборы управления при помощи оптического луча. Л.: Машиностроение, 1969.
2. Гуткин Л.С. Принципы радиоуправления беспилотными объектами. М.: Советское радио, 1959.
3. Зюко А.Г., Коробов Ю.Ф. Теория передачи сигналов. М.: Связь, 1972.
4. Джабиев А.Н., Мусяков В.Л., Панков Э.Д., Тимофеев А.Н. Оптико-электронные приборы и системы с оптической равносигнальной зоной. Монография / Под общей редакцией Э.Д. Панкова. СПб: ИТМО, 1998.
5. Цуккерман С.Т., Великотный М.А. Экспериментальное исследование прибора управления лучом на светодиодах. // Изв. вузов. Приборостроение. Т. XVI. №2. 1973.
6. Барсуков О.А., Тимофеев А.Н. Особенности формирования оптической равносигнальной плоскости. // Оптико-электронные приборы и системы: Сб. науч. статей. Вып. 99. / Под редакцией Э.Д. Панкова. СПб: ИТМО, 1999.

ОСОБЕННОСТИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МАТРИЦ ПЗС

А.Т. Бузян, И.А. Коняхин

Необходимыми исходными данными при габаритно-энергетическом расчете современных оптико-электронных систем (ОЭС) являются параметры используемого фотоприемника – анализатора в виде матрицы ПЗС.

Трудность габаритно-энергетического расчета таких анализаторов определяется отсутствием стандартизации в параметрах ПЗС, приводимых в технической документации (паспорта, отраслевые нормалы, рекламные проспекты, тематические справочники). Например, производители комплектующих приводят различные наборы параметров, а одноименные часто указывают в иных единицах измерения.

Целью работы являлась разработка методики стандартизации исходных данных, а именно – приведение энергетических характеристик ПЗС-матриц из различных информационных источников к единому виду.

Методика разрабатывалась на примере данных, приводимых в документации следующих фирм-производителей:

- SONY – рассматривались ПЗС-матрицы моделей ICX082AL, ICX083AL, ICX228AL [1].
- Texas Instruments – рассматривались ПЗС-матрицы моделей TC213, TC241 [2].
- НПО "Электрон" – рассматривались ПЗС-матрицы моделей ФППЗ 1М, ФППЗ 24М, ФППЗ 21М, ФППЗ 23М [3].

Предварительный анализ показал, что параметры ПЗС-матриц, используемые в габаритно-энергетическом расчете, могут быть разделены на три группы.

- Габаритные. Следует отметить, что различные производители описывают габаритные характеристики в единой форме: формат матрицы [дюйм], количество элементов по горизонтали и вертикали, размер чувствительного элемента [мм].
- Спектральные. Также стандартизованы.
- Энергетические. Отсутствует единство наборов параметров. В частности, чувствительность для матриц НПО "Электрон" и Texas Instruments задана в мВ/лк, у SONY в мВ.

Особенно различны способы указания пороговой чувствительности. Наиболее часто указывается минимальная освещенность, воспринимаемая ПЗС-матрицей, или максимальная, но с реализуемым динамическим диапазоном по освещенности.

Рассмотрим методику приведения исходных данных для чувствительности и пороговой освещенности

Чувствительность S целесообразно приводить к значениям в мВ/лк как наиболее часто встречающейся системе единиц.

Для приведения пороговых параметров будем рассматривать максимальную и минимальную освещенность.

Максимальная освещенность $E_{\text{макс}}$ определим как частное напряжения сигнала насыщения [В] (англ. Saturation signal) к световой чувствительности S (англ. Sensitivity) [мВ/лк].

Минимальную освещенность $E_{\text{мин}}$ определим делением $E_{\text{макс}}$ на динамический диапазон, пересчитанный из логарифмического [дБ] в линейный масштаб.

Для ПЗС матриц SONY чувствительность S задана в мВ. Для пересчета ее использовалась формула освещенности (1). В формуле используются дополнительные данные: яркость источника L [кд/м²] и диафрагменным числом $F8$ (отношение фокуса

f к диаметру входного зрачка D). Все приведенные данные указаны в паспорте на ПЗС-матрицу.

$$E = \frac{\pi \tau L}{4 \left(\frac{f}{D} \right)^2}, \quad (1)$$

где E – освещенность ПЗС матрицы; τ – пропускание оптической системы.

Отношение напряжения сигнала [мВ] к освещенности ПЗС матрицы E [лк] позволяет найти чувствительность в требуемых единицах [мВ/лк].

Результаты вычислений были сведены в табл.1, пользуясь которой, можно легко сравнить энергетические характеристики ПЗС-матриц различных фирм-производителей (1 – SONY, 2 – Texas Instruments, 3 - НПО "Электрон").

		Чувствительность S , [мВ/лк]	Максимальная освещенность $E_{\text{макс}}$, [лк]	Минимальная освещенность $E_{\text{мин}}$, [лк]
1	ICX082 AL	89	8,9	0,0089
	ICX083 AL	89	8,9	0,0089
	ISX228 AL	57	13,84	0,0138
2	TC-213	518	0.6177	0.00061
	TC-241	150	2.133	0.002133
3	ФПП31М	15	10	0.01
	ФПП324М	100	5	0.005
	ФПП321М	40	12.5	0.0078
	ФПП323М	20	15	0.029

Таблица 1. Сравнение энергетических характеристик ПЗС-матриц различных фирм-производителей

Разработанная методика может использоваться для стандартизации исходных данных для энергетического расчета при использовании ПЗС-матриц и других производителей.

Литература

1. <http://www.sony.com>
2. Техническая документация №S0C030 Texas Instrumentnts, Copyright 1992, Texas Instrumentnts Incorporated. Printed in the U.S.A.
3. НПО "Электрон". Каталог фирмы.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ АВТОКОЛЛИМАЦИОННОЙ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ СМЕЩЕНИЙ

Э.А. Витол

Одной из важнейших задач, стоящих перед современным приборостроением, является разработка высокоточных средств контроля пространственного расположения составляющих элементов крупногабаритных конструкций относительно систем прямолинейных осей [1], а также повышение точности уже имеющихся контрольно-измерительных систем.

В данной работе исследуются некоторые возможные варианты повышения точности автоколлимационной оптико-электронной системы для измерения линейных смещений (контроля соосности крупногабаритных конструкций) с фоточувствительным прибором с зарядовой связью (ФПЗС). В качестве объектива используется телеобъектив, фокусирование которого происходит с помощью подвижной отрицательной линзы. Авторефлексия осуществляется с помощью отражателя – трипель-призмы. Система была разработана на кафедре оптико-электронных приборов и систем Санкт-Петербургского государственного института точной механики и оптики для предприятия Минатома "Курсктурбоатомэнергоремонт".

Одним из основных недостатков системы является возникновение ошибок при перефокусировке, вызванных неправильным (непрямолинейным) перемещением фокусирующей линзы.

Следует отметить, что в рассматриваемой системе возникают также погрешности, связанные с децентрированием компонентов телеобъектива и матрицы ФПЗС относительно оптической оси системы. Однако ранее автором было показано [2], что преобладающей среди этих погрешностей является именно погрешность, вызванная неточностью установки фокусирующей линзы (отрицательного компонента телеобъектива), поэтому остальные погрешности могут быть исключены из рассмотрения.

Для исключения ошибок измерения, вызванных перефокусировкой, существуют три пути:

- выбор соответствующей методики измерений;
- введение поправок в результаты измерений на основе паспортных данных прибора, полученных исследованием кривизны его референтного направления;
- применение нерасстраиваемых при перефокусировании систем, полностью исключающих возникновение указанной погрешности самой конструкцией или принципом их действия.

В данной работе рассматривается последний из указанных путей повышения точности оптико-электронной системы для измерения линейных смещений (контроля соосности крупногабаритных конструкций).

Исследуемая система, измеряющая линейные смещения объектов относительно заданного начального положения, является по сути визирной трубой (в оптической части системы используется теодолитный объектив). Это позволяет нам предложить в качестве возможных конструктивных способов повышения точности данной измерительной системы применение в ней некоторых известных в настоящее время оптических схем визирных средств, исключающих ошибки, которые по принятой в литературе классификации [3] делят на несколько групп:

- визирные трубы с фокусирующими устройствами, создающими прямую визирную линию;
- визирные трубы двойного изображения;

- системы типа аксиконов.

Наиболее известной системой с фокусирующими устройствами, создающими прямую визирную линию, является зеркально-призменная фокусирующая система Ивона [4].

Главным достоинством этой системы [3] является то, что правильно отъюстированная фокусирующая система, по Ивону, образует визирную линию, являющуюся прямой для всего диапазона визирных расстояний. Это объясняется тем, что призма БкР-180°, служащая фокусирующим компонентом, не критична к угловым смещениям, а влияние ее линейных перемещений исключается благодаря тому, что пучки лучей отражаются в ней в прямом и обратном ходах. Вторым преимуществом такой системы по сравнению с линзовыми фокусирующими устройствами является относительно малое перемещение фокусирующего компонента для обеспечения заданного диапазона расстояний визирования.

Из сказанного следует, что, если в исследуемой нами оптико-электронной системе применить фокусирующую систему Ивона, то это позволит полностью избавиться от погрешности, связанной с непрямолинейностью визирной линии, и тем самым повысить точность измерений. Однако система Ивона обладает также существенными недостатками: большие потери света и уменьшение вдвое разрешающей способности в направлении, перпендикулярном к ребру призмы БкР-180°, служащей фокусирующим компонентом.

Визирные трубы двойного изображения повышают чувствительность измерения и устраняют ошибки при перефокусировании на различно удаленные объекты. В этих трубах благодаря действию наружного или внутреннего раздвигающих устройств получается при смещении визируемой точки с оптической оси объектива два изображения. Расстояния между ними пропорционально удвоенной величине этого смещения. Благодаря этому отпадает необходимость в сетке нитей, происходит исключение ошибок при перефокусировке и повышение точности и чувствительности измерений.

Указанные достоинства визирных труб двойного изображения свидетельствуют о возможности применения данного устройства в качестве объектива исследуемой автоколлимационной оптико-электронной системы. Однако в таком случае, так как изображение принимается матрицей фоточувствительного прибора с зарядовой связью и обрабатывается по определенному алгоритму специальной программой для вычислительной машины, необходимо разработать новую программу. Это представляется сложной задачей вследствие того, что теперь обрабатывающий блок должен будет иметь дело с двумя изображениями объекта (в противоположность первоначальным установкам) одновременно. С другой стороны, вполне возможно, что по методическим и конструктивным соображениям для сохранения прежних алгоритмов обработки будет проще создать в системе два канала, каждый из которых будет передавать на матрицу ФПЗС только одно изображение объекта (далее обработка проводится аналогично первоначальной системе [2]) или же разделить и сделать параллельными процессы обработки каждого изображения объекта (после чего будет вычисляться расстояние между центрами изображений и, следовательно, величина смещения объекта с оптической оси).

Трубы двойного изображения неудобны в эксплуатации при визировании на марки с целевыми знаками сложной конфигурации (шкалы) и имеют высокую стоимость. Первый из указанных недостатков для исследуемой оптико-электронной системы практически безразличен, так как в любом случае в ней происходит визирование не на какую-либо шкалу, а на светящуюся точку (изображение полупроводникового излучающего диода [2]). Высокая стоимость трубы двойного

изображения, однако, вполне может стать решающим фактором, определяющим неприемлемость ее применения в данной системе.

Аксиконы представляют собой оптические системы, изображающие точечные источники света, вследствие наличия очень большой сферической аберрации, в виде осевого отрезка большой длины. Такое свойство аксикона позволяет при использовании его вместо объектива избавиться от необходимости перефокусирования системы и вместе с тем достаточно точно судить о положении изображения относительно перекрестия сетки визирной трубы [5, 6]. Естественно, что при определении положения изображения и оси аксикона не глазом человека, а с помощью матрицы фоточувствительного прибора с зарядовой связью точность измерений будет существенно выше. С учетом отсутствия погрешности при перефокусировании вся система при использовании аксикона в качестве объектива будет обладать значительно большей точностью, чем первоначальный ее вариант.

Недостатком сферических аксиконов является уменьшение апертуры по мере удаления визируемой точки. Для устранения этого предложена насадка на объектив трубы – "обратный аксикон" [3], представляющий собой комбинацию отрицательной и положительной линз. Первая из них имеет большую, а вторая – минимально возможную сферическую аберрацию. Комбинация является положительной системой для центральных зон входного зрачка и афокальной системой для крайних зон. Следовательно, изображения ближних точек образуются лучами, опирающимися на центральные, а дальних – на крайние зоны зрачка. Вследствие этого происходит перераспределение апертуры и повышается точность визирования для удаленных точек. дальнейших исследований

В результате приведенного анализа можно сделать заключение, что для повышения точности автоколлимационной оптико-электронной системы целесообразно использование в ней в качестве объектива оптических систем типа аксиконов.

Литература

1. Коротаев В.В., Тимофеев А.Н., Иванов А.Г. Проблемы разработки оптико-электронных систем для контроля деформаций крупногабаритных объектов // Оптический журнал. 2000. Т. 67. № 4. С. 43–46.
2. Витол Э.А. Влияние изменения референтного направления на точность измерения линейных смещений автоколлимационной оптико-электронной системой. Современные технологии: Сборник научных статей / Под ред. С.А. Козлова и В.О. Никифорова. СПб: СПбГИТМО(ТУ), 2002. 153 с.
3. Афанасьев В.А., Усов В.С. Оптические приборы и методы контроля прямолинейности в инженерной геодезии. М.: Недра, 1973. 152 с.
4. Усов В.С., Черникова Н.В. Фокусирующие системы зрительных труб с неизменяющейся линией визирования. // Труды НИИГАиК. Новосибирск, 1971, Т. XXV. С.100–105.
5. Бегунов Б.Н., Заказнов Н.П. Теория оптических систем. М.: Машиностроение, 1973. 488 с.
6. Киссам Ф. Оптические приборы для точных измерений крупногабаритных изделий. / Пер. с англ. М.–Л.: Машиностроение, 1966. 496 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ПОПЕРЕЧНЫХ СМЕЩЕНИЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ АВТОКОЛЛИМАЦИОННОЙ СИСТЕМОЙ КОНТРОЛЯ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ИЗМЕНЕНИЯХ ЯРКОСТИ ИСТОЧНИКОВ

А.А. Горбачев, И.А. Коняхин, А.Н. Тимофеев

Во многих практических задачах, таких как измерение линейных смещений, контроль деформаций конструкций при монтаже крупногабаритных сооружений и зданий, управление положением рабочими органами машин в строительстве, применяются автоколлимационные оптико-электронные измерительные системы [1].

Основными преимуществами таких систем является бесконтактность, дистанционность и возможность полной автоматизации процессов измерения. Высокое быстродействие позволяет широко использовать эти системы для активного контроля пространственного положения объектов [3].

Среди подобных систем особое место занимают распределенные системы авторефлексионного типа (рис.1). На фоточувствительный прибор с зарядовой связью (ФПЗС) 1, находящейся в приемном блоке 2, через объектив 3 и светофильтр излучающей головки 5 проецируются изображения двух полупроводниковых излучающих диодов (ПИД) 4, закрепленных на оптической головке (ОГ). В качестве отражателя используется трипель-призма 6 (стеклянный тетраэдр) [2].

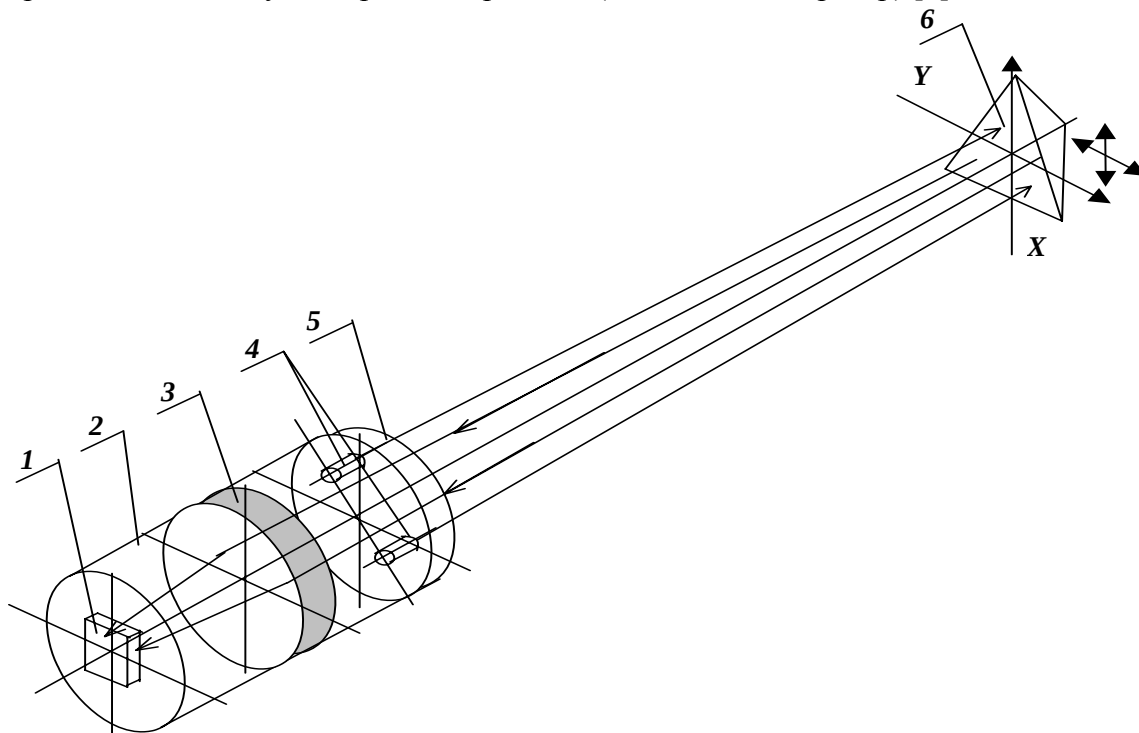


Рис. 1. Схема авторефлексионной системы

При смещении трипель-призмы 6 происходит соответствующее смещение отраженного пучка, формируемого ОГ, что приводит к соответствующему перемещению изображения ПИД 4 в плоскости анализа системы (площадка ФПЗС 1). Система обработки видеокadra, формируемого ФПЗС 1 (на рис. 1 не показана), выполняет измерение смещения изображения ПИД 4 и вычисляет пропорциональное ему смещение трипель-призмы 6. Использование двух ПИД позволяет выполнять калибровку системы без предварительного измерения рабочей дистанции.

Рассмотрим полный цикл работы устройства. Включается один ПИД, по команде с центрального блока обработки производится захват кадра с ФПЗС, далее в компьютере обрабатывающей системы определяется энергетический центр тяжести изображения ПИД, после чего включенный ПИД выключается и зажигается второй ПИД. Далее процесс повторяется со вторым ПИД. В соответствии с рис. 2 (1 и 2 – изображения обоих ПИД) после определения энергетических центров тяжести обоих ПИД компьютер обрабатывающей системы рассчитывает координаты середины этого отрезка, пропорциональные измеряемым линейным смещениям.

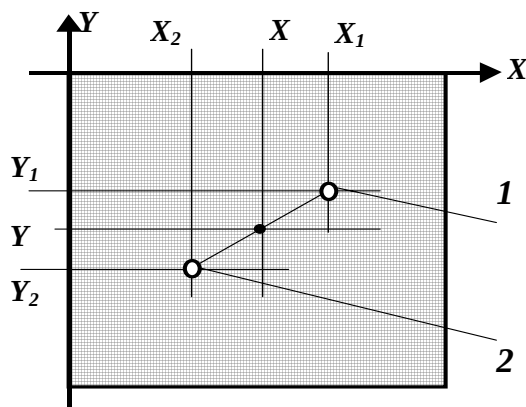


Рис. 2. Определение координат X и Y изображений ПИД на матричном ФПЗС

Необходима оптимизация значения яркости источников по критерию минимизации погрешности измерений. Теоретическая оптимизация трудоемка по причине большого количества влияющих факторов, что определило эмпирический путь решения задачи. В качестве экспериментального образца была использована оптико-электронная система контроля соосности.

Экспериментальная установка представляет собой ОГ 2, на которую крепятся два светодиода, и контрольный элемент (КЭ) 3 в виде трипель-призмы, закрепленные в специальных штативах 4, 5, располагающихся на оптической скамье типа ОСК-2 (рис. 3). Оптическая головка электрически связана с блоком предварительной обработки измерительной информации 6, информация с которого поступает в обрабатывающий компьютер (ОК) 8. Работа с блоком предварительной обработки измерительной информации 6 обеспечивается источником питания 7 и программой ОК 8.

В качестве источника оптического излучения используются два ПИД АЛ-107Б; в качестве приемника – ФПЗС-матрица ICX055AL фирмы SONY размером 537×597 элементов; в качестве КЭ – трипель-призма из стекла марки К8, объектив от теодолита ТБ-3 с фокусным расстоянием $f' = 250$ мм.

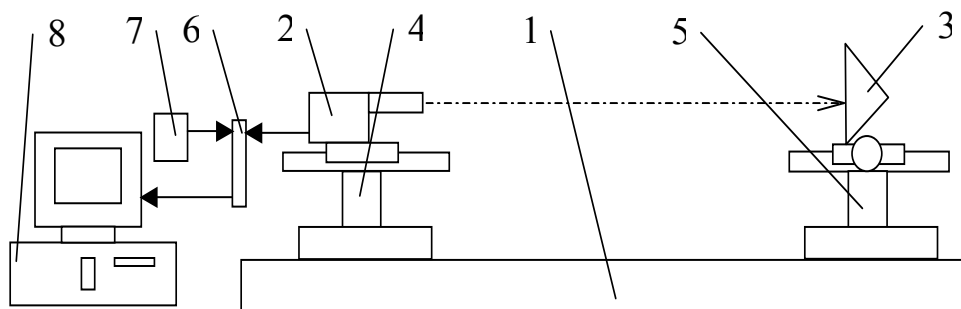


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

Целью эксперимента являлось определение погрешности поперечных смещений в зависимости от яркости источников излучения. Графики полученных зависимостей приведены на рис. 4 и рис. 5.



Рис. 4. Зависимость погрешности поперечных смещений Δx от тока ПИД I

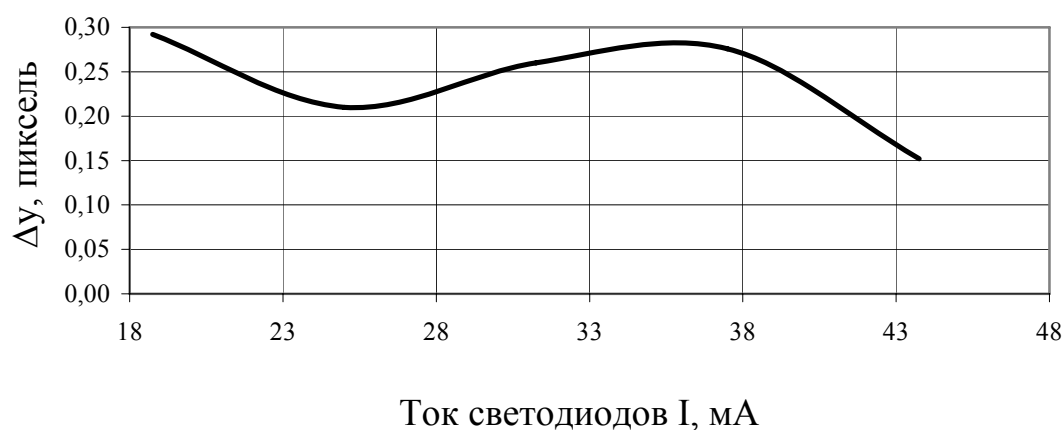


Рис. 5. Зависимость погрешности поперечных смещений Δy от тока ПИД I

Из рис. 4 и рис.5 можно сделать вывод, что погрешность измерения поперечных смещений по осям X и Y имеет одинаковую форму изменения: сначала идет убывание погрешности измерения, затем ее возрастание и далее снова убывание. Это объясняется непостоянством освещенности на матрице ФПЗС вследствие изменения дистанции между ОГ и КЭ и влиянием внешнего фона, которое приводит к изменению уровня шумов матрицы ФПЗС. Для исключения влияния яркости источников излучения на погрешность измерения следует создать постоянную освещенность в изображении на матрице ФПЗС при любых расстояниях между ОГ и КЭ. Для уменьшения фонового излучения, попадающего в плоскость приемника излучения, можно использовать бленды (устройства, устанавливаемые перед входным зрачком оптической системы для ее защиты от засветок), что уменьшит погрешность от фоновых засветок [3].

Выполним аналитический расчет освещенности изображения ПИД. Рассмотрим трипель-призму в развертке в соответствии со схемой, показанной на рис. 6, где 1 – источник излучения, 2 – плоскопараллельная пластинка, 3 – приемник излучения.

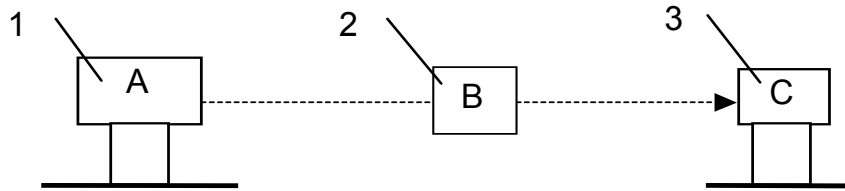


Рис. 6. Эквивалентная схема расчета

Освещенность на матрице ФПЗС будет равна [4]

$$E_e^{\text{ПЗС}} = \frac{\Phi_e^{\text{ПЗС}}}{A_{\text{ИЗО}}},$$

где $\Phi_e^{\text{ПЗС}} = \tau_o \cdot \Phi_e^{\text{ВХ.}}$ – поток, приходящий на входной зрачок объектива; τ_o – коэффициент пропускания оптической системы; $\Phi_e^{\text{ПЗС}}$ – поток, падающий на матрицу ФПЗС;

$$A_{\text{ИЗО}} = \left(\frac{S'}{2a} \right)^2 \cdot A_d$$

– площадь изображения излучающей площадки светодиода, A_d – площадь диафрагмы светодиода;

$$S' = \frac{2a \cdot f'}{2a - f'}$$

– расстояние от последней поверхности объектива до изображения, где a – расстояние от ОГ до КЭ; f' – заднее фокусное расстояние объектива.

Поток, приходящий на входной зрачок объектива, определяется по формуле:

$$\Phi_e^{\text{ВХ.}} = \tau_c \cdot \pi \cdot L_e \cdot A_d \cdot \sin^2 \sigma,$$

где τ_c – коэффициент пропускания среды; L_e – яркость светодиода; σ – передний апертурный угол, определяемый из соотношения

$$\sin \sigma \approx \tan \sigma = \frac{D_{\text{ВХ.ЗР.}}}{4 \cdot a},$$

где $D_{\text{ВХ.ЗР.}}$ – диаметр объектива; a – расстояние между источником и приемником излучения.

Учитывая предыдущие выражения, получаем:

$$E_e^{\text{ПЗС}} = \pi \cdot \tau \cdot L_e \cdot \left(\frac{D_{\text{ВХ.ЗР.}}}{2f'} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{f'}{2a} \right)^2,$$

где $\tau = \tau_o \tau_c$ – интегральный коэффициент пропускания оптической системы и воздушного тракта.

Графическое представление освещенности на матрице ФПЗС показано на рис. 7.

Из графика рис. 7 следует, что на больших дистанциях можно принять освещенность на матрице ФПЗС постоянной. На малых же дистанциях (1–6 м) освещенность резко изменяется с изменением расстояния между ОГ и КЭ, что и приводит к погрешностям, изображенным на рис. 2 и рис. 3.

Для обеспечения неизменной освещенности при изменении дистанции следует соответственно изменять яркость ПИД. Экспериментально установлена следующая шкала рабочих токов ПИД: на дистанции 4 м – 25 мА, 4.8 м – 25 мА, 5.8 м – 32 мА, 6.8 м – 44 мА, 7.8 м – 44 мА.

Оставшаяся некомпенсированной составляющая погрешности измерения связана с влиянием внешних факторов – вибрацией контрольного элемента и базовой установки, изменением яркости фона (появления фоновых засветок) и непостоянством коэффициента пропускания окружающей среды.

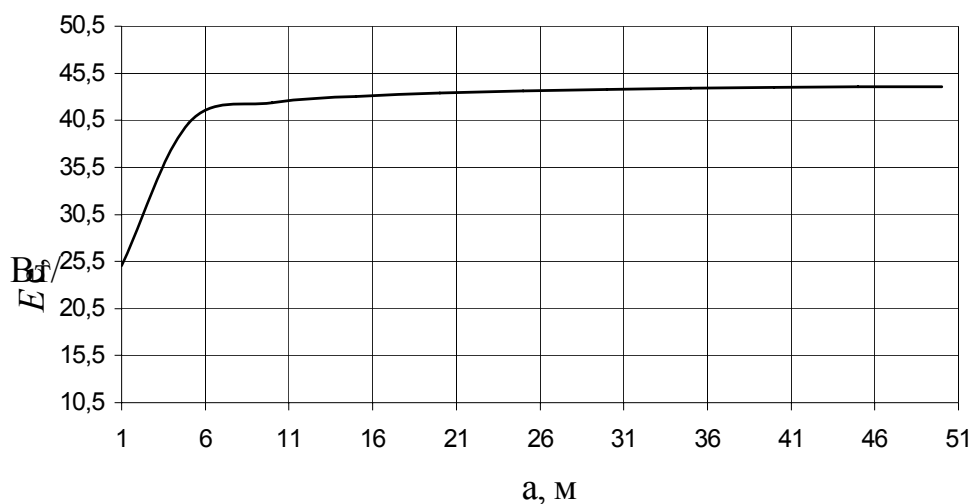


Рис.7. Зависимость освещенности на матрице ФПЗС от расстояния между ОГ и КЭ а при яркости светодиода $L_e=4200 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{ср}$

Литература

1. Карасев В.И., Монэс Д.С. Методы оптических измерений при монтаже турбоагрегатов. М.: Энергия, 1973.
2. Коняхин И.А., Панков Э.Д. Трехкоординатные оптические и оптико-электронные угломеры. М.: Недра, 1991.
3. Панков Э.Д., Прокофьев А.В., Тимофеев А.Н. Автоколлимационная оптико-электронная система контроля положения элементов турбоагрегатов. // Конференция "Лазеры. Измерения. Информация". 6 – 7 июня 2001г. / Тез. докл. СПб: БГТУ, 2001.
4. Якушенков Ю.Г. Проектирование оптико-электронных приборов. М.: Логос, 2000.
5. Якушенков Ю.Г. Оптические системы фотоэлектрических устройств. М.: Машиностроение, 1966.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАВИСИМОСТИ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ПОПЕРЕЧНЫХ СМЕЩЕНИЙ ОТ КОЛИЧЕСТВА ИЗМЕРЕНИЙ В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ АВТОКОЛЛИМАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ КОНТРОЛЯ ДЕФОРМАЦИЙ

А.А. Горбачев, А.Н. Тимофеев

При измерениях линейных смещений, контроле деформаций конструкций крупногабаритных сооружений и зданий, управлении положением рабочими органами машин в строительстве источники сигналов обычно расположены на большом расстоянии от устройства контроля и управления, чтобы максимально защитить рабочих от травм, которые могут произойти на строительных площадках во время чрезвычайных ситуаций [2]. Использование в этом случае длинных сигнальных кабелей приводит к удорожанию системы в целом, повышению уровня шумов и наводок и дополнительной погрешности измерений.

Основными преимуществами автоколлимационных оптико-электронных систем для контроля деформаций является бесконтактность, дистанционность и возможность полной автоматизации процессов измерения [3]. Высокое быстродействие позволяет широко использовать эти системы для активного контроля пространственного положения объектов. При этом отсутствует необходимость применения проводов для связи с отражательным элементом, и приемо-передающий блок может быть установлен в безопасное для рабочего персонала помещение.

Задача бесконтактного контроля положения объектов относительно протяженной линейной базы актуальна во многих областях техники [4]. В связи с этим предлагается система контроля положения элементов крупногабаритных конструкций с применением авторефлексионной измерительной схемы [1], использованием матричных фоточувствительных приборов с зарядовой связью и оптико-электронных измерительных преобразователей, осуществляющих предварительную обработку видеосигнала и передачу измерительной информации по последовательному каналу передачи в центральный блок обработки, что повышает быстродействие и точность измерений.

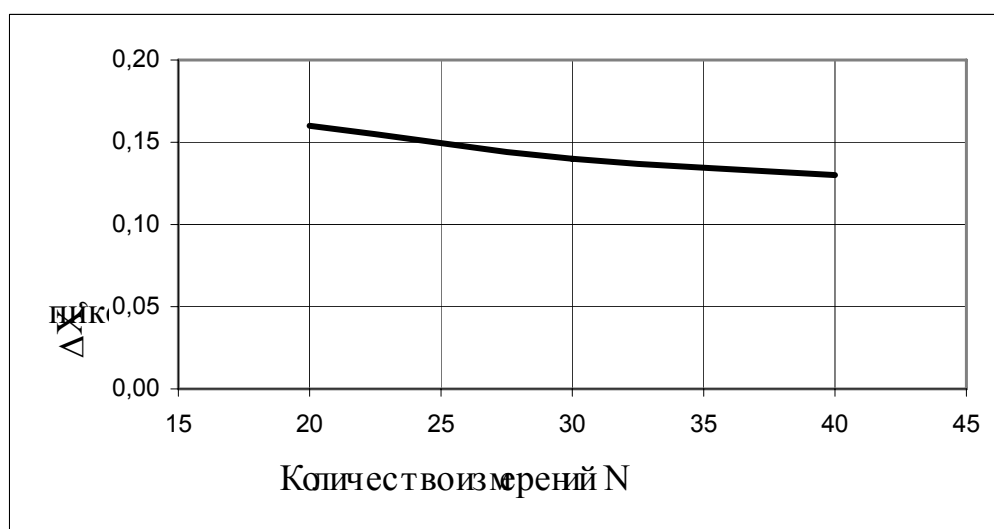


Рис.1. Зависимость погрешности поперечных смещений Δx от количества измерений N

Целью эксперимента являлось определение оптимального количества измерений в канале распределенной авторефлексионной системы, что сократило бы время проведения экспериментов и время обработки результатов. Графики полученных зависимостей приведены на рис. 1 и рис. 2.

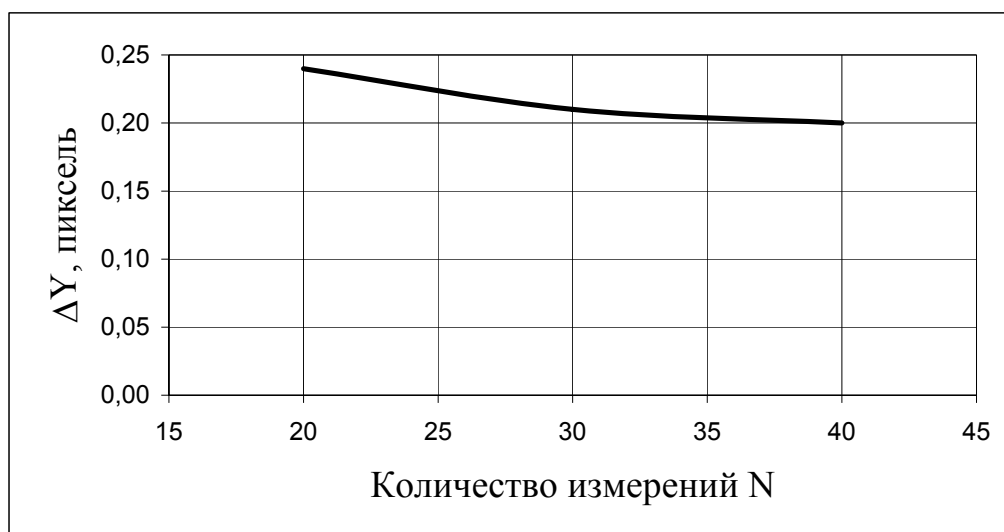


Рис. 2. Зависимость погрешности поперечных смещений Δy от количества измерений N

Из хода кривых рис. 1 и рис. 2 можно сделать вывод, что при изменении количества измерений от 20 до 30 погрешности уменьшаются по осям X и Y на 14% , тогда как при изменении количества измерений от 30 до 40 погрешность уменьшается по оси X на 7% и по оси Y на 5%. При этом время измерений увеличивается на 33% (в первом случае) и на 25% (во втором случае). Поэтому рациональным с точки зрения времени измерения числом будем считать 30 измерений.

Литература

1. Горбачев А. А., Тимофеев А.Н. Выбор параметров оптической схемы авторефлексионной оптико-электронной системы для измерения линейных смещений // Современные технологии: Сборник научных статей / Под ред. С.А. Козлова и В.О. Никифорова. СПб: СПбГИТМО (ТУ), 2002.
2. Карасев В.И., Монэс Д.С. Методы оптических измерений при монтаже турбоагрегатов. М.: Энергия, 1973.
3. Панков Э.Д., Прокофьев А.В., Тимофеев А.Н. Автоколлимационная оптико - электронная система контроля положения элементов турбоагрегатов. // Конференция "Лазеры. Измерения. Информация". 6 – 7 июня 2001 г. / Тез. докл. СПб: БГТУ, 2001.
4. Коротаев В.В., Тимофеев А.Н., Иванов А.Г. Проблемы разработки оптико-электронных систем для контроля деформаций крупногабаритных объектов. // Оптический журнал. 2000. Т. 67. № 4.

ЭКСПРЕСС-МЕТОД БЕСКОНТАКТНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ ПАТОГЕННЫХ БАКТЕРИЙ НА ПОВЕРХНОСТИ МЯСНЫХ ПРОДУКТОВ

Р.Е. Демин, С.Б. Лукин

Исследуется возможность обнаружения, контроля и идентификации патогенных бактерий на поверхности мясных продуктов, в частности, мяса говядины или курицы, с помощью флуоресцентного метода [1], используя различные источники возбуждающего излучения и, в будущем, различные приемники излучения. Особенность флуоресцентного метода, выделяющая его среди других объективных инструментальных методов (химических, хроматографических и т.п.) состоит в том, что анализ продукта производят без разрушения образца [4] на основе изменения его спектров флуоресценции.

Вирусы, бактерии и другие микроорганизмы широко распространены повсюду в природе и окружающей среде. Определенные потенциально опасные микроорганизмы могут быть причиной различных инфекционных заболеваний. Микробиологические заболевания, вызванные патогенными бактериями, составляют главную причину смерти во многих развивающихся странах мира. Более того, по данным статистики, в Северной Америке ежегодно около 7 млн. человек страдают и около 10 тыс. умирают от болезней, вызванных бактериями, которые заражают пищевые продукты.

В настоящее время в мире очень большое внимание уделяется обнаружению микроорганизмов, вызывающих серьезные заболевания. Существует множество микроорганизмов, опасных для человека, такие как *Salmonella*, *Escherichia coli*, *Staphylococcus*. В тоже время на рынке отсутствуют общедоступные средства диагностики бактериальных загрязнений – быстродействующие, достаточно надежные, простые в применении, доступные по цене. Эффективное обнаружение и идентификация бактерий требует методов анализа, которые должны отвечать ряду критериев, самые важные из которых – время, чувствительность и стоимость анализов.

С помощью метода, предложенного авторами в статье [1], можно производить опыты в режиме реального времени, а предел обнаружения бактерий составляет примерно 10^6 см^{-2} . Надо сказать, что некоторые современные методы оперативного обнаружения патогенных микроорганизмов [2] базируются на различных физических принципах; большинство методов позволяет довольно точно обнаруживать микроорганизмы при концентрации бактерий 10^4 – 10^6 см^{-2} , в некоторых случаях при концентрации 10^3 см^{-2} . Однако эти данные о минимальных концентрациях относятся к определенному ранее типу бактерий, к тому же находящимся в чистом физиологическом растворе. Из этого можно сделать вывод, что наиболее перспективными методами дистанционного обнаружения патогенных бактерий являются оптические методы, а именно метод, основанный на использовании эффекта флуоресценции.

Среди исследованных методов определения наличия бактерий только оптические методы, а именно методы спектрально-флуоресцентного анализа, позволяют проводить бесконтактный контроль. Таким образом, несмотря на отдельные преимущества других методов, в настоящее время лишь оптические методы являются единственно возможной основой для создания портативных приборов оперативного контроля.

Источником излучения для флуоресцентного метода исследования, описанного в [1], является аргоновый лазер ЛГ-106М-1 с длиной волны излучения 488 нм. Для регистрации сигнала флуоресценции использовался спектрофотометр ДФС-24 и фотоумножитель ФЭУ-79, работающий в режиме счета фотонов.

Сущность метода состоит в том, что спектры чистого и искусственно зараженного мяса по прошествии нескольких часов отличаются качественно и количественно (рис.1,

2). Указанный эффект используется для решения вопроса о присутствии или отсутствии патогенных бактерий на тестируемой поверхности. Вероятной причиной изменения спектров флуоресценции являются продукты метаболизма бактерий.

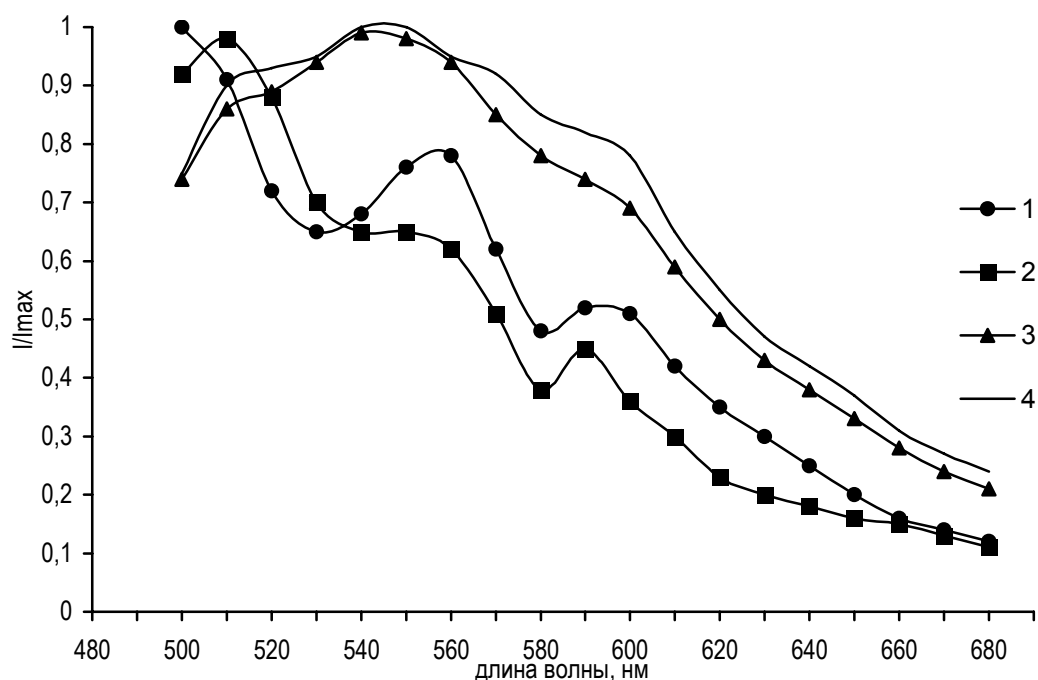


Рис.1. Спектры флуоресценции мяса говядины: 1 – чистое мясо; 2 – чистое мясо после выдержки в течение 12 часов при комнатной температуре; 3 – мясо + бактерии *E.coli* при $C=10^7 \text{ см}^{-2}$; 4 – мясо + смесь бактерий *E.coli*+ *Salmonella* при $C=10^6 \text{ см}^{-2}$.

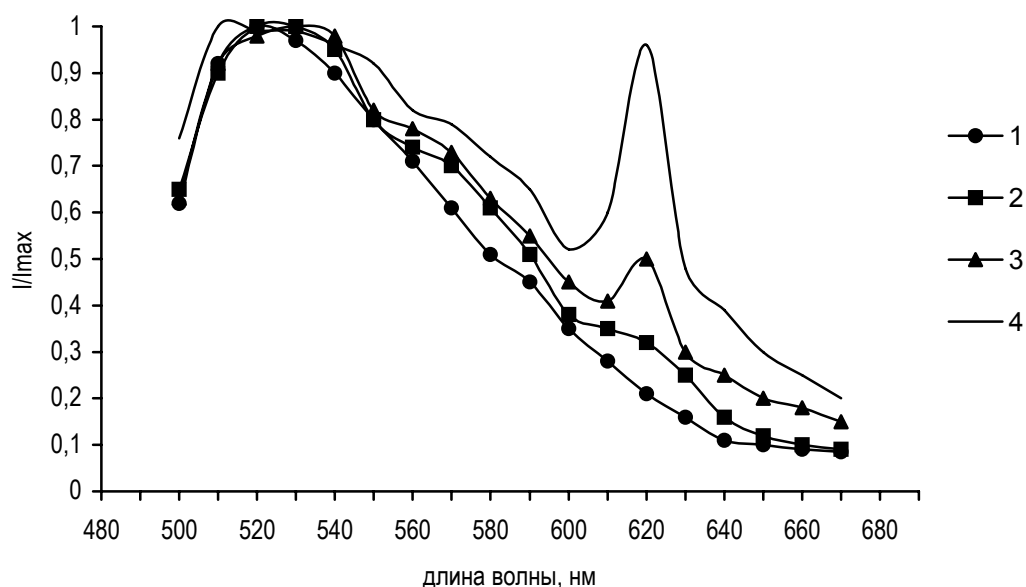


Рис. 2. Спектры флуоресценции мяса кури: 1 – чистое мясо; 2 – чистое мясо после выдержки в течение 12 часов при комнатной температуре; 3 – мясо + бактерии *E.coli* при $C=10^7 \text{ см}^{-2}$; 4 – мясо + смесь бактерий *E.coli*+ *Salmonella* при $C=10^6 \text{ см}^{-2}$.

Как видно из рис.1, спектры чистых образцов мяса говядины спустя 24 часа изменились незначительно, в то время как спектры зараженных образцов поменялись радикально. В частности, для чистого образца наблюдается падение интенсивности флуоресценции в области от 510 нм до 550 нм, в то время как интенсивность флуоресценции искусственно зараженных образцов возрастает. Вырезая световыми фильтрами области длин волн 500–510 нм и 540–550 нм, мы получаем интенсивности в этих диапазонах, отношение которых несет в себе необходимую информацию.

Точно такие же измерения были произведены с мясом курицы. Как видно из рис.2, спектр чистого образца практически не изменился, а в спектрах искусственно зараженных образцов появляется полоса в диапазоне от 610 нм до 630 нм. Этот принцип позволяет определить наличие патогенных бактерий на поверхности мяса курицы. В данном случае необходимы светофильтры на диапазонах длин волн 540–560 нм и 610–630 нм. На стадии непосредственного обнаружения нет необходимости получать весь спектр флуоресценции. Достаточно получить сигнал в указанных точках, произвести обработку в электронном тракте прибора и выдать решение на дисплее.

Целью работы является дальнейшее исследование возможности применения различных источников и приемников излучения, например лавинного фотодиода, меньших по размеру и потребляющих меньше энергии, для обнаружения патогенных бактерий на поверхности мяса.

Были проведены исследования с различными источниками, а именно со светодиодом повышенной яркости с силой света 20000 мкд и длиной волны 462 нм. Светодиод использовался совместно с интерференционным фильтром, а схема, описанная в источнике [1], оставалась неизменной. Эти исследования еще продолжаются, но полученные результаты говорят о возможности использования светодиода повышенной яркости во флуоресцентных измерениях и последующем его применении в портативных приборах дистанционного контроля бактериальной загрязненности пищевых продуктов.

Литература

1. Земский В.И., Клим О.В., Кафтырева Л.А., Мешковский И.К. Флуоресцентный метод дистанционного контроля качества пищевых продуктов. // Известия вузов. Приборостроение. 2002. Т.45. №1. С. 60–62.
2. Biosensors for detection of pathogenic bacteria: Review / D. Ivnitski, I. Abdel-Hamid, P. Anatasov, E. Wilkins // Biosensors & Bioelectronics. 1999. №14. P. 599–624.
3. Пат. 2170928 РФ. Дистанционный спектральный метод для определения качества мяса / В.И. Земский, И.К. Мешковский, А. Гоец. 2001.
4. Евелев С.А., Новоселов Н.П. Сравнительный анализ спектров люминесценции различных видов мяса. // Институт холодильной промышленности. С.38–39.

СРАВНЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ СИНТЕЗА ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А.С. Прытков, М.Н. Сокольский

Показана эффективность применения различных методов поиска и оптимизации к синтезу оптических систем. Приведены результаты сравнения указанных методов в различных задачах.

В процессе исследований по теме диссертационной работы автором был разработан метод синтеза оптических систем, построенный на принципе работы генетических алгоритмов [1]. Выявлены условия и значения внутренних параметров, при которых данный метод наиболее эффективен.

В то же время отдельный интерес представляет исследование результативности данного метода в задачах различной сложности, а также его сравнение с другими способами получения заданных характеристик оптических систем.

В связи с этим был проведен анализ применения к синтезу оптических систем методов случайного поиска, случайного поиска с применением локальной оптимизации, метода имитации отжига, генетических алгоритмов.

Традиционные методы поиска и оптимизации могут быть разделены на две основные группы: прямые методы и методы, основанные на использовании градиентов [2, 3]. В прямых методах при определении направления поиска используются только оценочная функция и функции ограничений, в то время как в градиентных методах используются первые и, часто, вторые производные этих функций. Вследствие неиспользования информации о производных прямые методы обычно медленны и требуют большого объема вычислений для обеспечения сходимости. По той же причине они могут быть использованы для решения широкого круга задач без сильного изменения алгоритма. В то же время градиентные методы обеспечивают быструю сходимость к оптимальному решению, но являются неэффективными в недифференцируемых и дискретных задачах. Кроме того, большинство традиционных прямых и градиентных методов имеют несколько общих недостатков:

- сходимость к оптимальному решению зависит от выбора начального приближения;
- большинство алгоритмов имеют тенденцию останавливаться возле субоптимального решения;
- алгоритмы, работающие эффективно при решении одной задачи поиска или оптимизации, обычно неэффективны при решении других задач;
- неэффективность в решении проблем с участием дискретных переменных;
- неэффективность при использовании в системах параллельных вычислений.

Генетические алгоритмы представляют собой методы поиска, имитирующие процесс естественного отбора и выживания сильнейшего [4–12]. Нахождение приемлемого решения некоторой задачи (например, нахождения минимума какой-либо функции) в процессе работы генетических алгоритмов начинается с генерирования случайного набора потенциальных решений задачи. Далее происходит манипулирование данным набором посредством так называемых генетических операторов. Генетические операторы используют текущий набор решений для воспроизводства нового набора. Каждому решению присваивается определенное значение приспособленности, которая представляет собой численное выражение того, насколько хорошим является данное решение. Главная идея заключается в выборе для воспроизводства решений с наибольшей приспособленностью и последующим

применением к ним генетических операторов с целью получения нового набора решений. Посредством операторов рекомбинации и мутации из текущего набора генерируются все более приспособленные решения. Такой процесс продолжается до тех пор, пока не будет найдено приемлемого решения. Генетические алгоритмы имеют много преимуществ над другими методами поиска в сложных задачах. Они обладают способностью избегать сходимости к локальному субоптимальному решению и могут оперировать переменными различных типов (действительными, дискретными или смешанными).

Метод имитации отжига основан на аналогии из термодинамики, а именно остывании и отжиге металлов [7]. Метод имитации отжига решает поставленную задачу, начиная с анализа заданной начальной точки в пространстве поиска, с последующим переходом от одной точки к другой до тех пор, пока он не достигнет оптимума. На каждом шаге итерации метод имитации отжига на основе предыдущей генерирует новую точку. Затем он переходит к этой точке, превращая ее в текущую с вероятностью P , где $P = 1$, если новая точка лучше, чем текущая, или $0 \leq P \leq 1$, если новая точка хуже текущей.

Вероятность P , с которой метод имитации отжига переходит к худшей точке, велика на начальных стадиях поиска и уменьшается с течением процесса. Метод имитации отжига подобен генетическим алгоритмам в отношении способности выхода из локальных оптимумов. Сформулируем их главные различия.

- Метод имитации отжига исследует пространство поиска по некоторому пути (т.е. путем перехода от одной точки в пространстве поиска к другой). На каждом шаге процесса поиска вся его история сконцентрирована в одной текущей точке. В то же время генетические алгоритмы обеспечивают гораздо более полное представление пространства поиска через целую популяцию точек, которые взаимодействуют друг с другом с целью нахождения наиболее оптимальных регионов.
- Метод имитации отжига может быстро переключать свое внимание от одного региона в пространстве поиска к другому. В то же время генетические алгоритмы имеют большую инерцию, и им требуется большее время для перехода к другому региону.

В данном исследовании проводилось сравнение таких методов получения оптических систем, которые можно было бы отнести к методам синтеза, т.е. к таким методам, которые не требуют приемлемой отправной точки для начала процесса поиска.

Исследования проводились на базе программного комплекса "ZEMAX". В нем имеется возможность подключения внешних программных блоков, способных производить манипуляции с оптической системой и использовать возможности комплекса по анализу различных характеристик системы.

Целью анализа было сравнение эффективности различных методов синтеза оптических систем, границ их применимости и выбор оптимальных значений параметров, определяющих их работу.

В качестве объектов исследования были выбраны два набора характеристик оптических систем. Один из них должен был показать эффективность различных методов в решении достаточно несложной задачи, т.е. задачи с маломерным пространством поиска. Другой же, наоборот, был предназначен для имитации достаточно сложной задачи.

Помимо характеристик качества изображения, в оценочную функцию обеих задач был добавлен набор ограничений, предназначенных для получения физически и технологически реализуемых оптических систем. К таким ограничениям относились минимально допустимые значения радиусов кривизны поверхностей, осевых

расстояний, толщин линз по краю, воздушных промежутков по краю, максимальная общая длина системы, минимальное значение заднего отрезка

Первым и наиболее простым исследованным методом являлся метод случайного поиска. Хотя данный метод с очень высокой степенью вероятности должен был уступить по эффективности остальным трем, все же было проведено его исследование. Главным образом это продиктовано необходимостью сравнения остальных методов с некоторым базовым, не использующим вспомогательных приемов повышения эффективности поиска. Единственным отличием исследованного метода от полностью случайного являлся способ генерирования каждой системы. Данный процесс для ускорения поиска отбрасывал заведомо неприемлемые варианты решения путем подбора таких значений радиусов кривизны и осевых расстояний, которые не противоречили бы участвующим в оценочной функции ограничениям.

Вторым исследованным методом являлась модификация первого метода. В ней на каждом шаге, т.е. после создания случайным образом полученной системы с учетом ограничений, осуществлялся запуск процесса локальной оптимизации. В качестве такого процесса использовался процесс оптимизации демпфированным методом наименьших квадратов. Переход к следующей системе осуществлялся только после остановки процесса сходимости, т.е. после достижения точки локального оптимума.

Следующим исследованным методом был метод, основанный на использовании генетических алгоритмов. При этом для представления переменных, т.е. радиусов кривизны и осевых расстояний, использовалась общепринятая схема бинарного кодирования. В данном варианте кодирования все переменные задачи представлены в виде двоичных строк фиксированной длины и могут быть объединены в одну большую строку, полностью представляющую одно из решений.

В качестве оператора рекомбинации использовался его двухточечный вариант. Такой выбор обусловлен анализом применения различных модификаций оператора к синтезу оптических систем, проведенного автором ранее. При этом данный вариант рекомбинации показал себя наиболее эффективным. В этом случае при создании представителей следующего поколения решений потомки создаются путем разделения родителей в двух позициях и последующего обмена между ними частями, ограниченными этими точками.

Оператор мутации для прозрачности анализа был выбран постоянным во времени, т.е. вероятность изменения строки, представляющей решение, сохранялась постоянной в течение всего времени работы процесса поиска. При реализации мутации производился выбор двух случайных позиций раздела строки, представляющей решение, после чего между ними значение каждого бита выбиралось случайным образом. Затем измененная таким образом строка помещалась в следующее поколение.

Процесс формирования следующего поколения начинался с отбора наилучшей половины решений, которые сразу помещались в новый набор. Затем из отобранных строк создавались пары, к которым применялась рекомбинация. Полученные таким образом потомки дополняли новое поколение до его полного заполнения.

Последним исследованным методом был метод имитации отжига. Как и при применении генетических алгоритмов, для прозрачности анализа значение вероятности перехода к худшей точке в процессе поиска сохранялось постоянным.

В качестве набора исходных характеристик, предназначенных для анализа эффективности методов поиска в относительно несложной задаче, выступали следующие параметры видеообъектива: количество поверхностей – 6, количество склеенных компонентов – не допускалось, фокусное расстояние – 100 мм, диафрагменное число – 3,5, величина изображения – 6 мм.

В результате работы каждого метода в течение фиксированного времени с данными исходными характеристиками были получены значения итоговой оценочной функции, представленные в табл. 1.

Метод поиска	Значение полученной оценочной функции
Случайный	2,375516
Случайный с применением демпфированного метода наименьших квадратов	0,263146
Генетические алгоритмы	0,116897
Имитация отжига	0,126737

Таблица 1. Значения итоговой оценочной функции для несложной задачи

При исследовании различных методов в применении к достаточно сложной системе также использовались характеристики видеообъектива: количество поверхностей – 13, количество склеенных компонентов – не более 2, фокусное расстояние – 4,6 мм, диафрагменное число – 0,85, величина изображения – 6 мм.

В результате работы каждого метода в течение также фиксированного, но более продолжительного времени, с данными исходными характеристиками были получены данные, представленные в табл. 2.

Метод поиска	Значение полученной оценочной функции
Случайный	5,013894
Случайный с применением демпфированного метода наименьших квадратов	0,994234
Генетические алгоритмы	0,035516
Имитация отжига	0,095614

Таблица 2. Значения итоговой оценочной функции для сложной задачи

Полученные результаты показывают, что в любом классе задач современные методы поиска существенно превосходят методы, основанные на случайном переборе пространства параметров. Кроме того, полученные в результате работы двух последних методов варианты оптических систем обладают весьма хорошими характеристиками, получение которых традиционными методами заняло бы значительно большее время.

Главное различие в результатах исследования систем различной сложности состоит в значительном превосходстве метода, основанного на генетических алгоритмах, над методом имитации отжига по мере усложнения синтезируемой оптической системы. В связи с этим можно сделать вывод, что в многомерных пространствах поиска при синтезе оптических систем наибольшее значение имеет наличие информации о широком регионе в этом пространстве, а не скорость перемещения в нем от одного варианта решения к другому

Литература

1. Прытков А.С. Оптимальное кодирование при синтезе оптических систем с помощью генетических алгоритмов. // Современные технологии: сборник научных статей / Под ред. С.А. Козлова и В.О. Никифорова, СПб: СПбГИТМО(ТУ), 2002. С. 126–130.

2. Родионов С.А. Автоматизация проектирования оптических систем. Л.: Машиностроение, 1982. 272 с.
3. Слюсарев Г.Г. Методы расчета оптических систем. Л.: Машиностроение, 1969. 672 с.
4. Kalyanmoy Deb. Genetic Algorithm in Search and Optimization. Indian Institute of Technology, Kanpur, India, 1998.
5. Khaled M. Rasheed. Genetic Algorithms for Continuous Design Optimization. The State University of New Jersey, New Brunswick, New Jersey, USA, 1998.
6. Darrell Whitley. A Genetic Algorithm Tutorial. Colorado State University, Fort Collins, Colorado, USA, 1993.
7. Oliver J. Sharpe. Towards a Rational Methodology for Using Evolutionary Search Algorithms. University of Sussex, Brighton, East Sussex, Great Britain, 2000.
8. V. Scott Gordon, Darrell Whitley. Serial and Parallel Genetic Algorithms as Function Optimizers. Colorado State University, Fort Collins, Colorado, USA, 1993.
9. Terry Jones. Genetic Algorithms and Heuristic Search. Santa Fe Institute, Santa Fe, NewMexico, USA, 1995.
10. Jeffrey Horn. Genetic Algorithm Difficulty and the Modality of Fitness Landscapes. University of Illinois, Urbana, Illinois, USA, 1994.
11. Ulrich Bodenhofer. Genetic Algorithms: Theory and Applications. Institut für Algebra, Stochastik und wissensbasierte mathematische Systeme Johannes Kepler Universität, Linz, Austria, 2001.
12. John R. Koza. Genetic Programming. Stanford University, Stanford, California, USA, 1997.

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ТОНКИХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЛОЕВ ОПТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Н.Н. Карасев, А.О. Шакин

Работа посвящена возможности использования метода нарушенного полного внутреннего отражения (НПВО) для анализа структуры тонких диэлектрических слоев полученных методами физического осаждения. Дополнительно структура образцов исследовалась на растровом электронном микроскопе (РЭМ). Анализ картины рассеяния и определение вида индикатрисы рассеяния позволит проводить неразрушающий контроль структуры полученных покрытий.

Знание структуры тонких пленок, полученных из различных материалов и при разных технологических параметрах (скорость осаждения, температура и качество очистки поверхности подложки) и методах осаждения, важно при расчете и математическом моделировании оптических и физико-механических характеристик покрытий. Кроме этого, важно знать, как связана структура полученных покрытий с изменением показателя преломления и главного показателя поглощения, а также вариацией толщины слоя по поверхности элемента.

Микроструктуры тонких пленок обычно исследуется методами туннельной электронной микроскопии, ОЖЕ-спектроскопии, дифракции отраженных быстрых электронов, рентгеноструктурного анализа и т.д. К недостаткам этих методов можно отнести дорогое и сложное оборудование, необходимость изготовления специальных образцов, сложные методики определения микроструктуры, возможность одновременного исследования лишь небольшого участка пленки.

Из оптических методов наиболее распространены эллипсометрия, спектрофотометрия, метод нарушенного полного внутреннего отражения (НПВО). Эти методы используются для исследования спектральных характеристик, определения оптических постоянных пленок и могут дать лишь косвенные данные о структуре покрытия. Использование эффекта НПВО базируется на проникновении световой волны из оптически более плотной в менее плотную среду на глубину порядка длины волны. Нарушение полного внутреннего отражения при исследовании тонких слоев связано с тем, что коэффициент отражения от границы раздела двух сред становится меньше единицы вследствие наличия поглощающих неоднородностей и напряжений в слое. Достоинствами метода НПВО являются применимость к сильно поглощающим средам. Амплитуда поля, проникшего в другую оптическую среду, затухает по экспоненциальному закону, в зависимости от глубины проникновения.

В работе [1] был предложен контроль прозрачных пленок методом комбинационного рассеяния света (КРС). Исследовались пленки TiO_2 и смесь $\text{TiO}_2 + \text{SiO}_2$, полученные на подложке из пирекса, методом осаждения из коллоидного раствора с последующим отжигом в атмосфере кислорода при температуре 550 °С и 650 °С, соответственно. Пленки имели толщину 83 нм и 20 нм, соответственно. Коэффициент ослабления лазерного излучения составил для обеих пленок при волноводном распространении не менее 1 Дб/см. Спектры КРС пленок показали наличие кристаллической и аморфной фаз. Диаметр кристаллитов (приблизительно 4,5 нм), рассчитанный исходя из рамановского смещения частоты КРС ($\omega = 33 \text{ см}^{-1}$), совпал с результатами последующего исследования отделенной от подложки пленки методом просвечивающей электронной микроскопии.

Нами были исследованы образцы на установке, схема которой показана на рис.1.

У рассмотренного выше оптического метода контроль измеряемых параметров производится на достаточно большой площади поверхности образца. В предлагаемой нами схеме метода НПВО рассеянный свет наблюдается в поляризационный микроскоп, причем наблюдаемая площадь имеет малую величину, что позволяет

контролировать образцы разных размеров равномерно по всей поверхности. Площадь поверхности, наблюдаемая в микроскоп, определяется увеличением объектива и окуляра поляризационного микроскопа. В качестве источника излучения используется He-Ne лазер ($\lambda=632,8$ нм.). Диаметр зондирующего пучка составляет 0,5 мм. Предлагаемый метод позволяет точно определить размеры и количество проколов (дырок), а также величину и ориентацию поликристаллов в исследуемой пленке.

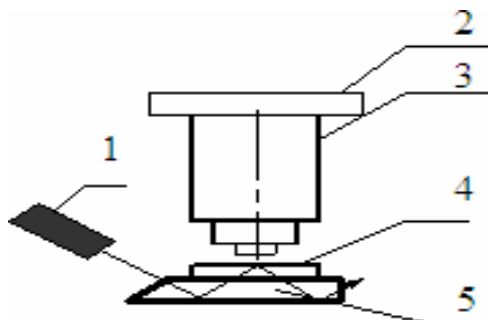


Рис. 1. Схема установки: 1– источник излучения, 2 – ПЗС-камера, 3 – поляризационный микроскоп, 4 – исследуемый образец, 5 – пластина для ввода излучения

Исследуемые покрытия изготовлены на установке ВУ-1А при давлении в камере во время нанесения $\sim 10^{-3}$ Па. На установке были изготовлены образцы двух конструкций:

конструкция 1 – П В 2Н В, конструкция 2 – П 2Н В, где В – четвертьволновый слой ZrO_2 с показателем преломления $n=1,92$, Н – четвертьволновый слой NaCl с показателем преломления $n=1,53$, $\lambda_0=550$ нм. Подложка – стекло К8. Оптическая толщина слоев контролировалась фотометрическим методом.

Температура подложки и давление в каждом эксперименте для всех образцов были одинаковыми, отличались лишь скорость конденсации и угол поступления паров. В экспериментах № 1 и № 2 осаждение проводилось на подложку, имеющую температуру 18 °С, в эксперименте № 3 производился ее нагрев до температуры 300 °С. Угол поступления паров на приемную поверхность для слоя ZrO_2 – отрицательный, если его отсчитывать от нормали к поверхности к направлению распространения потока паров, а для слоя NaCl – положительный (за положительное принято такое направление, когда отсчет угла от нормали к направлению распространения потока паров ведется против часовой стрелки).

№	Температура поверхности подложки (°С)	Диапазон изменения угла поступления паров $\alpha_1 - \alpha_2$ (град)		Изменение толщины пленки min-max (нм)		Скорость роста пленки min-max (нм/мин)	
		ZrO ₂	NaCl	ZrO ₂	NaCl	ZrO ₂	NaCl
1	18	(0)-(-33.5)	0 - 39	63-85	128-205	21-28	45-73
2	18	(0)-(-39.6)	0-46.7	54-90	116-250	16-26	30-65
3	300	(0)-(-39.6)	0-46.7	54-90	116-250	16-26	30-65

Таблица 1. Диапазон изменения угла конденсации, распределение толщины пленки и скорости осаждения в зависимости от угла поступления паров

Диапазон изменения угла конденсации, распределение толщины пленки и скорости осаждения в зависимости от угла поступления паров сведены в табл. 1. При этом следует отметить, что максимальной скорости осаждения и толщине пленки ZrO_2 соответствует минимальное значение толщины и скорости осаждения пленки $NaCl$.

Для исследования влияния атмосферы на свойства покрытия у полученных образцов исследовались спектральные характеристики на спектрофотометре СФ-26 в диапазоне 400–1100 нм после нанесения покрытия и через неделю. Измерения проводились относительно чистой подложки из того же материала, из которого изготовлена подложка, на которую наносилось покрытие, поэтому из полученных значений пропускания надо вычесть потери на каждой поверхности подложки.

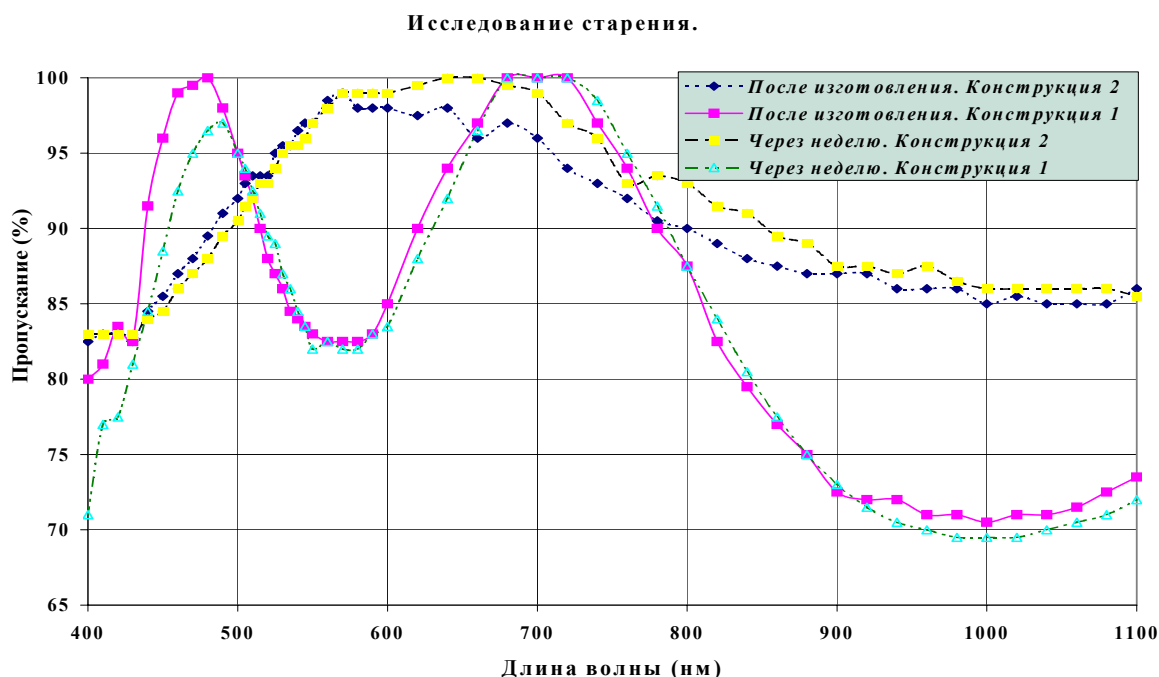
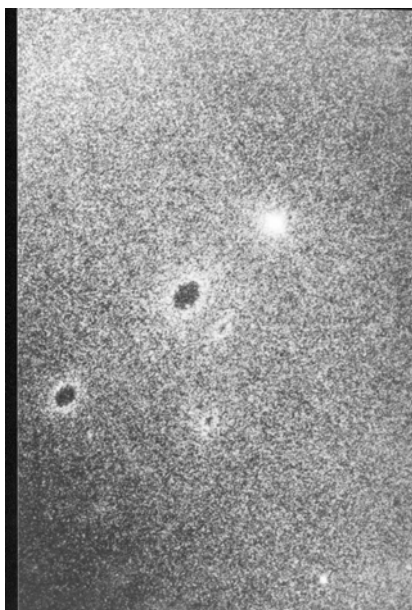


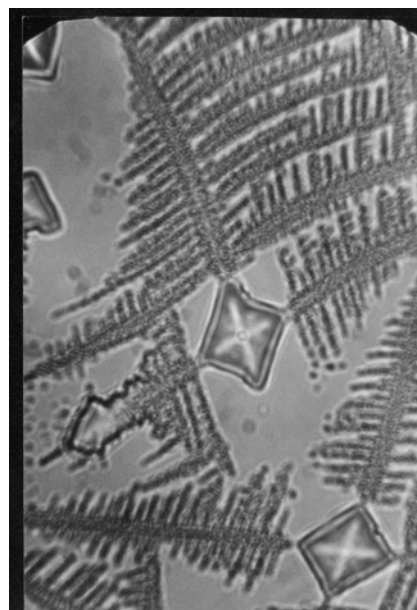
Рис. 2. Спектральные характеристики конструкции 1 и 2

Изменений спектральных характеристик у покрытия конструкции 1 замечено не было, у покрытий конструкции 2 было замечено смещение спектральных характеристик в ИК область, возможно, это связано с десорбцией воды с поверхности подложки в пленку $NaCl$. Для уточнения данных, полученных методом НПВО, и последующей разработки математической модели рассеяния света в покрытии свободные пленки ZrO_2 исследовались методом просвечивающей электронной микроскопии (РЭМ). Некоторые из фотографий, полученных, методом НПВО и РЭМ, представлены на рис. 3, 4.

На фотографии, полученной методом НПВО, наблюдаются область с равномерным полем рассеяния, а также несколько темных и светлых областей, локализованных в разных плоскостях по толщине пленки (при фокусировке объектива микроскопа границы одних областей становятся более резкими, у других – менее резкими). Наличие темных областей свидетельствует о том, что рассеяние в этих зонах практически не происходит, также это может свидетельствовать об отсутствии покрытия. На фотографии, полученной в проходящем свете, ясно виден рисунок травления $NaCl$, видны несколько кристаллитов, размер которых $\sim 7000 \times 7000$ нм. Кристаллиты по-разному повернуты, но все они имеют форму косоугольного октаэдра, направленного одной из вершин по нормали к плоскости фотографии. Структуры пленок $NaCl$ и ZrO_2 взаимосвязаны друг с другом.



а

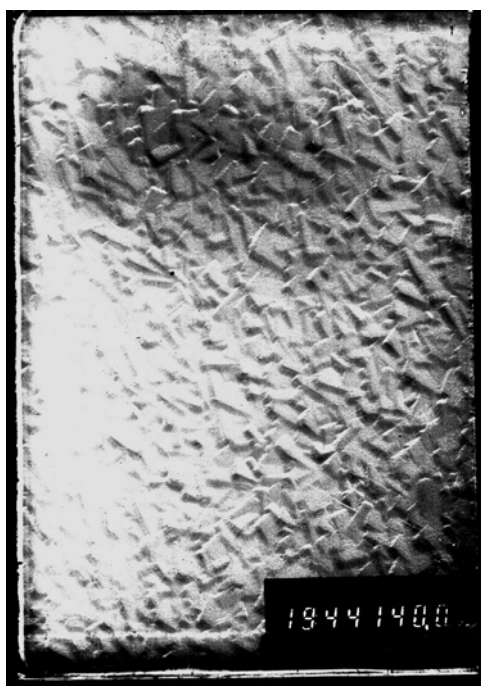


б

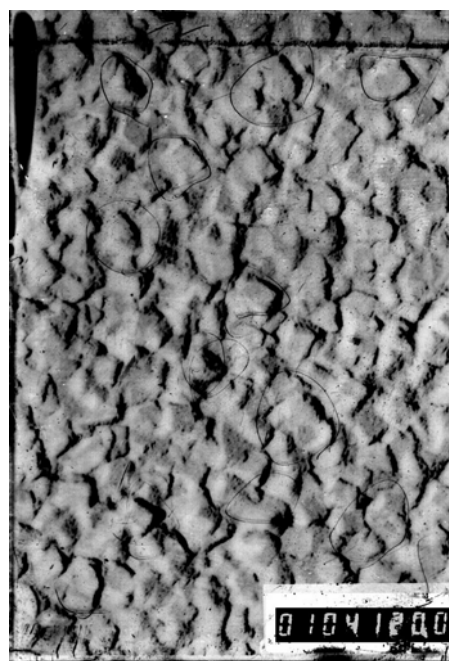
Рис. 3. Изображение отдельных участков исследуемых систем (конструкции 2) на установке рис. 1: а – метод НПВО, б – в проходящем свете

40 мкм

40 мкм



а



б

Рис. 4. Изображение поверхности свободной пленки ZrO_2 : а – температура поверхности подложки $18^{\circ}C$, б – температура поверхности подложки $300^{\circ}C$

Кроме того, анализ свободных пленок ZrO_2 , полученных растворением подслоя $NaCl$ в воде, проводился на растровом электронном микроскопе марки ЭМ-125 с

длиной фокусирующей системы $L = 500$ мм при ускоряющем напряжении 100 кВ, увеличение $40000\times$, длина волны $\lambda=37\cdot 10^{-4}$ нм. Разрешение составило 5–6 нм, исследуемая площадь имеет размер 1×1 мкм (для колец микродифракции) и 2×3 мкм для изображения поверхности. На представленных фотографиях (рис. 4) видна поверхность пленки ZrO_2 , которая граничила с пленкой NaCl.

По данным анализа картины дифракции, которые здесь не показаны, можно заключить, что пленки в экспериментах №1 и №2 (табл. 1) получились близкими к аморфным. Об этом свидетельствуют размытые границы дифракционных колец, размеры кристаллитов пленки ZrO_2 не превышают 5–10 нм. Из картины дифракции эксперимента №3 (табл. 1) можно заключить, что пленки также имеют структуру, близкую к аморфной, но размер кристаллитов пленки ZrO_2 увеличились до 20–30 нм, об этом свидетельствуют кольца дифракции, ставшие узкими, с более ясными границами.

Поверхность пленки ZrO_2 , граничащая с NaCl, в экспериментах №1 и №2 имеет вид ступенек различной формы и размера (параллелепипед, куб, косой параллелепипед), развернутых преимущественно в одном направлении. Размер кристаллитов – 100×80 нм (85% от общего количества). Доля кристаллитов среднего размера ($50\times 37,5$ нм) составляет 15%.

Поверхность в эксперименте №3 имеет вид ступенек, повернутых в одном направлении, форма ступенек ближе к кубу, ступеньки почти не различаются по высоте. Доля кристаллитов среднего размера (160×120 нм) составляет 95%, а кристаллитов размера 75×50 нм – 5%.

Из проведенных экспериментов можно заключить, что увеличение температуры подложки приводит к увеличению размера кристаллитов. Средний размер кристаллитов увеличился примерно в 1,7 раза. По размеру дифракционных колец на представленной фотографии эксперимента №3 были получены данные о микроструктуре, представленные в табл. 2.

Ориентации плоскостей (hkl)	Расстояние между плоскостями d_{hkl} (нм)
100	0,51
011	0,369
111	0,319
111	0,285
002	0,213
200	0,255

Таблица 2. Характеристики микроструктуры пленок

Из полученных данных можно заключить, что полученная пленка имеет моноклинную сингонию.

Для дальнейшего исследования структуры слоев ZrO_2 методом НПВО исследовалось рассеяние в полученных образцах следующей конструкции: П 6В 3Н, $\lambda_0=632,8$ нм, где В – четвертьволновый слой ZrO_2 с показателем преломления $n=1,92$, Н – четвертьволновый слой SiO_2 с показателем преломления $n=1,46$. Подложка – стекло К8. В качестве источника излучения использовался He-Ne лазер ($\lambda=632,8$ нм.) Толщина слоя с высоким показателем преломления подбиралась, исходя из длины волны источника излучения, используемого в измерительной схеме. Изготовленная конструкция близка к симметричному планарному волноводу. Для реализации волноводного распространения излучения в слое толщина слоя не должна быть меньше половины длины волны распространяющегося излучения.

Угол падения излучения на гипотенузную грань призмы больше критического, поэтому практически все излучение отражалось от этой грани и выходило из призмы. Рассеянное излучение, прошедшее через гипотенузную грань призмы, регистрировалось с помощью ФЭУ, для исследований использовался приемник, имеющий максимальную чувствительность в данном диапазоне длин волн. Исследование рассеяния проводилось в диапазоне углов от -90° до $+90^\circ$, за нулевое положение бралась нормаль к поверхности подложки.

Сначала рассеяние определялось от чистой подложки, зафиксированной с помощью иммерсии ($n=1,5154$) на поверхности гипотенузной грани призмы AP-90 (стекло К8), затем на эту подложку наносилось покрытие. Определение сигналов от чистой подложки и подложки с покрытием позволяет сравнить их по интенсивностям и по изменению характера кривой рассеяния (индикатрисы). На рис. 5, 6 представлены индикатрисы рассеяния, полученные от подложки и подложки с покрытием. Рассеяние определялось в восьми различных зонах подложки.



Рис. 5. Индикатриса рассеяния, зарегистрированная от поверхности чистой подложки

Как видно из полученных индикатрис рассеяния, определенных в разных зонах, максимум рассеяния поверхностью чистой подложки практически не смещается и соответствует значению 42° . На индикатрисах рассеяния, полученных от поверхности подложки с покрытием, максимум рассеяния сдвигается на 20° и составляет 64° (рассеяние исследовалось также в различных зонах).

По интенсивности рассеянное излучение поверхностью покрытия примерно в 4 раза больше рассеянного излучения поверхностью чистой подложки. Кроме этого происходит уширение пика кривой рассеяния и появление дополнительных боковых максимумов. Визуально наблюдается увеличение пятна рассеяния в некоторых направлениях, это связано с различной ориентацией поликристаллов, однако зарегистрировать его с помощью ПЗС камеры оказалось невозможным, из-за больших перепадов освещенности объекта наблюдения, которые не регистрируются ПЗС камерой с автоматической регулировкой усиления (APY).

Индикатриса рассеяния при нормальном фиксированном угле падения излучения (чистая призма
+ подложка с покрытием 26.06.2003)

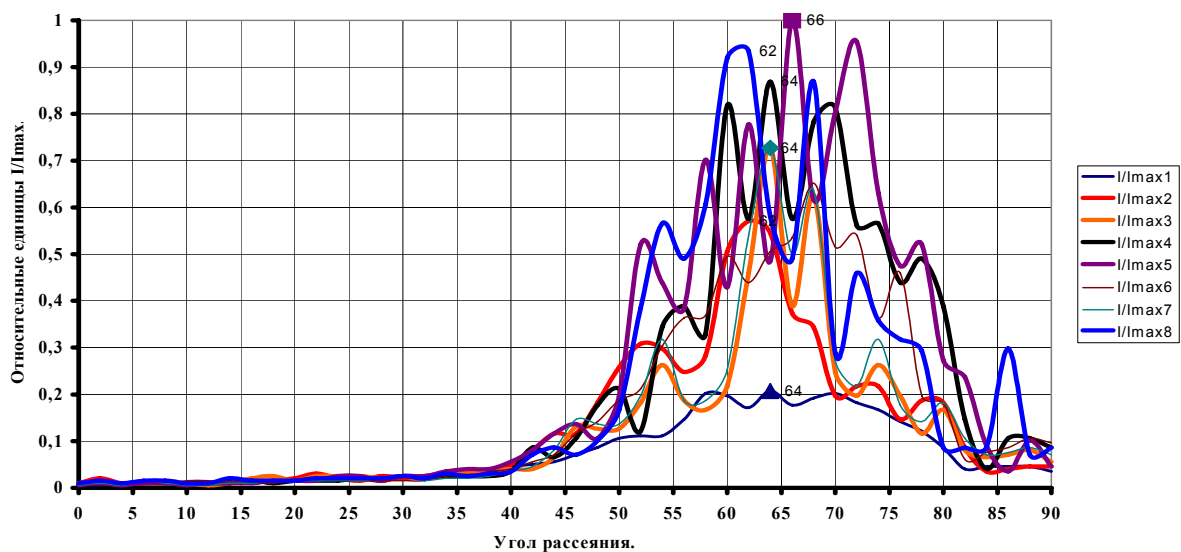


Рис 6. Индикатриса рассеяния, зарегистрированная от поверхности покрытия

В результате работы установлено увеличение размера кристаллитов ZrO_2 с ростом температуры подложки во время осаждения слоя. Показано, что при регистрации рассеянного света, возникающего в пленке при углах падения излучения больше критического, изменение характера рассеяния обусловлено изменением размера кристаллитов.

Литература

1. Барченко В.Т., Быстров Ю.А., Колгин Е.А. Ионно-плазменные технологии в электронном производстве. СПб: Энергоатомиздат, 2001.

АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ГОФРИРОВАННЫХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ОДНОНАПРАВЛЕННОМ СЖАТИИ

С.С. Гвоздев, И.М. Кудрявцева, Л.П. Ильина

Из дифференциальной геометрии, теории абелевых функций и кинематической аналогии Кирхгофа [1] следует, что как деформации оболочек, так и их колебания описываются уравнениями, эквивалентными уравнениям движения тяжелого деформируемого тела около неподвижной точки, происходящего под действием внешних сил.

В предлагаемом подходе сильфон рассматривается как цилиндрическая оболочка конечной длины и толщины. Внешние и внутренние образующие такого цилиндра представляют собой упругие кривые Эйлера [2] или их модификации, определенные методом кинематической аналогии, где в качестве изображающей динамической системы рассматривается гироскопический шар Д.К. Бобылева [3]. Таким образом, сильфон определяется как цилиндрическое тело конечного объема, ограниченное поверхностью [4]

$$(y^2 + z^2)^2 - 2(a^2 + r^2)(y^2 + z^2) + (a^2 - r^2)^2 = 0, \quad (1)$$

где a – радиус средней окружности сечения цилиндра плоскостью YOZ (рис. 1),

$$a = r_{0i} - 2\varepsilon_i b_i \operatorname{sn} \left\{ \frac{2}{b} [E(u + K) - E] - \frac{x}{b} \right\}, \quad i = 1, 2, \quad r_{01} = a + r, \quad r_{02} = a - r, \quad (2)$$

r – половина толщины стенки цилиндра; b – отношение момента инерции гироскопа в шаре к силе, которой шару сообщается движение; E – полный эллиптический интеграл II рода; $E(u + K)$ – эллиптический интеграл II рода; K – полный эллиптический интеграл I рода; ε – эксцентриситет эллипса, тригонометрические функции которого определяют упругие кривые Л. Эйлера.

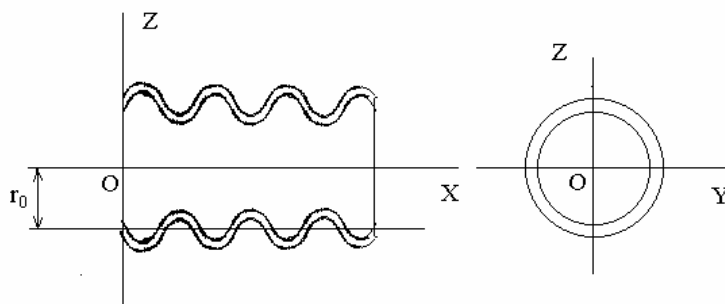


Рис 1. Схематическое изображение сечений сильфона

В работе [5] нами было построено уравнение, описывающее однонаправленные торцевые деформации цилиндрической гофрированной оболочки с помощью эллиптических функций:

$$\frac{dW}{d\varepsilon} = D \left(\frac{1}{r_0 + CSn\bar{u}} + \frac{A}{B^{3/2}} \right) \left[\frac{A'B - \frac{3}{2}AB'}{B^{5/2}} - \frac{C'Sn\bar{u} + CD_\varepsilon Sn\bar{u}}{(r_0 + CSn\bar{u})^2} \right] -$$

$$- 2(1 - \sigma) \left[\frac{A'(r_0 + CSn\bar{u}) - A(C'Sn\bar{u} + CD_\varepsilon Sn\bar{u})}{(r_0 + CSn\bar{u})^2 B^{3/2}} - \frac{\frac{3}{2}AB'}{(r_0 + CSn\bar{u})B^{5/2}} \right], \quad (3)$$

где

$$A' = \sum_{n=1,3} (A'_n Sn^n \bar{u} + nA_n Sn^{n-1} \bar{u} D_\varepsilon Sn\bar{u}),$$

$$B' = \sum_{p=0,2,4} (B'_p Sn^p \bar{u} + pB_p Sn^{p-1} \bar{u} D_\varepsilon Sn\bar{u}),$$

$$A'_1 = 2b\varepsilon^2 (3 - 5\varepsilon^2),$$

$$A'_3 = 4b(10\varepsilon^4 - 3\varepsilon^2 - 1),$$

$$B'_0 = -4b^{4/3} \varepsilon (1 - \varepsilon^2),$$

$$B'_2 = -4b^{8/3} (\varepsilon^4 - 2\varepsilon^2 + 1),$$

$$B'_4 = -16b^{13/3} \varepsilon,$$

Уравнение (3) получено посредством дифференцирования по эксцентриситету ε , который определяет геометрию упругой кривой Эйлера – образующей сильфона, уравнения Кельвина [1]:

$$W = 2DH^2 - 2(1 - \sigma)K; \quad (4)$$

где $D = \frac{Eh^3}{12(1 - \sigma^2)}$ – цилиндрическая жесткость; $K = \frac{1}{R_0 R_l}$ – гауссова кривизна

поверхности; $H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_l} \right)$ – средняя кривизна поверхности; $\frac{1}{R_0}$ и $\frac{1}{R_l}$ – главные кривизны изучаемой поверхности, выражающиеся через эллиптические функции (см. [5]), E – модуль Юнга материала, из которого сделан упругий элемент; $\sigma = 0.3$ – коэффициент Пуассона; h – толщина оболочки;

Построим уравнения, описывающие поведение линейных характеристик сильфона, длины дуги образующей и длины самого сильфона при однонаправленном сжатии (растяжении).

Длина дуги образующей поверхности (1) определяется как

$$l = b \operatorname{am} u, \quad (5)$$

где $\operatorname{am} u$ – обозначение Якоби аргумента тригонометрической функции эллипса:

$$\varphi = \operatorname{am} u$$

Полная длина сильфона определяется произведением:

$$L = 2bN(2E - K), \quad (6)$$

где N – число гофров сильфона,

$$K = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1 - x^2)(1 - \varepsilon^2 x^2)}};$$

$$E = \int_0^1 \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2 x^2} dx}{\sqrt{1-x^2}};$$

Так как полная длина сильфона и длины дуг кривых, лежащих на поверхности (1), выражаются через эллиптические функции и интегралы, то искомые уравнения аналитического описания измеряемых линейных характеристик (5) и (6) сильфона при однонаправленной деформации можно получить дифференцированием уравнений (5) и (6) по эксцентриситету ε , как и уравнение (3) в работе [4].

$$\frac{\partial(amu)}{\partial \varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon(1-\varepsilon^2)} \left[-D_u dnu + (Z - k^2 u) dnu \right] \quad (7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \varepsilon} = 2bN \left[\frac{2E-3K}{\varepsilon} - \frac{E}{\varepsilon(1-\varepsilon^2)} \right] \quad (8)$$

где $D_u dnu = -k^2 snu \cdot cnu$; $Z = E(u) - \frac{E}{K}u$

Уравнения (7) и (8) описывают изменение линейных параметров сильфона при сжатии (растяжении).

Разрешимость дифференциального уравнения (3), описывающего деформации сильфона, а также уравнений (7) и (8), определена свойствами эллиптических функций, симметрией полной системы классических конических сечений и существованием сохраняющихся величин или интегралов движения, часть которых и определена соотношением Лежандра [6]:

$$EK' + KE' - KK' = \frac{\pi}{2}, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} K &= \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-\varepsilon^2 x^2)}}; \\ K' &= \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-\varepsilon'^2 x^2)}}; \\ E &= \int_0^1 \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2 x^2} dx}{\sqrt{1-x^2}}; \\ E' &= \int_0^1 \frac{\sqrt{1-\varepsilon'^2 x^2} dx}{\sqrt{1-x^2}}; \\ \varepsilon + \varepsilon' &= 1. \end{aligned}$$

Данные, полученные в результате расчета, можно легко проверить, пользуясь техническим оснащением и результатами эксперимента, представленными в работе [7].

Литература

1. Ляв А. Математическая теория упругости. М.- Л.: ОНТИ, 1935. С 416–421.
2. Эйлер Л. Приложение I. Об упругих кривых. В кн.: Метод нахождения кривых линий, обладающих максимумами и минимумами. М.- Л.: ГТТИ, 1934. С.447–572.
3. Жуковский Н.Е. О гироскопическом шаре Д. К. Бобылева // Собрание сочинений. М.-Л.: ГИТТЛ, 1948. Том 1. С.352–367.

4. Рыбакова Н.А., Гвоздев С.С., Ильина Л.П., Ткалич В.Л., Применение теории абелевых функций к изучению полей напряжений и деформаций в сильфонах, вызванных действием внешних периодических торцевых и боковых нагрузок // Тезисы Международной конференции Российской академии наук и Академии нелинейных наук "Нелинейные науки на рубеже тысячелетий" СПбГИТМО(ТУ). СПб, 22.06–25.06.1999. С. 25.
5. Кудрявцева И.М., Ильина Л.П., Гвоздев С.С., Мануйлов К.В. Аналитическое описание колебаний цилиндрических гофрированных оболочек // Труды Пятой сессии международной научной школы "Фундаментальные и прикладные проблемы теории точности процессов, машин, приборов и систем". СПб, 27.06–5.07.2002. С. 141–147.
6. Ахиезер Н.И. Элементы теории эллиптических функций. М: Наука, 1970.
7. Gvozdev S.S., Tkalich V.L., Suroviy I.S. About Application possibility of optical methods at sylphons testing // III International Conference "IENS–2002". Proceedings. St. Petersburg, November 4-6, 2002 // St. Pts., 2002. P. 76–79.

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩЕГО СВОБОДНЫЕ И ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ МАЯТНИКА С ТРЕНИЕМ В ТОЧКЕ ПОДВЕСА

В.А. Иванов, К.В. Мануйлов, Д.В. Несмачный

Уравнение, описывающее движение маятника с трением в точке подвеса, получается из уравнения, описывающего движение маятника в сопротивляющейся среде,

$$A \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + B_1 \frac{d\varphi}{dt} + B_2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + C \sin \varphi = \begin{cases} 0 \\ F(t) \end{cases}, \quad (1)$$

посредством обращения в нуль коэффициента B_2 , т.е. имеет вид

$$A \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + B_1 \frac{d\varphi}{dt} + C \sin \varphi = \begin{cases} 0 \\ F(t) \end{cases}. \quad (2)$$

Решения этих уравнений при некоторых ограничениях (величина размаха) были впервые получены И. Ньютоном во II книге "Начал" [1]. Им же посвящен целый цикл мемуаров Л. Эйлера, где описаны таутохронные кривые для маятников, движения которых задаются уравнениями (1) и (2) [2].

О необходимости построения точных решений уравнения (2) писал Д.И. Менделеев в связи с задачами службы времени и измерением силы тяжести [2], а А.Н. Крылов построил решения уравнений вида (1) и (2) в круговых функциях в своей монографии "Качка корабля" [3].

Построение точных решений этих уравнений является также актуальным, поскольку трудно обозримое множество измерительных приборов, таких как магнитометры, гравиметры, акселерометры и тому подобные, имеет чувствительные элементы, движение которых описывается уравнением (2). Это же уравнение описывает рабочий режим реле – как ток в электрической цепи, так и движение контактной группы.

Уравнение вида (1) возникает при определении, например, одного из трех углов Эйлера по двум другим в задачах ориентации спутников и их гирокомпасировании [4]:

$$\frac{d^2 \psi}{dt^2} + \left(k_2 - \frac{\frac{d\Omega}{dt} \cos \psi}{k_1 + \Omega \cos \psi} \right) \frac{d\psi}{dt} + \frac{\Omega \cos \psi}{k_1 + \Omega \cos \psi} \left(\frac{d\psi}{dt} \right)^2 + \Omega (k_1 + \Omega \cos \psi) \sin \psi = 0, \quad (3)$$

где ψ – угол рыскания спутника, Ω – угловая скорость орбитального движения спутника.

Однако, несмотря на развитие методов анализа, в частности, теории эллиптических и абелевых функций, уравнения (1) и (2) решаются исключительно посредством упрощений, которые можно подразделить на два класса:

1. подстановка в уравнения (1) и (2) отрезков рядов Фурье;
2. отбрасывание ввиду малости тех или иных слагаемых, входящих в уравнение, и замена функции $\sin \varphi$ на угол φ [5, 6].

Как правило, для построения решения используются оба класса упрощений.

Первая попытка получить аналитическое описание, адекватное наблюдаемому движению, была предпринята одним из авторов посредством представления решения уравнения вида (2) эллиптической функцией Вейерштрасса [7], что позволило правильно определить порядок кривой, представляющей движение контактной группы в реле как функцию времени, хотя построенное решение не было точным.

В данной же работе строится точное решение уравнения (2) методом теории эллиптических функций [8].

Построение начнем с рассмотрения движения маятника по инерции, описывающегося уравнением

$$ml \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + mg \sin \varphi = 0, \quad (4)$$

так как решение последнего определяет строго периодическое движение, период которого с достаточно большой точностью был впервые определен Х. Гюйгенсом всем известной формулой

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (5)$$

Гюйгенс решал уравнение (4), полагая отклонения маятника от положения равновесия столь малыми, что функция $\sin \varphi$ могла быть принята равной самому углу φ . На самом деле решение уравнения (4) определено функцией

$$\varphi = 2 \arcsin [\varepsilon \operatorname{sn}(u, \varepsilon)], \quad (6)$$

где $\operatorname{sn}(u)$ – эллиптическая функция Якоби, аргумент u которой пропорционален времени,

$$u = \sqrt{\frac{g}{l}} (t - t_0), \quad (7)$$

а ε – эксцентриситет кинематического эллипса, отображением на который движение маятника спрямляется последующим отображением на окружность. При движении маятника по инерции (уравнение (4)) ε есть величина постоянная, выражающаяся через начальное условие – начальный угол отклонения маятника от положения равновесия

$$\varphi_0 = \alpha \quad (8)$$

– равенством

$$\varepsilon = \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (9)$$

Точный период колебаний маятника имеет вид

$$T = 4K \sqrt{\frac{l}{g}} = 4 \frac{\pi}{2} \theta_3^2(\tau) \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \theta_3^2 \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (10)$$

где

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi}}$$

– эллиптический интеграл первого рода, а $\theta_3(\tau)$ (тэта-постоянная) – значение тэта-функции $\theta_3(v)$ при $v = 0$.

Для построения аналитического описания движения маятника в сопротивляющейся среде или же вообще при действии на него каких-либо внешних сил, отклоняющих его движение от чисто периодического, необходимо и достаточно определить функцию (6) как функцию двух переменных – аргумента $u(t)$ и эксцентриситета $\varepsilon(t)$:

$$\varphi = 2 \arcsin [\varepsilon(t) \operatorname{sn}(u(t), \varepsilon(t))], \quad (6')$$

что предопределяет изменение размахов маятника.

При таком определении функции φ ее полная вторая производная по времени имеет вид

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{\partial^2\varphi}{\partial u^2} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \frac{\partial^2\varphi}{\partial u \partial \varepsilon} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right) + \frac{\partial^2\varphi}{\partial \varepsilon \partial u} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right) + \frac{\partial^2\varphi}{\partial \varepsilon^2} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right)^2 + \frac{\partial\varphi}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} \right), \quad (11)$$

где коэффициенты при производных от ε имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial\varphi}{\partial \varepsilon} &= \frac{1}{(1-\varepsilon^2) dnu} \left[-D_u^2 snu + 2(Z-\varepsilon^2 u) D_u snu + (1-\varepsilon^2) snu \right] \\ \\ \frac{\partial^2\varphi}{\partial \varepsilon^2} &= \left\{ \frac{2\varepsilon}{(1-\varepsilon^2)^2 dnu} \left[-D_u^2 snu + 2(Z-\varepsilon^2 u) D_u snu + (1-\varepsilon^2) snu \right] - \right. \\ &\quad - \frac{1}{2\varepsilon(1-\varepsilon^2)^2 dn^2 u} \left[-D_u^2 dnu + 2(Z-\varepsilon^2 u) D_u dnu + \varepsilon^2 dnu \right] \cdot \left[-D_u^2 snu + 2(Z-\varepsilon^2 u) D_u snu + \right. \\ &\quad \left. \left. + (1-\varepsilon^2) snu \right] + \frac{1}{2\varepsilon(1-\varepsilon^2) dnu} \left[-D_u^2 snu + 2(Z-\varepsilon^2 u) D_u snu + (1+3\varepsilon^2) snu \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\varepsilon D_u snu}{(1-\varepsilon^2)} \left[(Z+\varepsilon^2 u) sn^2 u - Z - snu D_u snu - (1-2\varepsilon^2) u + D_u dnu - (Z-\varepsilon^2 u) dnu \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(Z-\varepsilon^2 u)}{2\varepsilon(1-\varepsilon^2)} \left\{ dnu \left[-D_u^2 cnu + 2(Z-\varepsilon^2 u) D_u cnu + \varepsilon^2 cnu \right] + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + cnu \left[-D_u^2 dnu + 2(Z-\varepsilon^2 u) D_u dnu + \varepsilon^2 dnu \right] \right\} - \right. \\ &\quad \left. - 2\varepsilon snu + \frac{1}{2\varepsilon} \left[-D_u^2 snu + 2(Z-\varepsilon^2 u) D_u snu + (1-\varepsilon^2) snu \right] - 4\varepsilon \cdot sn^3 u - \right. \\ &\quad \left. - \frac{3\varepsilon^2 sn^2 u}{\varepsilon(1-\varepsilon^2)} \left[-D_u^2 snu + 2(Z-\varepsilon^2 u) D_u snu + (1-\varepsilon^2) snu \right] \right\} \\ \\ \frac{\partial^2\varphi}{\partial u^2} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 &= 2\varepsilon D_u cnu \\ \\ \frac{\partial^2\varphi}{\partial u \partial \varepsilon} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right) &= \frac{1}{1-\varepsilon^2} \left[-D_u^2 cnu + 2(Z-\varepsilon^2 u) D_u cnu + (1-2\varepsilon^2) cnu \right] \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \\ \\ \frac{\partial^2\varphi}{\partial \varepsilon \partial u} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right) &= \frac{1}{(1-\varepsilon^2) dn^2 u} \left(dnu \left[-D_u^3 snu + 2(Z-\varepsilon^2 u) D_u^2 snu + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (1-3\varepsilon^2 + 2\varepsilon^2 snu) D_u snu \right] - \right. \\ &\quad \left. - \varepsilon^2 snu cnu \left[-D_u^2 snu + 2(Z-\varepsilon^2 u) D_u snu + (1-\varepsilon^2) snu \right] \right) \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right) \end{aligned} \right\} \quad (11')$$

Подставив выражение этой производной в уравнение (4), мы получим в силу строения функции (6'), а именно существования явных алгебраических выражений всех ее производных по u и ε [9], дифференциальное уравнение, в котором неизвестной функцией является $\varepsilon(t)$. Так как эта функция не зависит от других переменных, то уравнение (4) мы можем записать в виде

$$\alpha \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \beta_1 \frac{d\varepsilon}{dt} + \beta_2 \left(\frac{d\varepsilon}{dt} \right)^2 + \delta \varepsilon + C \sin \varphi = 0. \quad (12)$$

Уравнение (12) является уравнением, подобным самому общему уравнению движения маятника в сопротивляющейся среде, так как оно содержит силу сопротивления, пропорциональную скорости движения маятника (силу трения), и силу сопротивления, пропорциональную квадрату скорости его движения.

Однако необходимо учесть, что единственный размерный множитель при производной (11) представляет собой момент

$$[A] = m^1 l^1. \quad (13)$$

Тогда для того, чтобы все слагаемые, входящие в уравнение (12) имели одну и ту же размерность, коэффициент β_1 должен представлять собой отношение момента A к единице времени (возможно, периоду T), а коэффициент δ – отношение момента A к квадрату той же единицы времени T^2 или, в общем случае, – к некоторым линейным и квадратичным функциям времени $f(t)$ и $f^2(t)$.

Так как целью работы является построение описания движения маятника с трением в точке подвеса, упростим последнее уравнение, положив $\beta_2 = 0$ и преобразовав сумму двух последних слагаемых в произведение $\delta \varepsilon + C \sin \varphi = \bar{\delta} \varepsilon$, т.е. приведя его к виду

$$\alpha \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \beta_1 \frac{d\varepsilon}{dt} + \bar{\delta} \varepsilon = 0. \quad (12')$$

Эксцентриситет эллипса ε сам является эллиптической функцией, так как определен отношением

$$\varepsilon = \frac{\theta_2^2}{\theta_3^2}, \quad (14)$$

которое, в предположении его зависимости от времени, представляет собой отношение квадратов тэта-функций

$$\varepsilon = \frac{\theta_2^2(u)}{\theta_3^2(u)}, \quad (15)$$

где u – линейная функция времени, отличающаяся от t постоянным множителем $\frac{1}{K}$.

Подстановка (15) в дифференциальное уравнение (12') преобразует его в алгебраическое уравнение степени 4 относительно ε с изменяющимися во времени коэффициентами

$$\varepsilon^4 + \lambda_1 \varepsilon^3 + \dots + \lambda_4 = 0, \quad (16)$$

в которые, кроме периодических эллиптических функций Якоби – тригонометрических функций эллипса I рода, входят тригонометрические функции эллипса II рода, являющиеся квазипериодическими. Тогда, в зависимости от выбранного знака коэффициента β_1 в уравнении (12'), корни уравнения (16) будут квазипериодическими убывающими или возрастающими функциями времени, что, соответственно, предопределяет аналитическое поведение функции φ – решения уравнения (2).

Характер затухания на самом деле будет зависеть и от поведения функции β_1 , поскольку трение может быть, вообще говоря, либо чисто линейной функцией скорости, либо же иметь так называемые "мягкую" и "жесткую" характеристики.

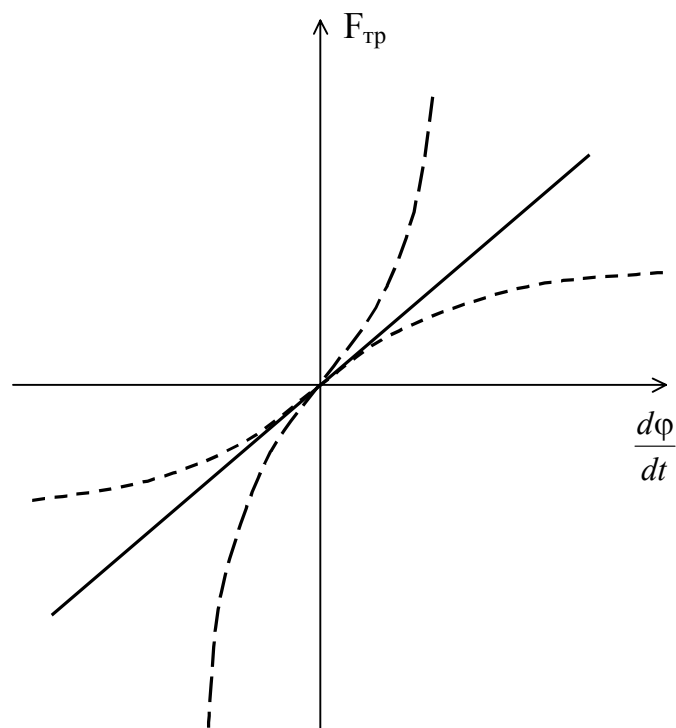


Рис.1. Зависимости силы трения от скорости.

Ввиду того, что аналитическое строение как коэффициента β_1 , так и соответствующих коэффициентов уравнения (16) определено отношениями сложных выражений эллиптических функций I и II рода, из них всегда можно выделить соответствующую реальной характеристике – не обязательно эквивалентной одной из трех, изображенных на рис. 1, – функцию для того, чтобы получить сколь угодно точное описание движения маятника с трением в точке подвеса, полагая, что коэффициент β_1 определяет поведение некоторой совокупности сил, пропорциональных первой степени скорости и нарушающих периодичность движения маятника.

Полученное нами решение задачи движения маятника с трением в точке подвеса позволяет повысить точность описания движения чувствительных элементов чрезвычайно широкого класса измерительных приборов, поскольку движение этих элементов в магнитометрах, гравиметрах, акселерометрах, герконах и т.д. описывается уравнением (12') с ненулевой правой частью.

Так как определением коэффициентов B_1 , B_2 и C как различных функций $\varphi(t)$ из уравнений (1) и (2) получаются все (sic!) дифференциальные уравнения, рассмотренные в монографиях [5,6] (кроме содержащих члены $\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^N$, где $N > 2$), то естественно заключить, что полученное нами решение *mutatis mutandis* является решением всех этих уравнений, кроме уравнения, описывающего колебания маятника переменной длины.

Литература

1. Ньютон И. Математические начала натуральной философии. // Изв. Ник. Морской Академии. Вып. IV, V. Петроград, 1915/1916.
2. Менделеев Д.И. Подготовка к определению абсолютного напряжения тяжести. Сочинения, т. VII. Л.-М., ИАН СССР, 1946. С. 600-620.

3. Крылов А.Н. Качка корабля. / Собр. трудов ак. А.Н. Крылова, т. XI. М-Л., ИАН СССР, 1951.
4. Бесекерский В.А., Иванов В.А., Самотокин Б.Б. Орбитальное гирокомпасирование. СПб: Политехника, 1993. С.82
5. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М, ГИФМЛ, 1958.
6. Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. М. Мир, 1968.
7. Мануйлов К.В., Дмитриенко Л.Л., Никогосян Г.Н., Оганян Э.В. Оценка работоспособности реле по траектории контактной группы // Повышение технического уровня изделий слаботочной техники. Ереван, 1986. С. 12–14.
8. Плотников В.В., Несмачный Д.В., Лодыженский В.К. Движение маятника в сопротивляющейся среде. // Материалы VI междунар. научной конференции "Проблемы пространства, времени, движения". С-Пб: СПбГИТМО, 2000.
9. Ильина Л.П., Мануйлов К.В. Курс лекций по теории функций комплексной переменной и эллиптическим функциям. СПб: СПбГИТМО, 2000.

О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА МАГНИТНОГО ПОЛЯ В МР-ТОМОГРАФЕ МЕТОДОМ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ И МЕТОДОМ АППРОКСИМАЦИИ δ -ФУНКЦИЕЙ

С.В. Иванов, Н.Г. Рущенко, В.С. Сизиков,
Д.Ю. Соколов, Е.В. Хомутникова

Среди многочисленных задач магнитно-резонансной томографии (МР-томографии) [1–7], [8, с. 33–62] рассмотрим задачу синтеза магнитного поля в МР-томографе, уже рассмотренную в ряде работ (1, 2, 4, 7–12 и др.).

Формулировка задачи

В МР-томографии исключительно важной является задача создания высокооднородного магнитного поля внутри МР-томографа. Относительная неоднородность напряженности H основного (статического) поля в пределах рабочего объема томографа должна быть $\Delta H/H \sim 10^{-5} - 10^{-6}$ [4–7]. Это позволит с высоким разрешением решать основную задачу МР-томографии – задачу реконструкции МР-изображений [5], [6, р. 270–274], [8, с. 45–51].

Как правило, задача создания высокооднородного магнитного поля решается путем введения соленоидальных компенсирующих (корректирующих) катушек различного порядка [1, с. 274], [7]. При этом параметры катушек определяются из условия компенсации членов ряда Тейлора, в который разложено магнитное поле. Однако это довольно сложная техническая (а также математическая) задача.

Рассмотрим другой подход к решению задачи создания высокооднородного поля в МР-томографе. Этот подход основан на расчете такого закона распределения тока вдоль обмотки катушки томографа, что он обеспечит высокую однородность магнитного поля внутри катушки. Та и другая задача может ставиться как прямая, или задача анализа (расчет магнитного поля по распределению тока), и обратная, или задача синтеза (расчет распределения тока и конфигурации катушек по заданному магнитному полю) [10, с. 17]. Обратная задача является значительно более сложной, чем прямая. При этом рассматривается локальный метод синтеза (к нему относится метод компенсирующих катушек [1,7]) и интегральный метод синтеза на оси катушки [2, 9, 11, 12] и во всем объеме [7].

Задача синтеза

Рассмотрим задачу синтеза магнитного поля внутри катушки МР-томографа [4], [8, с. 55–61], [9], [10, с. 17], [11, 12], причем сначала рассмотрим ее простейший вариант – синтез на оси цилиндрической катушки с бесконечно тонкой обмоткой.

Одним из первых задачу интегрального синтеза магнитного поля сформулировал с учетом ее некорректности и решил с применением метода регуляризации Тихонова К. Адамиак [9]. Эту задачу рассмотрел также Л. Луганский [2] и др. [11,12]. В данной работе дается дальнейшее развитие этой задачи.

Итак, рассмотрим следующую обратную задачу МР-томографии: определить распределение плотности тока $J(a)$ вдоль бесконечно тонкой обмотки цилиндрической катушки по заданному магнитному полю (напряженности) $H(z)$ на ее оси. Это – задача интегрального синтеза магнитного поля на оси катушки МР-томографа [4]. Здесь a –

координата вдоль обмотки катушки, z – координата вдоль ее оси. Рассмотрим случай $H(z) = \text{const}$.

На рис. 1 представлена цилиндрическая катушка с бесконечно тонкой обмоткой, где $a \in [-l, l]$ – расстояние вдоль обмотки катушки, $z \in [-l, l]$ – расстояние от центра катушки вдоль ее оси, l – полудлина катушки, $H(z) = H = \text{const}$, $z \in [-l, l]$ – заданная напряженность магнитного поля на оси катушки, $J(a)$, $a \in [-l, l]$ – искомое распределение тока вдоль обмотки катушки, R – радиус катушки.

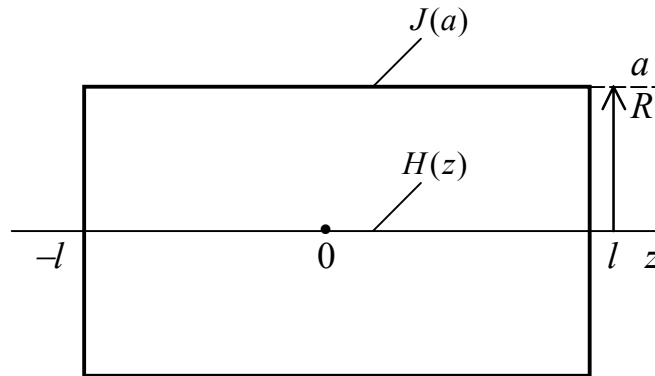


Рис. 1. Цилиндрическая катушка с бесконечно тонкой обмоткой

Согласно [1, с. 37], обмотка в случае $J(a) \neq \text{const}$ называется соленоидом с переменной плотностью тока или с неоднородным распределением тока. Реализовать неоднородное распределение тока можно, например, путем разбиения соленоида на несколько отдельных секций [1, с. 37]. Другие способы (создание изолированных витков с индивидуальной подводкой тока через единый источник или создание соленоида с единым, намотанным на цилиндр проводом, но имеющим на каждом витке свое сопротивление) предложены в работах [11, 12].

Вывод интегрального уравнения задачи синтеза

Как известно [1, с. 23], [7, 9], [10, с. 20], [13, с. 330–333], [14, с. 327], напряженность магнитного поля на оси тонкого витка (кругового тока) равна (см. рис. 2)

$$H(z) = k \frac{J R^2}{\sqrt{[R^2 + (z - a)^2]^3}}, \quad -\infty < z < \infty,$$

где k – коэффициент пропорциональности, J – ток в витке, R – радиус витка, z – координата точки, в которой вычисляется H , a – z -координата центра витка (ось z направлена перпендикулярно плоскости витка).

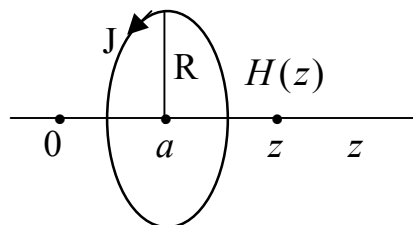


Рис. 2. Напряженность на оси тонкого витка

Для упрощения дальнейших записей будем полагать $k = 1$. Тогда

$$H(z) = \frac{J R^2}{\sqrt{[R^2 + (z - a)^2]^3}}, \quad -\infty < z < \infty. \quad (1)$$

Далее полагаем, что имеется бесконечное множество витков, намотанных на цилиндр радиуса R и полудлины l и имеющих плотность тока $J = J(a)$. В этом случае, интегрируя (1) по виткам, получим следующее выражение для суммарной напряженности магнитного поля в точке с координатой z на оси цилиндра с бесконечно тонкой обмоткой (см. рис. 1).

$$H(z) = \int_{-l}^l \frac{J(a) R^2 da}{\sqrt{[R^2 + (z - a)^2]^3}}, \quad -\infty < z < \infty. \quad (2)$$

Вычисление поля $H(z)$ по заданному току $J(a)$, согласно (2), есть прямая задача. Сделаем важное замечание: формула (2) справедлива как для точек внутри цилиндра ($|z| \leq l$), так и вне его ($|z| \geq l$). Выполним краткий анализ прямой задачи.

Если $J(a) = J = \text{const}$, то интегрирование (2) дает:

$$H(z) = \left[\frac{z+l}{\sqrt{R^2 + (z+l)^2}} - \frac{z-l}{\sqrt{R^2 + (z-l)^2}} \right] J, \quad -\infty < z < \infty. \quad (3)$$

Частные случаи (3) – поле в центре катушки $H(0) = 2J/\sqrt{1 + (R/l)^2}$, поле на краю катушки $H(l) = J/\sqrt{1 + (R/2l)^2}$. Если $R = l$, то $H(0) = 2J/\sqrt{2}$, $H(l) = 2J/\sqrt{5}$, т.е. напряженность в центре катушки в $\sqrt{5/2} \approx 1.58$ раз больше, чем на ее краях. Если $z \rightarrow \infty$, то [13, с. 333] $H(z) \rightarrow 2J R^2 l / z^3$, т.е. вне катушки поле $H(z)$ падает как $\sim z^{-3}$. Такая асимптотика справедлива и для тонкого витка (см. (1)), а также будет иметь место и для цилиндрической катушки при $J(a) \neq \text{const}$.

Если $l \gg R$ (бесконечно длинная катушка), то $H(0) = 2J$, $H(l) = J$.

Если, например, $l = 10R$, то $H(0) = 1.9901 J$, $H(R) = 1.9898 J$, т.е. $|H(R) - H(0)|/H(0) \approx 1.5 \cdot 10^{-4}$. Видим, что в случае длинной катушки в принципе можно получить неоднородность поля порядка 10^{-4} в пределах $|z| < R$, однако такую катушку технически трудно изготовить.

Вышеприведенный краткий анализ прямой задачи показывает, что при $J(a) = \text{const}$ поле $H(z)$ падает от центра катушки к ее краям, а вне катушки $H(z) \sim |z|^{-3}$ при $|z| \rightarrow \infty$.

Перейдем к рассмотрению обратной задачи. Запишем (2) в виде:

$$\int_{-l}^l \frac{R^2}{\sqrt{[R^2 + (z - a)^2]^3}} J(a) da = H(z), \quad -l \leq z \leq l. \quad (4)$$

Соотношение (4) есть *интегральное уравнение Фредгольма I рода*, где $H(z)$ – задаваемая правая часть (напряженность магнитного поля на оси катушки), например, $H(z) = H = \text{const}$, а $J(a)$ – искомая функция (распределение тока вдоль бесконечно тонкой обмотки цилиндрической катушки МР-томографа). Задача решения уравнения (4) является некорректной [8, с. 178].

Используем безразмерные переменные: $s = a/R$, $x = z/R$, $s_0 = l/R$. Тогда (4) можно записать в виде

$$\int_{-s_0}^{s_0} K(x, s) J(s) ds = H(x), \quad -s_0 \leq x \leq s_0, \quad (5)$$

где

$$K(x, s) = \frac{1}{\sqrt{[1 + (x - s)^2]^3}} \quad (6)$$

– ядро интегрального уравнения.

Решение уравнения (5) и техническая реализация решения позволят в принципе создать на оси катушки МР-томографа поляризуемое поле с заданным законом изменения его напряженности, в частности, $H(x) = H = \text{const}$.

Решение уравнения методом регуляризации с ограничениями

Рассмотрим вопрос о решении уравнения (5).

Вначале выполним качественный анализ. Заметим, что запись (5)–(6) справедлива не только для $x \in [-s_0, s_0]$, но и для $x \notin [-s_0, s_0]$, т.е. для $x \in (-\infty, \infty)$.

Пусть $H(x) = \text{const}$ при $x \in [-s_0, s_0]$. Тогда при $x \notin [-s_0, s_0]$ поле $H(x) \neq \text{const}$ и будет монотонно падать с ростом $|x|$, переходя при $|x| \rightarrow \infty$ в асимптотику $H(x) \sim |x|^{-3}$ (см. рис. 3).

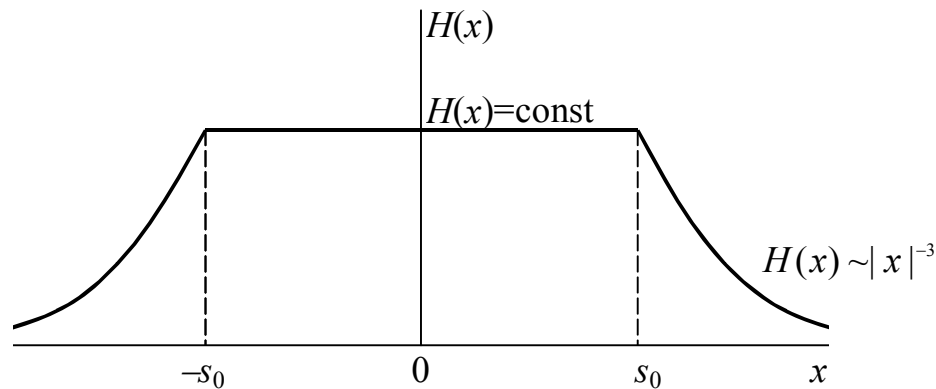


Рис. 3. Поведение напряженности поля $H(x)$ внутри и вне катушки

Видим, что функция $H(x)$ имеет разрывные производные $H'(x)$, $H''(x)$, ... при $x = \pm s_0$. Отсюда следует, что искомая функция $J(s)$ уравнения (5) должна быть сингулярной при $s = -s_0 + 0$ и $s = s_0 - 0$, а при $|s| > s_0$ ток $J(s) = 0$, как это следует из физической постановки задачи. Кроме того, $J(-s) = J(s)$, если $H(-x) = H(x)$.

Таким образом, функция $J(s)$ должна быть сингулярной и симметричной, т.е. иметь качественный вид, изображенный на рис. 4.

Теперь перейдем к количественному алгоритму решения.

Уравнение (5) в принципе может быть решено аналитически. Однако аналитического решения получить не удастся. Поэтому рассмотрим вопрос о численном решении уравнения (5). Учитывая некорректность уравнения (5), воспользуемся методом регуляризации Тихонова [8, 15].

В работе [9] также использовался метод регуляризации Тихонова. При этом, как показало численное решение, при малых значениях параметра регуляризации α регуляризованное решение $J_\alpha(s)$ имеет большие знакопеременные флуктуации. В то же время параметр регуляризации α должен быть действительно очень мал (порядка

$10^{-5} - 10^{-10}$). Это обусловлено тем, что погрешность задания $H(x)$ отсутствует (есть только погрешность численного алгоритма). Кроме того, регуляризованное решение $J_\alpha(s)$ должно иметь очень большой диапазон значений (из-за сингулярности точного решения). При этом решение $J_\alpha(s)$ должно быть монотонно возрастающим от центра катушки ($s = 0$) к ее краям ($s = \pm s_0$).

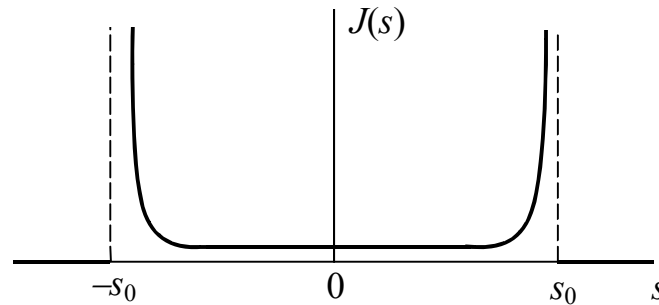


Рис. 4. Принципиальный вид функции $J(s)$

Чтобы регуляризованное решение $J_\alpha(s)$ было таковым, а именно, неотрицательным и монотонно возрастающим от центра катушки к ее краям, нужно воспользоваться методом регуляризации Тихонова с ограничениями на решение [15, с. 118].

Ограничения в данном случае состоят в том, что решение $J_\alpha(s)$ ищется на множестве неотрицательных монотонно невозрастающих функций [15, с. 118]. Однако такому условию удовлетворяет лишь левая половина решения $J_\alpha(s)$, т.е. при $s \in (-s_0, 0]$. Поэтому модифицируем уравнение (5), учитывая симметрию решения: $J(-s) = J(s)$.

Для этого запишем (5) в виде:

$$\begin{aligned} H(x) &= \int_{-s_0}^0 \frac{J(s) ds}{\sqrt{[1 + (x-s)^2]^3}} + \int_0^{s_0} \frac{J(s) ds}{\sqrt{[1 + (x-s)^2]^3}} = \\ &= \int_{-s_0}^0 \frac{J(s) ds}{\sqrt{[1 + (x-s)^2]^3}} + \int_{-s_0}^0 \frac{J(-s) ds}{\sqrt{[1 + (x+s)^2]^3}}. \end{aligned}$$

Поскольку $J(s) = J(-s)$, т.е. распределение тока симметрично, то $H(x) = H(-x)$, т.е. магнитное поле $H(x)$ также симметрично. Справедливо и обратное: если $H(x) = H(-x)$, то $J(s) = J(-s)$.

В результате уравнение (5) может быть записано в виде

$$\int_{-s_0}^0 R(x, s) J(s) ds = H(x), \quad -s_0 \leq x \leq 0, \quad (7)$$

где новое ядро равно

$$R(x, s) = \frac{1}{\sqrt{[1 + (x+s)^2]^3}} + \frac{1}{\sqrt{[1 + (x-s)^2]^3}}. \quad (8)$$

Итак, $J(s)$ будем искать в левом полупространстве путем решения уравнения (7), т.е. при $s \in (-s_0, 0]$, после чего в правом полупространстве $J(s) = J(-s)$, $s \in [0, s_0)$. При

этом дополнительно будем учитывать, что функция $J(s)$, $s \in [-s_0, 0]$, является неотрицательной монотонно невозрастающей (типа изображенной на рис. 5).

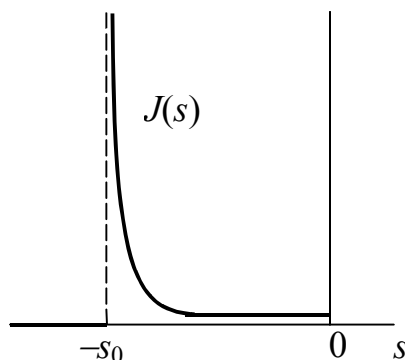


Рис. 5. Ветвь функции $J(s)$

Для получения численного решения $J_\alpha(s)$ методом регуляризации Тихонова на множестве неотрицательных монотонно невозрастающих функций можно воспользоваться программой RTIPR на Фортране [15, с. 118, 174]. В этой программе выполняется минимизация сглаживающего функционала методом проекции сопряженных градиентов на множество неотрицательных монотонно невозрастающих функций при каждом значении параметра регуляризации $\alpha > 0$.

В [11, 12] приведены результаты численного решения уравнения (7) при $H(x) = \text{const}$ методом регуляризации Тихонова с ограничениями на решение. Регуляризованное решение $J_\alpha(s)$ при $s \rightarrow -s_0 + 0$ имеет крутое нарастание (тем больше, чем меньше α), а в остальной области практически $J_\alpha(s) = \text{const}$. Технически это означает, что катушка должна состоять из соленоида с однородным распределением тока, за исключением нескольких крайних витков, в которых ток идет по нарастающей к краю катушки.

Однако, как видно из работ [11, 12], напряженность магнитного поля

$$H_\alpha(x) = \int_{-s_0}^0 R(x, s) J_\alpha(s) ds, \quad -s_0 \leq x \leq s_0,$$

не получается высокооднородной ни при каких значениях α .

К более однородному полю $H(x)$, как следует из [11, 12], приводит решение задачи синтеза путем приближения $J_\alpha(s)$ δ -функцией. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Решение путем приближения к δ -функции

Положим, что искомое распределение тока $J(s)$ представляется суммой двух δ -функций, точнее, полу- δ -функций:

$$J(s) = \delta_{1/2}(s + s_0) + \delta_{1/2}(s - s_0) \quad (9)$$

(см. рис. 6). Тогда в соответствии с (5) и (6),

$$H(x) = \frac{1}{2} \int_{-s_0}^{s_0} \frac{\delta(s + s_0) + \delta(s - s_0)}{\sqrt{[1 + (x - s)^2]^3}} ds = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{[1 + (x + s_0)^2]^3}} + \frac{1}{\sqrt{[1 + (x - s_0)^2]^3}} \right]. \quad (10)$$

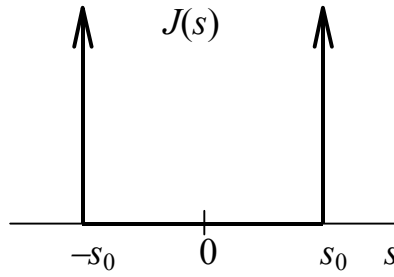


Рис. 6. Представление функции $J(s)$ в виде суммы полу- δ -функций

На рис. 7. представлена $H(x)$ для ряда значений s_0 , вычисленная согласно (10). Видим, что при $s_0 = 0.5$ поле $H(x)$ имеет для такой простой катушки степень однородности $|\Delta H|/H \sim 10^{-4}$ для $|x| \leq 0.4s_0$.

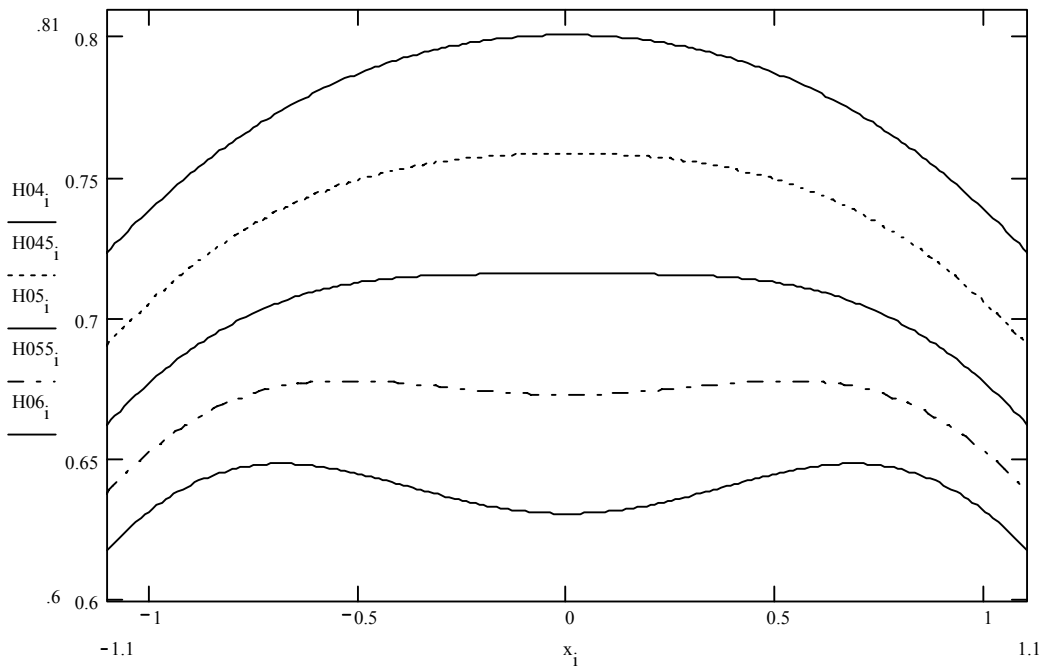


Рис. 7. Напряженность $H(x)$ вдоль оси

Данный результат можно улучшить, если представить распределение тока $J(s)$ в виде

$$J(s) = J_0 \cdot [\delta_{1/2}(s + s_0) + \delta_{1/2}(s - s_0)] + J \quad (11)$$

Подбирая s_0 и отношение J/J_0 можно с помощью (11) получить однородность $|\Delta H|/H \sim 10^{-4}$ для $|x| \leq 0.4s_0$.

В работах [11, 12] $J(s)$ представлен суммой "усеченных" δ -функций:

$$J(s) = \begin{cases} J_0, & s = \pm s_0, \\ J, & |s| < s_0, \end{cases} \quad (12)$$

где J_0 и J – конечные константы, причем $J_0 \gg J$. В этом случае, подбирая J_0/J , также можно добиться $|\Delta H|/H \sim 10^{-4} \div 10^{-5}$ для $|x| \leq 0.4s_0$.

Можно сделать следующий вывод. Если распределение тока $J(s)$ вдоль обмотки катушки МР-томографа сделать однородным, за исключением крайних витков (т.е. типа (9), (11), или (13)), то это позволит повысить однородность магнитного поля $H(x)$ на оси катушки. Данный способ (приближение к δ -функции), хотя и является более простым, чем метод регуляризации Тихонова с ограничениями на решение, но приводит к более точному результату (к более однородному полю), т.е. дает более адекватное математическое описание задачи и, как следствие, более точное решение.

Литература

1. Монтгомери Д.Б. Получение сильных магнитных полей с помощью соленоидов. М.: Мир, 1971.
2. Луганский Л.Б. Расчет соленоида с заданной формой магнитного поля // Журн. техн. физики. 1985. Т. 55. Вып. 7. С. 1263–1271.
3. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я., Тимонов А.А. Математические задачи компьютерной томографии. М.: Наука, 1987.
4. Лухвич А.А., Чурило В.Р. Источники поляризующего магнитного поля и его градиентов для я.м.р.-томографии (обзор) // ПТЭ. 1987. № 5. С. 172–173.
5. Лич М. Получение ЯМР-изображений с пространственной локализацией // Физика визуализации изображений в медицине. / Под ред. С. Уэбба. М.: Мир, 1991. Т. 2. С. 105–231.
6. Cho Z.H., Jones J.P., Singh M. Foundations of medical imaging. NY: Wiley, 1993.
7. Галайдин П.А., Замятин А.И., Иванов В.А. Расчет и проектирование электромагнитных систем магниторезонансных томографов. / Уч. пособие. СПб: ИТМО, 1998.
8. Сизиков В.С. Математические методы обработки результатов измерений. СПб: Политехника, 2001 (Электронный вариант: Сизиков В.С. Устойчивые методы обработки результатов измерений. Эл. учебник. <http://de.ifmo.ru/library/sizikov.pdf>) .
9. Adamiak K. Method of the magnetic field synthesis on the axis of cylinder solenoid // Appl. Phys. 1978. Vol. 16. P. 417–423.
10. Афанасьев Ю.В., Студенцов Н.В., Хорев В.Н. и др. Средства измерений параметров магнитного поля. Л.: Энергия, 1979.
11. Сизиков В.С., Марусина М.Я., Иванов С.В., Колобухова Т.Б., Николаев Д.Б., Соколов Д.Ю., Хомутникова Е.В. Прямая и обратная задачи синтеза магнитного поля в ЯМР-томографе. // Научно-техн. вестник СПбГИТМО(ТУ). 2001. Вып. 3. С. 209–214.
12. Сизиков В.С., Ахмадулин Р.И., Николаев Д.Б. Синтез магнитного поля вдоль оси катушки ЯМР-томографа. // Изв. вузов. Приборостроение. 2002. Т. 45, № 1. С. 52–57.
13. Фриш С.Э., Тиморева А.В. Курс общей физики. Т. 2. МЛ: ГИТТЛ, 1952.
14. Дружкин Л.А. Задачи теории поля. М.: МИРГЭ, 1964.
15. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Численные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1990.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ФРЕНЕЛЯ В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ С ОДНОНАПРАВЛЕННО ИЛИ ПЕРИОДИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЮЩИМСЯ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Л.П. Ильина, К.В. Мануйлов, Е.Г. Оносовская

Задача аналитического описания поведения поверхности Френеля в анизотропной среде с однонаправленно или периодически изменяющимся показателем преломления является чрезвычайно важной, поскольку в результате изучения таких сред была создана градиентная оптика, в которой используются среды с наперед заданным законом изменения показателя преломления, позволяющие передавать и преобразовывать изображения без применения традиционных линзовых систем [1]. Построим аналитическое описание поведения поверхности Френеля в среде с оптической индикатрисой, определенной эллипсоидом I_1 :

$$\sum_{i=1}^3 \frac{x_i^2}{a_i^2} = 1, \quad (1),$$

где x_i – декартовы координаты, a_i — полуоси, численно равные значениям показателя преломления, при условии, что среда испытывает в результате внешнего воздействия однонаправленные или периодические изменения двух классов, из которых первые не изменяют ее порядка, а вторые повышают его, методами теории абелевых функций, т.е., следуя мемуарам Г. Вебера [2] и С.В. Ковалевской [3].

Поверхность Френеля такой среды определена уравнением

$$\sum_{i=1}^3 a_i^2 y_i^4 + 2 \sum_{ijk=1}^3 a_i^2 y_j^2 y_k^2 - \sum_{ijk}^3 a_i^2 (a_j^2 + a_k^2) y_i^2 + \prod_{i=1}^3 a_i^2 = 0, \quad (2),$$

где a_i — полуоси эллипсоида (1).

Поверхность (2) получается из поверхности Куммера K_2^4 ([4] с. 103)

$$\sum_{i=1}^4 \alpha_i z_i^4 + 2 \sum_{ijk=2}^4 \alpha_{1i} (z_1^2 z_i^2 + z_j^2 z_k^2) + \beta \prod_{i=1}^4 z_i = 0, \quad (3),$$

где a_i, a_{1i} и β суть постоянные коэффициенты, а z_i — проективные координаты в R^3 , определенные абелевыми тэта-функциями второго порядка от $p \geq 2$ переменных v_i ,

$$z_i = \theta_i \theta_i(v_1, v_2, \dots, v_p), \quad (4),$$

где тэта-функция определена выражением

$$\begin{aligned} \theta_k[\chi_k](v_1, v_2, \dots, v_p) = & \sum_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{ \pi i \left[\sum_{i=1}^p a_{ij} \left(m_i + \frac{g_i}{2} \right) \left(m_j + \frac{g_j}{2} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + 2 \sum_{i=1}^p \left(v_i + \frac{\pi i h_i}{2} \right) \left(m_i + \frac{g_i}{2} \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (5),$$

где $m_i, m_j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$[\chi_k] = \begin{pmatrix} g_1^{(k)} \dots g_p^{(k)} \\ h_1^{(k)} \dots h_p^{(k)} \end{pmatrix}, \quad g_i^{(k)}, h_i^{(k)} = 0, 1, \quad (6),$$

– тэта-характеристика, определяющая четность тэта-функции (5).

Если мы теперь из проективных координат вида (4) построим отношения

$$u_i = y_i = \frac{z_i}{z_4}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (7)$$

то декартовы координаты вида (7), представляющие собой тригонометрические функции алгебраической кривой рода p , будут естественными координатами поверхности Френеля (2), а также уравнений, описывающих поведение поверхности (2) при однонаправленном или периодическом изменении индикатрисы (1). Чтобы убедиться в этом, необходимо и достаточно найти первые и вторые субстанциональные производные от функций (7), полагая их зависящими от аргументов u_i , являющихся линейными функциями времени и координат x_i , и $2p-1$ модулей абелевых интегралов I рода, определяющих периоды тэта-функций (5) и являющихся квадратичными функциями времени и координат (см. [6]). Выбрав два вектора $\bar{u}$ с составляющими u_i и $\bar{v}$ с составляющими v_i , где $i = 1, 2, \dots, p$ и

$$u_i = \frac{z_i^*}{z_4^*}, \quad v_i = \frac{\tilde{z}_i}{\tilde{z}_4} \quad (7'),$$

а z_i^* и $\tilde{z}_i$ – две четверки функций вида (5), образующие квадруполь Гепеля [5], получим две системы уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{1}{n} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{c} \sum_{j=1}^{2p-1} \sum_{k=1}^3 \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial k_j}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial t} &= F(u_i) + \Phi(u_i) + \alpha [\text{grad}(\text{div } u_i) - \text{rot}(\text{rot}(u_i))] \\ \frac{1}{n} \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{1}{c} \sum_{j=1}^{2p-1} \sum_{k=1}^3 \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial k_j}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial t} &= F(v_i) + \Phi(v_i) + \beta [\text{grad}(\text{div } v_i) - \text{rot}(\text{rot}(v_i))] \end{aligned} \quad (8)$$

где k_j — модули абелевых интегралов I рода. Постоянная c – скорость света, α и β – постоянные согласующие размерности.

Того же класса функции суть решения уравнений Максвелла, поскольку функции $F(u_i)$, $F(v_i)$, представляющие собой полиномы третьей степени от u_i и v_i , а также квазипериодические функции $\Phi(u_i)$, $\Phi(v_i)$, определяющие необратимые изменения распространяющейся волны – потери энергии – вместе со слагаемыми, определяющими сжимаемость колеблющейся максвелловой жидкости, равны нулю. Приняв, кроме того,

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \bar{D}, & u_i &= D_i, & \alpha \text{ rot } \bar{u} &= \bar{H} \\ \bar{v} &= \bar{B}, & v_i &= B_i, & \beta \text{ rot } \bar{v} &= \bar{E} \end{aligned} \quad (9)$$

получим точные выражения уравнений Максвелла, описывающих колебания реального электростатического поля в пустоте [7]

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial D_i}{\partial t} + \frac{1}{c} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial D_i}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial t} &= \text{rot } H_i \\ \frac{1}{c} \frac{\partial B_i}{\partial t} + \frac{1}{c} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial B_i}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial t} &= -\text{rot } E_i \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Уравнения Максвелла, решения которых определяют колебания электростатического поля в так называемом вакууме, должны иметь вид (10) (см. [7–9]), поскольку они описывают колебания максвелловой жидкости, обладающей отличной от нуля сжимаемостью, которые при периодических изменениях $\bar{D}$ и $\bar{B}$ влекут с необходимостью малые, но отличные от нуля периодические изменения полюсей эллипсоида (1) и коэффициентов в выражении поверхности (2).

Отметим, что при распространении света в среде со сложно изменяющимся показателем преломления все слагаемые в уравнениях (8), вообще говоря, отличны от нуля.

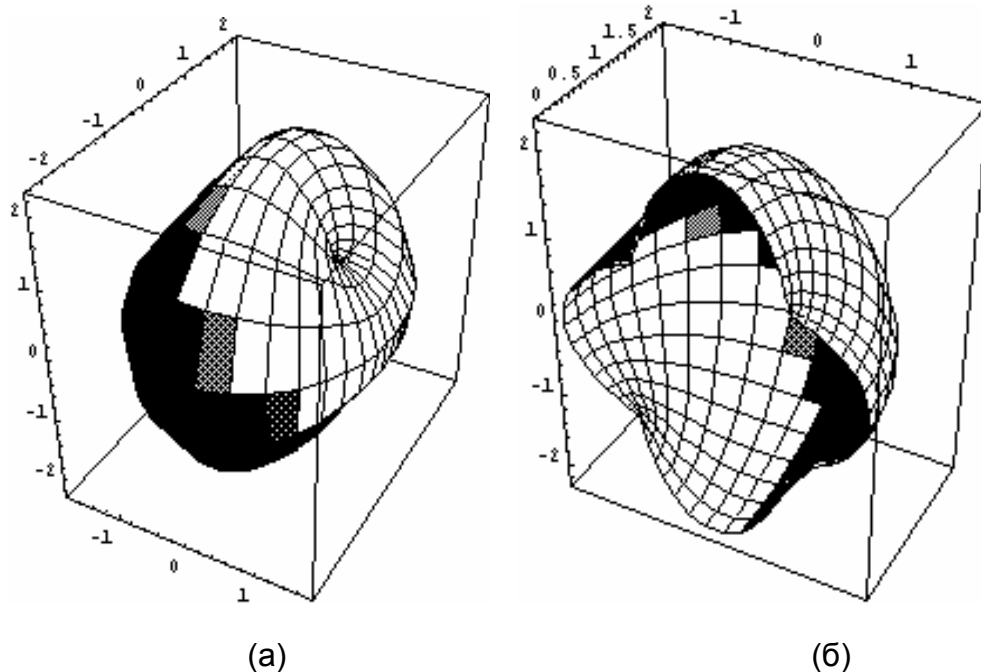


Рис.1. Поверхность Френеля Φ_1 (а) и она же в разрезе по особой линии (б)

Построим теперь уравнения, описывающие поведение поверхности Френеля при однонаправленных или периодических изменениях полуосей эллипсоида (1) в самом простом случае, когда функции (7) будут отношениями тэта-функций от двух переменных, что согласуется с исследованиями С.В. Ковалевской, Р. Куранта [3, 8], Г. Вебера [2], причем эти отношения представляются в виде произведений двух эллиптических функций [2, 3] (см. рис.1):

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= c_1 \operatorname{sn}(v_1, \xi_1) \operatorname{dn}(v_2, \xi_2) \\ y_2 &= c_2 \operatorname{cn}(v_1, \xi_1) \operatorname{cn}(v_2, \xi_2) \\ y_3 &= c_3 \operatorname{dn}(v_1, \xi_1) \operatorname{sn}(v_2, \xi_2) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где $c_1 = a_2$; $c_2 = c_3 = a_1$,

$$v_1 \in [-K, K], \quad v_2 \in [-2L, 2L],$$

$$K = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-\xi_1^2 x^2)}},$$

$$L = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-\xi_2^2 x^2)}}$$

— эллиптические интегралы I рода, а

$$\xi_1^2 = \frac{a_1^2 - a_2^2}{a_1^2 - a_3^2},$$

$$\xi_2^2 = \frac{a_1^2(a_2^2 - a_3^2)}{a_2^2(a_1^2 - a_3^2)} \quad (12)$$

– эксцентриситеты двух эллипсоидов – одного с полуосями a_i и второго с полуосями b_i (см. [10] с. 517 (2')):

$$b_1 = a_1 a_2, \quad b_2 = a_1 a_3 \quad \text{и} \quad b_3 = a_2 a_3 \quad (13)$$

Вычисляя первые и вторые производные от (11) по эксцентриситетам (12) (см. [11]), получим уравнения, описывающие поведение поверхности Френеля в среде с изменяющейся индикатрисой (1).

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^2 \frac{\partial y_i}{\partial \xi_k} \frac{\partial \xi_k}{\partial a_j} \frac{\partial a_j}{\partial t} = & f_{1i} y_i + f_2 D_{v_2}^2 y_i + f_2 D_{v_2}^2 u_i + \\ & + 2 f_3 D_{v_1, v_2}^2 u_i + f_{4i} v_1 D_{v_1} u_i + f_{42} v_2 D_{v_2} u_i + f_{51} E(v_1) D_{v_1} u_i + \\ & + f_{52} E(v_2) D_{v_2} u_i. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь $E(u) = \int_0^u dn^2 v dv$ – квазипериодическая функция;

$$\left\{ \begin{aligned} f_{1i} &= \gamma_1 D_t \ln c_i + \beta_{i1} D_t \ln \xi_1 + \beta_{i2} D_t \ln \xi_2, \\ f_2 &= \gamma_{2i} \frac{D_t \ln \xi_i}{2(1 - \xi_i^2)}, \\ f_3 &= \frac{\gamma_3}{2} \left[\frac{D_t \ln \xi_1}{1 - \xi_1^2} - \frac{D_t \ln \xi_2}{1 - \xi_2^2} \right], \\ f_{4i} &= \gamma_4 D_t \ln \xi_i, \\ f_{5i} &= \gamma_5 \frac{D_t \ln \xi_i}{1 - \xi_i^2}. \end{aligned} \right. \quad (15)$$

где β_{i1} , β_{i2} , γ_{2i} , γ_3 , γ_4 , γ_5 – неопределенные коэффициенты, значения которых находятся из начальных условий в результате вычисления производных от эксцентриситетов в явной форме.

Полученные нами уравнения подобны уравнениям, описывающим распространение электромагнитных колебаний в среде с неизменяющейся индикатрисой (1), т.е. уравнениям (8), в коих все слагаемые, кроме $f \text{rot}(\text{rot } ui)$, $f \text{rot}(\text{rot } vi)$, являются малыми по сравнению с таковыми в уравнениях (14). Два последних слагаемых в уравнениях системы (14) содержат эллиптические функции II рода, которые, являясь квазипериодическими, вместе с производными от эксцентриситетов определяют необратимые изменения поверхности в среде, испытывающей внешние воздействия, изменяющие распределение плотности и эллипсоид I_1 (1). Для построения уравнений, описывающих поведение поверхности Френеля в сплошной среде с периодически изменяющейся индикатрисой, достаточно найти вторые производные от функций (11) по ξ_1 и ξ_2 , которые мы не приводим за неимением места. Они представляют собой волновые уравнения, содержащие в левой части вторые производные по эксцентриситетам $\xi_i(t)$, $i = 1, 2$, а в правой – четвертые, третьи, вторые и первые производные по аргументам $v_i(x_1, x_2, x_3)$, $i = 1, 2$, т.е. дают аналитическое описание поверхности (2) в среде с периодически изменяющейся (пульсирующей) индикатрисой. Как и уравнения (14), они содержат квазипериодические слагаемые, описывающие необратимые изменения поверхности I_1 .

Так как производные всех порядков от y_i по v_1 и v_2 алгебраически выражаются через те же эллиптические функции, что и сами составляющие y_i , то это позволяет найти поверхность, характеризующую изменение координат поверхности (2) во времени в среде с однонаправлено или периодически изменяющейся индикатрисой (1).

Отметим, что в реальной сплошной среде существует не одна, а четыре индикатрисы l_i ($i=1,2,3,4$)^{*}, которые суть эллипсоиды, из коих две пары имеют полуоси $a_i, \bar{a}_i$ и $b_i, \bar{b}_i$, связанные равенствами (13), а эллипсоиды в этих парах связаны между собой соотношением взаимности, то есть,

$$\bar{a}_i = \frac{R^2}{a_i} \quad (a), \quad \bar{b}_i = \frac{R^2}{b_i} \quad (b), \quad (16)$$

где R – радиус неизменяющейся сферы, квадрат которого можно принять равным единице или некоторой характеристической постоянной данной сплошной среды, выраженной в единицах, принятых для измерения показателя преломления. Соответственно мы получаем четыре поверхности Френеля Φ_i вида (2), которые имеют коэффициенты, определенные полуосями $a_i, \bar{a}_i$ и $b_i, \bar{b}_i$.

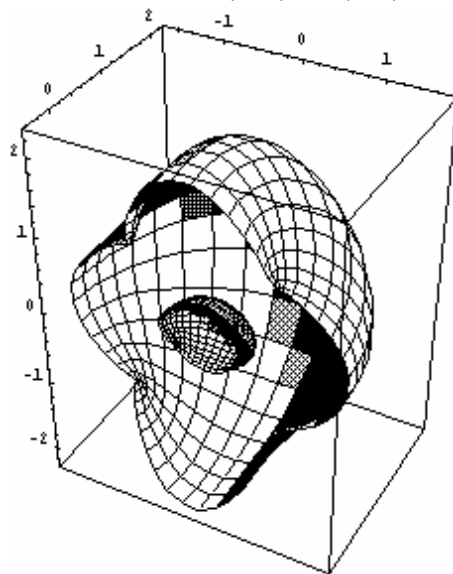


Рис. 2. Поверхности Φ_1 и Φ_2 (взаимные) совместно в разрезе

Поверхность взаимная (2): Φ_2 с коэффициентами, определенными полуосями (16), (a), имеет координаты y_i (v_1, v_2). (см. рис. 2)

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= \tilde{a}_2 \operatorname{sn}(v_1, \xi'_2) \operatorname{dn}(v_2, \xi'_1) \\ y_2 &= \tilde{a}_1 \operatorname{cn}(v_1, \xi'_2) \operatorname{cn}(v_2, \xi'_1) \\ y_3 &= \tilde{a}_1 \operatorname{dn}(v_1, \xi'_2) \operatorname{sn}(v_2, \xi'_1) \end{aligned} \right\}, \quad (17)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \xi_1'^2 &= \frac{a_3^2 - a_2^2}{a_3^2 - a_1^2} \\ \xi_2'^2 &= \frac{a_3^2(a_2^2 - a_1^2)}{a_2^2(a_3^2 - a_1^2)} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

^{*}) На самом деле каждое классическое коническое сечение размерности 1 и 2 входит в полную группу из шести таковых, шесть квадратов эксцентриситетов которых суть корни модулярного уравнения (см. [6]).

суть эксцентриситеты, которые связаны с эксцентриситетами ξ_i , $i = 1, 2$, равенствами

$$\xi_i^2 + \xi_i'^2 = 1. \quad (19)$$

Для полного аналитического описания оптических явлений в градиентной среде с каноническими индикатрисами, имеющими полуоси a_i , $\bar{a}_i$, необходимо найти законы изменения лучевых поверхностей или поверхностей нормалей N_1 и N_2 , для чего необходимо и достаточно построить аналитические выражения их координат, дающих параметрическое определение поверхностей N_1 и N_2 . Они имеют вид (см. рис.3 и см. рис.4):

для N_1 :

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= -a_1^2 \operatorname{sn}(\nu_1, \xi_1) \operatorname{dn}(\nu_2, \xi_2) [\operatorname{dn}^2(\nu_1, \xi_1) + (\xi_1^2 - 1) \operatorname{sn}^2(\nu_2, \xi_2)] \\ y_2 &= -a_1 a_2 \operatorname{cn}(\nu_1, \xi_1) \operatorname{cn}(\nu_2, \xi_2) [\operatorname{dn}^2(\nu_1, \xi_1) - \xi_2^2 \operatorname{sn}^2(\nu_2, \xi_2)] \\ y_3 &= -a_1 a_2 \operatorname{dn}(\nu_1, \xi_1) \operatorname{sn}(\nu_2, \xi_2) [(\xi_2^2 - 1) \operatorname{sn}^2(\nu_1, \xi_1) + \operatorname{dn}^2(\nu_2, \xi_2)] \end{aligned} \right\}, \quad (20-1)$$

для N_2 :

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= -\frac{R^4}{a_1^2} \operatorname{sn}(\nu_1, \xi_1') \operatorname{dn}(\nu_2, \xi_2') [\operatorname{dn}^2(\nu_1, \xi_1') + (\xi_1'^2 - 1) \operatorname{sn}^2(\nu_2, \xi_2')] \\ y_2 &= -\frac{R^4}{a_1 a_2} \operatorname{cn}(\nu_1, \xi_1') \operatorname{cn}(\nu_2, \xi_2') [\operatorname{dn}^2(\nu_1, \xi_1') - \xi_2'^2 \operatorname{sn}^2(\nu_2, \xi_2')] \\ y_3 &= -\frac{R^4}{a_1 a_2} \operatorname{dn}(\nu_1, \xi_1') \operatorname{sn}(\nu_2, \xi_2') [(\xi_2'^2 - 1) \operatorname{sn}^2(\nu_1, \xi_1') + \operatorname{dn}^2(\nu_2, \xi_2')] \end{aligned} \right\}. \quad (20-2)$$

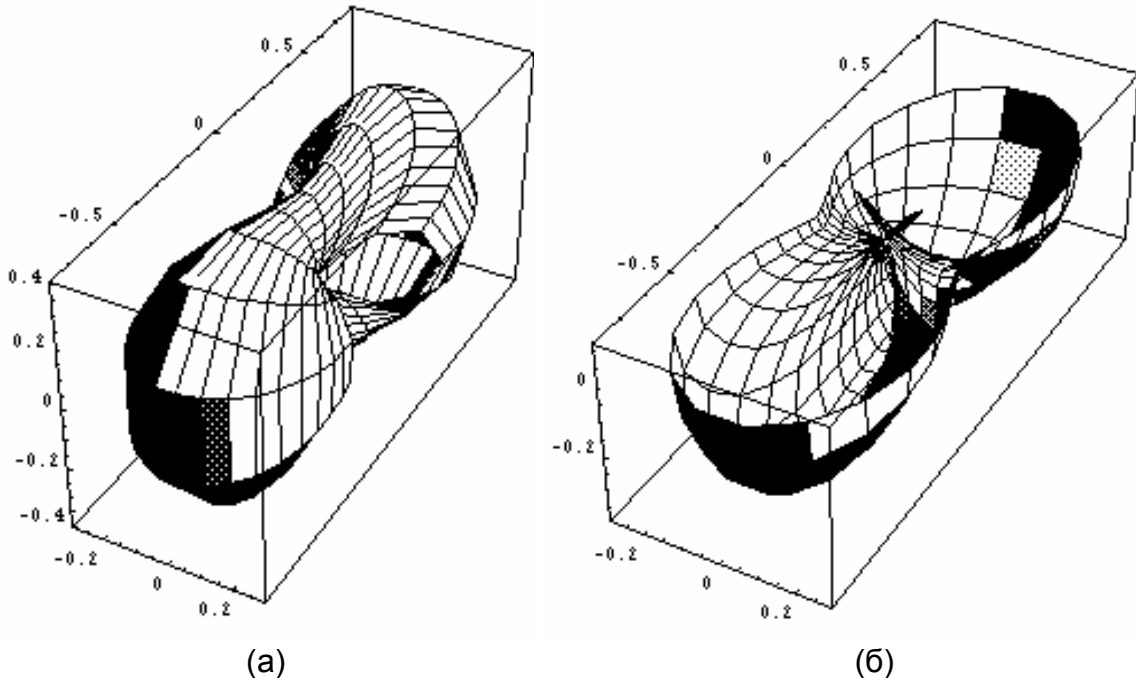


Рис. 3. Нормальная к $\Phi 2$ поверхность N_2 (а) и она же в разрезе (б)

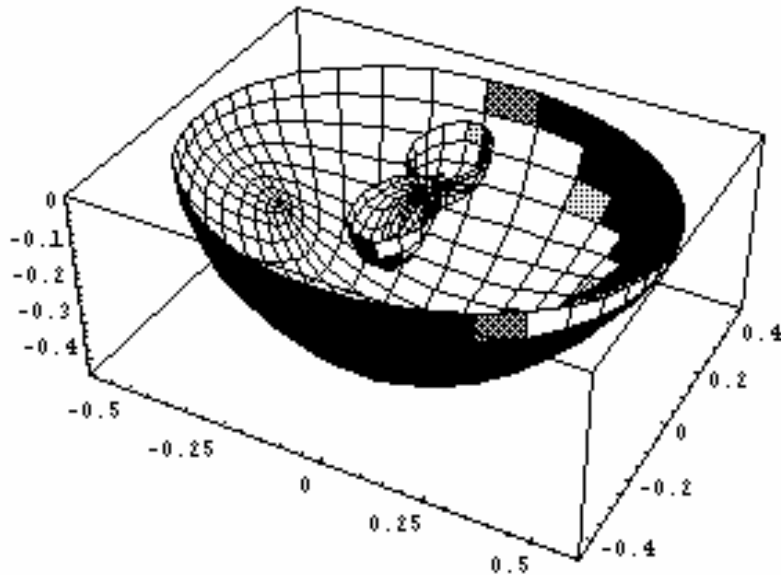


Рис. 4. Поверхности Φ_2 и N_2 совместно в разрезе

Условие ортогональности поверхностей Φ_i и N_i , $i = 1, 2$, определено уравнениями, связующими между собой эксцентриситеты ξ_1, ξ'_1, ξ_2 и ξ'_2 :

$$\left. \begin{aligned} \xi_1^2 + \xi_2^2 &= 1 \\ \xi_1'^2 + \xi_2'^2 &= 1 \end{aligned} \right\}, \quad (21)$$

а условие взаимности поверхностей $I_1, I_2, \Phi_1, \Phi_2, N_1$ и N_2 –

$$\left. \begin{aligned} \xi_1^2 + \xi_2'^2 &= 1 \\ \xi_1'^2 + \xi_2^2 &= 1 \end{aligned} \right\}. \quad (22)$$

Существование инвариантов вида

$$\left. \begin{aligned} a_1^2 - a_1^2 \xi_1^2 - a_2^2 \xi_2^2 &= 0 \\ a_2^2 - a_3^2 \xi_1^2 - a_2^2 \xi_2^2 &= 0 \\ a_3^2 - a_3^2 \xi_1'^2 - a_2^2 \xi_2'^2 &= 0 \\ a_2^2 - a_1^2 \xi_1'^2 - a_2^2 \xi_2'^2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

позволяет определить сети кривых на поверхностях Φ_1 и Φ_2 как ортогональные сети Ламэ, что упрощает аналитическое описание различных характеристик этих поверхностей, в частности и во-первых, поведение их радиусов кривизны или нормалей, необходимое для построения аналитического описания поверхностей N_1 и N_2 (N_3 и N_4).

Отметим в заключение, что те же самые построения дают представления и о распространении звуковых колебаний в любой анизотропной градиентной сплошной среде, заданной изначально как бесструктурная (без определения кристаллической структуры), ибо распространение звуковых колебаний описывается аналогичными уравнениями и поверхностями (см. [12]), а также в среде, деформируемой некоторым образом.

Те же самые построения, но несколько более сложные, дают описание аналогичных процессов в сплошной среде с изначально заданной кристаллической структурой [13].

Литература

1. Вейнберг В.Б., Саттаров Д.К. Оптика световодов. Л.: Машиностроение, 1977.
2. Weber H. Ueber die Kummersche Fläche vierter Ordnung mit sechzehn Knotenpunkten und ihre Beziehung zu den Thetafunctionen mit zwei Veränderlichen. Journ. für Math. Bd. LXXXIV. Ss 332–354.
3. Ковалевская С.В. О преломлении света в кристаллической среде. / Ковалевская С.В. Научные работы. М.: ИАН СССР, 1948. С. 75-135.
4. Coble A. Algebraic geometry and theta functions. New York, AMS Coll. Publ. v.X. 1929.
5. Krazer A. Lehrbuch der Thetafunctionen. Leipzig, Teubner. 1903. ss. 128-163.
6. Мануйлов К.В. Конические сечения, теорема Абеля и нелинейные задачи математической физики. // Quaest. Phil. Nat. № 2–3, 1999, с. 8–54.
7. Максвелл Дж.К. Трактат об электричестве и магнетизме. Т. II. М.: Наука, 1989. С. 348–363.
8. Базилевский С.А., Варин М.П. Ошибка Эйнштейна. / В сб. "Проблемы пространства и времени в современном естествознании", СПбАН, СПб, 1994, с. 176–195.
9. Мануйлов К.В., Оболенский В.А. Движение системы N заряженных тел и решения уравнений Максвелла. // Проблемы пространства, времени, движения. РАН, ОАО СПб-ТЕХНОЛОГИЯ. СПб, 1997, с. 53–193.
10. Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. Т. II. М-Л.: ГИТТЛ, 1945. С. 516-523.
11. Ильина Л.П., Мануйлов К.В. Курс лекций по теории функций комплексной переменной и эллиптическим функциям. СПб: СПбГИТМО, ОАО СПб-ТЕХНОЛОГИЯ, 2000. С. 164.
12. Cauchy A. Sur les pressions ou tensions supporte en un point. Oeuvres Complet. Ser. II–IX. Paris. Gauthier–Villars. 1986. P. 41–52.
13. Мануйлов К.В., Ильина Л.П. Динамика решетки (фазовые переходы). В печати.

ДВИЖЕНИЕ ЖЕСТКОЙ ЭЛЛИПСОИДАЛЬНОЙ ОБОЛОЧКИ, ЗАПОЛНЕННОЙ РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТЬЮ, ОКОЛО НЕПОДВИЖНОГО ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ

Л.П. Ильина, К.В. Мануйлов, А.А. Панферов

Решение задачи о движении эллипсоидальной оболочки, заполненной реальной – сжимаемой – жидкостью, позволяет продвинуть одну из классических задач небесной механики, состоящую в определении формы небесных тел, а также рассмотреть поведение выпуклых – не обязательно эллипсоидальных – оболочек конечной толщины при некоторых достаточно общих внешних воздействиях.

Задача об определении формы небесных тел, впервые сформулированная и решенная при некоторых приближениях И. Ньютоном в III книге "Principia" [1], была впоследствии продвинута целым рядом замечательных геометров, практически полный перечень которых с изложением достигнутых ими результатов содержится в монографиях И. Тодхантера, П. Пицетти, П. Аппеля [2, 3, 4]. Однако, как это ни странно, на всем протяжении более чем двухсотлетней истории развития этой области механики в подавляющем большинстве мемуаров, включая и таковые, написанные в XX столетии, ищутся устойчивые поверхности равновесия, ограничивающие несжимаемое жидкое тело, вращающееся около одной оси (см. [5], с. 206, 207), т.е. в них рассматривается то же самое движение жидкого тела, которое рассматривал И. Ньютон, (хотя реальные небесные тела вращаются относительно своих центров тяжести и, конечно, обладают сжимаемостью).

Авторам известны лишь три мемуара, в которых изучается движение жидкого тела около неподвижного центра тяжести: первый из которых был написан Г.П. Дирихле незадолго до его кончины [6], второй, представляющий собой прямое развитие первого, – Б. Риманом [7], а третий – А. Пуанкаре [8], хотя в нём практически нет ничего нового в сравнении с мемуаром Б. Римана.

Этой теме посвящена глава в монографии П. Пицетти [3], более доступная для понимания, чем оригинальные тексты Дирихле и Римана, и монография С. Чандрасекхара [9].

Однако, несмотря на целый ряд аналитических изысков, содержащихся в [7], основные уравнения движения бессодержательны, ибо получены Б. Риманом тавтологической подстановкой, что не было обнаружено П. Пицетти и С. Чандрасекхаром.

В связи с этим мы построили аналитическое описание движения жесткой (это ограничение легко снимается) эллипсоидальной оболочки, заполненной реальной жидкостью, около неподвижного центра тяжести.

Такая постановка задачи эквивалентна постановке Дирихле, ибо он требует, чтобы во вращающемся около неподвижного центра тяжести жидком эллипсоиде существовало такое движение жидкости, которое компенсировало бы его деформации под действием центробежных сил, т.е. чтобы эллипсоид оставался недеформированным и на его поверхности все время находились одни и те же частицы жидкости [3, 6, 7]. Нетрудно установить, что наша постановка задачи эквивалентна постановке Дирихле.

Единственное отличие состоит в допущении сжимаемости жидкости, но оно является, на наш взгляд, приближением задачи Дирихле к реальности и приводит к требуемому им движению жидкости внутри оболочки, которая движется вместе с жидкостью как небесное тело, т.е. с угловыми скоростями ω_i , удовлетворяющими уравнениям Эйлера

$$D_t \omega_i = \alpha_i \omega_j \omega_k, \quad (1)$$

где $\alpha_i = \frac{A_j - A_k}{A_i}$, A_i – моменты инерции.

Построим уравнения Эйлера, описывающие движение такого тела около неподвижного центра тяжести.

Так как центробежные силы периодически изменяют моменты инерции тела ввиду сжимаемости жидкости, то для построения уравнений мы должны найти полные производные по времени не от угловых скоростей ω_i , а от составляющих момента $A_i\omega_i$, учитывая, что

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= c_1 \operatorname{dn} u & \omega_2 &= c_2 \operatorname{sn} u & \omega_3 &= c_3 \operatorname{cn} u & \text{(I)} \\ \omega_1 &= c_1 \operatorname{cn} u & \omega_2 &= \bar{c}_2 \operatorname{sn} u & \omega_3 &= c_3 \operatorname{dn} u & \text{(II)} \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

$$u = \operatorname{am} \lambda(t - t_0)$$

$$\left. \begin{aligned} c_1^2 &= -\frac{S^2 - A_3 h}{A_1(A_1 - A_3)} & c_2^2 &= \frac{S^2 - A_3 h}{A_2(A_2 - A_3)} & c_3^2 &= \frac{A_1 h - S^2}{A_3(A_1 - A_3)} \\ \lambda^2 &= \frac{(A_1 - A_2)(A_1 h - S^2)}{A_1 A_2 A_3} & \varepsilon^2 &= \frac{(A_1 - A_2)(A_2 h - S^2)}{(A_2 - A_3)(A_1 h - S^2)} \end{aligned} \right\}, \quad (3-I)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{c}_2^2 &= \frac{S^2 - A_3 h}{A_2(A_1 - A_2)} \\ \lambda^2 &= \frac{(A_2 - A_3)(S^2 - A_3 h)}{A_1 A_2 A_3} & \varepsilon^2 &= \frac{(A_1 - A_3)(A_2 h - S^2)}{(A_2 - A_3)(A_1 h - S^2)} \end{aligned} \right\}, \quad (3-II)$$

где

$$\sum_{i=1}^3 A_i \omega_{i0}^2 = h, \quad \sum_{i=1}^3 A_i^2 \omega_{i0}^2 = S^2,$$

т.е. построить производные, имеющие вид

$$\frac{dA_i \omega_i}{dt} = \frac{\partial A_i}{\partial t} \omega_i + A_i \frac{\partial \omega_i}{\partial u} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial t} \right) + A_i \frac{\partial \omega_i}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial t} + A_i \frac{\partial \omega_i}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}, \quad (4)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \lambda}{\partial t} &= \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial \lambda}{\partial A_i} \frac{\partial A_i}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial c_i}{\partial t} &= \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial c_i}{\partial A_j} \frac{\partial A_j}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial A_i} \frac{\partial A_i}{\partial t} \right) \end{aligned} \right\},$$

A_i – моменты инерции, а $c_i, \lambda, \varepsilon$ определены выражениями (3).

Уравнения Эйлера, полученные в результате взятия производных (4) и описывающие движение такого тела, будут, таким образом, иметь вид (см. [9])

$$\left. \begin{aligned}
A_1 D_t \omega_1 + (A_3 - A_2) \omega_2 \omega_3 &= -A_1 \left[\frac{D_t \varepsilon}{2\varepsilon(1-\varepsilon^2)} + D_t \ln c_1 + (D_t \ln A_1) \right] \omega_1 - \\
&\quad - \frac{A_1 D_t \varepsilon}{2\varepsilon(1-\varepsilon^2)} D_u^2 \omega_1 + A_1 \left[\left(D_t \ln \lambda - \frac{1}{\varepsilon} \right) u + \frac{E(u) D_t \varepsilon}{\varepsilon(1-\varepsilon^2)} \right] D_u \omega_1 \\
A_2 D_t \omega_2 + (A_1 - A_3) \omega_1 \omega_3 &= -A_2 \left[\frac{D_t \varepsilon}{2\varepsilon(1-\varepsilon^2)} + D_t \ln c_2 + (D_t \ln A_2) \right] \omega_2 - \\
&\quad - \frac{A_2 D_t \varepsilon}{2\varepsilon(1-\varepsilon^2)} D_u^2 \omega_2 + A_2 \left[\left(D_t \ln \lambda - \frac{1}{\varepsilon} \right) u + \frac{E(u) D_t \varepsilon}{\varepsilon(1-\varepsilon^2)} \right] D_u \omega_2 \\
A_3 D_t \omega_3 + (A_2 - A_1) \omega_1 \omega_2 &= -A_3 \left[\frac{D_t \varepsilon}{2\varepsilon(1-\varepsilon^2)} + D_t \ln c_3 + (D_t \ln A_3) \right] \omega_3 - \\
&\quad - \frac{A_3 D_t \varepsilon}{2\varepsilon(1-\varepsilon^2)} D_u^2 \omega_3 + A_3 \left[\left(D_t \ln \lambda - \frac{1}{\varepsilon} \right) u + \frac{E(u) D_t \varepsilon}{\varepsilon(1-\varepsilon^2)} \right] D_u \omega_3
\end{aligned} \right\} \quad (5)$$

или

$$\left. \begin{aligned}
A_1 D_t \omega_1 + (A_3 - A_2) \omega_2 \omega_3 &= -A_1 \left[\frac{\varepsilon D_t \varepsilon}{(1-\varepsilon^2)} + D_t \ln c_1 + (D_t \ln A_1) \right] \omega_1 - \frac{A_1 D_t \varepsilon}{c_1^2 \varepsilon(1-\varepsilon^2)} \omega_1^3 + \\
&\quad + \left[\left(D_t \ln \lambda - \frac{1}{\varepsilon} \right) u + \frac{E(u) D_t \varepsilon}{\varepsilon(1-\varepsilon^2)} \right] (A_2 - A_3) \omega_2 \omega_3 \\
A_2 D_t \omega_2 + (A_1 - A_3) \omega_1 \omega_3 &= -A_2 \left[\frac{\varepsilon D_t \varepsilon}{(1-\varepsilon^2)} + D_t \ln c_2 + (D_t \ln A_2) \right] \omega_2 - \frac{A_2 D_t \varepsilon}{c_2^2 \varepsilon(1-\varepsilon^2)} \omega_2^3 + \\
&\quad + \left[\left(D_t \ln \lambda - \frac{1}{\varepsilon} \right) u + \frac{E(u) D_t \varepsilon}{\varepsilon(1-\varepsilon^2)} \right] (A_3 - A_1) \omega_1 \omega_3 \\
A_3 D_t \omega_3 + (A_2 - A_1) \omega_1 \omega_2 &= -A_3 \left[\frac{D_t \varepsilon}{\varepsilon(1-\varepsilon^2)} + D_t \ln c_3 + (D_t \ln A_3) \right] \omega_3 - \frac{A_3 D_t \varepsilon}{c_3^2 \varepsilon(1-\varepsilon^2)} \omega_3^3 + \\
&\quad + \left[\left(D_t \ln \lambda - \frac{1}{\varepsilon} \right) u + \frac{E(u) D_t \varepsilon}{\varepsilon(1-\varepsilon^2)} \right] (A_1 - A_2) \omega_1 \omega_2
\end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где, соответственно, ω_i – угловые скорости, A_i – моменты инерции, $c_i, \lambda, \varepsilon$ определены выражениями (3), $E(u)$ – эллиптическая функция II рода, являющаяся квазипериодической.

Так как тело движется с угловыми скоростями ω_i , удовлетворяющими уравнениям (1), то правые части уравнений (5), (6) определяют составляющие момента сил, вращающие жидкость внутри эллипсоидальной оболочки относительно тех же осей, движущихся (или неподвижных), но в противоположные стороны.

Третьи слагаемые содержат функции II рода, являющиеся квазипериодическими, а потому определяющими необратимые изменения динамики и кинематики движущейся жидкости. (Если мы допустим, что тело движется по инерции, то оно через некоторое время остановится.)

Система (5), будучи записана в векторной форме

$$\frac{\partial \vec{S}}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \vec{S}}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial t} = F_1 \vec{S} + F_2 D_t \vec{S} + F_3 \Delta \vec{S}, \quad (7)$$

где $\vec{S} = \mathbf{A}\vec{\Omega}$, преобразуема к виду

$$\frac{\partial \vec{S}}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \vec{S}}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial t} = F_1 \vec{S} + F_2 D_t \vec{S} + F_3 [\text{grad}(\text{div} \vec{S}) - \text{rot}(\text{rot} \vec{S})]. \quad (7')$$

Уравнение же (7') есть записанная в векторной форме система уравнения Эйлера – Стокса, описывающих движение реальной жидкости внутри оболочки в угловых скоростях.

Переносим слагаемые $\alpha_i \omega_j \omega_k$ в (6) в правую часть, отметим, что вся она образована из величин, явно зависящих от времени, что позволяет, проинтегрировав выражения составляющих момента, найти явные аналитические выражения угловых скоростей вращения жидкости внутри оболочки, определенных относительно движущихся осей,

$$\left. \begin{aligned} \omega_{I_1} &= \bar{\varphi}_{11} D_u \omega_1 + \bar{\varphi}_{12} (1 - \varepsilon^2) \omega_1 + \bar{\varphi}_{13} \ln(\lambda_{31} \omega_3 + \lambda_2 \omega_2) + \bar{C}_1 + \tilde{\varphi}_{14} E(u) \omega_1 \\ \omega_{I_2} &= \bar{\varphi}_{21} D_u \omega_2 + \bar{\varphi}_{22} (1 - \varepsilon^2) \omega_2 + \bar{\varphi}_{23} \ln(\lambda_{32} \omega_3 + \lambda_1 \omega_1) + \bar{C}_2 + \tilde{\varphi}_{24} E(u) \omega_2 \\ \omega_{I_3} &= \bar{\varphi}_{31} D_u \omega_3 + \bar{\varphi}_{32} (1 - \varepsilon^2) \omega_3 + \bar{\varphi}_{33} \ln(\lambda_{13} \omega_1 + \lambda_{23} \omega_2) + \bar{C}_3 + \tilde{\varphi}_{34} E(u) \omega_3 \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

где $\bar{C}_i$ – постоянные интегрирования, и, соответственно, скорости движения точек жидкости с учетом вращения оболочки с жидкостью, рассматриваемой как твердое тело, которые суть суммы

$$\tilde{\omega}_i = \omega_i + \omega_{I_i}. \quad (9)$$

Точно так же находятся скорости движения точек жидкости относительно неподвижных осей.

Угловые скорости, полученные в результате интегрирования, должны, естественно, входить в уравнения, определяющие нормированные линейные скорости точек жидкости, полученные Б. Риманом (см. [7]).

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{x_i}{a_i} \right) = \omega_{I_j} \left(\frac{x_k}{a_k} \right) - \omega_{I_k} \left(\frac{x_j}{a_j} \right). \quad (10)$$

Однако эти скорости являются лишь "затравочными" – порождающими движение жидкости внутри эллипсоидальной оболочки, ибо частицы жидкости, обтекающие внутреннюю поверхность эллипсоидальной оболочки, вращаются относительно осей, касающихся одной из эволютных поверхностей эллипсоида, но ввиду сохранения полного момента количества движения они с необходимостью вращаются и относительно осей им полярных, которые при условии, что первые оси являются гиперболическими – лежат вне эллипсоида – пересекают эллипсоид, если он сплюснутый, в приэкваториальной области (см. рис. 1, оси 4 и А).

Движение же жидкости относительно сказанных осей таково, что угловые скорости ω_i представляют собой функции пяти переменных:

$$\omega_i = \frac{\theta_i \theta_i (v_1, v_2, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3)}{\theta \theta (v_1, v_2, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3)}, \quad (11)$$

являясь решениями уравнений Эйлера, имеющих вид

$$\begin{aligned}
& A_1 D_t \omega_1 + (A_3 - A_2) \omega_2 \omega_3 = \sum_{l=1}^3 \beta_{l23}(u) \alpha_{l2} \alpha_{l3} - A_1 \left[\frac{1}{\mathbf{c}_1} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathbf{c}_1}{\partial \kappa_i} D_t \kappa_i \right] \omega_1 - \\
& - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i^3 A_1}{2 \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial u_1^2} + 2 D_{u_1} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_1} \omega_1 + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_1}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + \right. \right. \\
& \left. \left. + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \right] \right\} D_t \kappa_i - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i A_1}{2 \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ 2 \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial u_1 \partial u_2} + 2 \sum_{i=1}^2 D_{u_i} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_i} \omega_1 + \right. \\
& \left. + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_1}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 (\kappa_j^2 + \kappa_k^2) \right] \right\} D_t \kappa_i - \sum_{ijk=1}^3 \frac{A_1}{2 \kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial u_2^2} + \right. \\
& \left. + 2 D_{u_2} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_2} \omega_1 + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_1}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_j^2 \kappa_k^2 \right] \right\} D_t \kappa_i \\
& A_2 D_t \omega_2 + (A_1 - A_3) \omega_1 \omega_3 = \sum_{l=1}^3 \beta_{l13}(u) \alpha_{l1} \alpha_{l3} - A_2 \left[\frac{1}{\mathbf{c}_2} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathbf{c}_2}{\partial \kappa_i} D_t \kappa_i \right] \omega_2 - \\
& - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i^3 A_2}{2 \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \omega_2}{\partial u_1^2} + 2 D_{u_1} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_1} \omega_2 + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_2}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + \right. \right. \\
& \left. \left. + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \right] \right\} D_t \kappa_i - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i A_2}{2 \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ 2 \frac{\partial^2 \omega_2}{\partial u_1 \partial u_2} + 2 \sum_{i=1}^2 D_{u_i} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_i} \omega_2 + \right. \\
& \left. + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_2}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 (\kappa_j^2 + \kappa_k^2) \right] \right\} D_t \kappa_i - \sum_{ijk=1}^3 \frac{A_2}{2 \kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \omega_2}{\partial u_2^2} + \right. \\
& \left. + 2 D_{u_2} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_2} \omega_2 + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_2}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_j^2 \kappa_k^2 \right] \right\} D_t \kappa_i \\
& A_3 D_t \omega_3 + (A_2 - A_1) \omega_1 \omega_2 = \sum_{l=1}^3 \beta_{l12}(u) \alpha_{l1} \alpha_{l2} - A_3 \left[\frac{1}{\mathbf{c}_3} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathbf{c}_3}{\partial \kappa_i} D_t \kappa_i \right] \omega_3 - \\
& - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i^3 A_3}{2 \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \omega_3}{\partial u_1^2} + 2 D_{u_1} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_1} \omega_3 + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_3}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + \right. \right. \\
& \left. \left. + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \right] \right\} D_t \kappa_i - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i A_3}{2 \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ 2 \frac{\partial^2 \omega_3}{\partial u_1 \partial u_2} + 2 \sum_{i=1}^2 D_{u_i} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_i} \omega_3 + \right. \\
& \left. + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_3}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 (\kappa_j^2 + \kappa_k^2) \right] \right\} D_t \kappa_i - \sum_{ijk=1}^3 \frac{A_3}{2 \kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \omega_3}{\partial u_2^2} + \right. \\
& \left. + 2 D_{u_2} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_2} \omega_3 + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_3}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_j^2 \kappa_k^2 \right] \right\} D_t \kappa_i
\end{aligned} \tag{12}$$

где

$$\kappa_{ij} = \sqrt{\kappa_i^2 - \kappa_j^2},$$

$$\left. \begin{aligned} \kappa_{i11} &= K_{22} \frac{\partial K_{11}}{\partial \kappa_i} - K_{21} \frac{\partial K_{12}}{\partial \kappa_i} & \kappa_{i12} &= -K_{12} \frac{\partial K_{11}}{\partial \kappa_i} + K_{11} \frac{\partial K_{12}}{\partial \kappa_i} \\ \kappa_{i21} &= K_{22} \frac{\partial K_{21}}{\partial \kappa_i} - K_{21} \frac{\partial K_{22}}{\partial \kappa_i} & \kappa_{i22} &= -K_{12} \frac{\partial K_{21}}{\partial \kappa_i} + K_{11} \frac{\partial K_{22}}{\partial \kappa_i} \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

где K_{ij} суть полные абелевы интегралы I рода ранга два (см. [11]), т.е. уравнений, описывающих качение эллипсоида по плоскости или, что то же самое, уравнений Эйлера, описывающих движение вязкой сжимаемой жидкости, вызванное движением в ней трехосного эллипсоида.

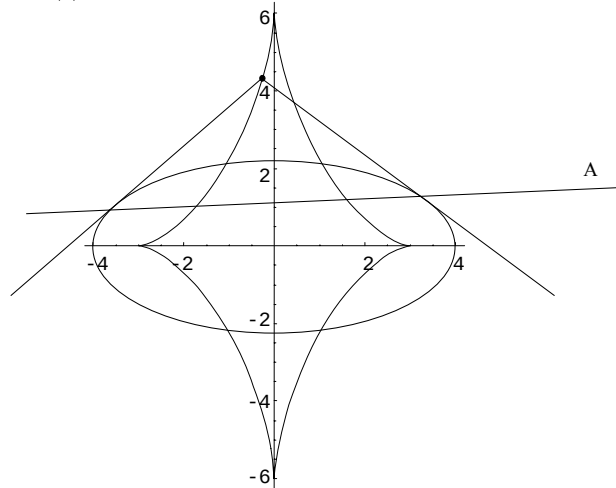


Рис.1. Эволюта плоского сечения эллипсоида и оси вращения

В рамках настоящей статьи мы не имеем возможности дать полное описание движения жидкости внутри жесткой эллипсоидальной оболочки, вращающейся около неподвижного центра тяжести, однако полученные нами уравнения дают возможность продемонстрировать степень сложности сказанного движения, а их решения – построить исчерпывающее его описание.

Литература

1. Ньютон И. Математические начала натуральной философии. / Собр. соч. А.Н. Крылова, М.-Л.: ИАН СССР. Т.7. 1936.
2. Тодхантер И. История математических теорий притяжения и фигуры Земли. М.: УРСС, 2002.
3. Пицетти П. Основы механической теории фигуры планет. М.-Л.: ГТТИ, 1933.
4. Аппель П. Фигуры равновесия вращающейся однородной жидкости. Л.-М.: ОНТИ, 1936.
5. Пуанкаре А. Фигуры равновесия жидкой массы. Москва – Ижевск: РХД, 2000.
6. Dirichlet P.G. Untersuchungen über ein Problem der Hydrodynamik. Journ. für Reine und Angew. Math., Bd. LVIII, 1860. S. 181 – 216.
7. Риман Б. О движении жидкого однородного эллипсоида. Соч. М.-Л.: ГИТТЛ, 1948. С. 339–366.
1. Poincaré H. Sur la precession des corps déformable. Paris. Gauthier-Villars, t. VIII, pp. 481–514.
9. Чандрасекхар С. Эллипсоидальные фигуры равновесия. М.: Мир, 1973.
10. Мануйлов К.В., Волкова О.В., Ильин В.А., Курбатов А.А. Движение тяжелого твердого тела около неподвижной точки в общем случае. / В сб. "Проблемы пространства, времени, движения". РАН. ОАО СПб-ТЕХНОЛОГИЯ. Санкт-Петербург. 1997. С 203–258.
1. Мануйлов К.В., Курбатов А.А. Решение уравнений Эйлера, описывающих движение тяжелого твердого тела около неподвижной точки в общем случае. (Настоящий номер Вестника).

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПЛОСКОЙ КРИВОЙ, «ДАННОЙ СВОБОДНЫМ ВЛЕЧЕНИЕМ РУКИ» К.В. Мануйлов

Все без исключения законы изменения величин, являющихся наблюдаемыми значениями физических полей, представленные плоскими кривыми

$$y = \begin{cases} f(x), \\ f(t), \end{cases} \quad (1)$$

полученными либо в результате дискретных или непрерывных измерений этих величин вдоль некоторых прямых – профилей в геофизике, в плоскостях в томографии или, как при почти всех экспериментальных измерениях, на самописцах (компьютерах), либо же в результате проведения плоских сечений поверхностей, сформированных механическими воздействиями на некоторые материальные объекты, требуют для решения практически необозримого поля различных задач представления их (кривых) в аналитической форме.

Действительно, упомянутые нами кривые могли бы быть использованы для решения целого ряда задач, в частности, для предсказания поведения измеряемых полей в зависимости от изменения тех или иных параметров источников этих полей, определения формы – геометрии источников при деформациях и колебаниях механических поверхностей, если бы они были определены в функциях, к которым применимы основные операции анализа, причем таких, которые являются решениями уравнений математической физики, т.е. тех уравнений, которые описывают вышеупомянутые физические объекты. Эта задача была полностью решена геометрами и аналитиками XIX столетия. Рассмотрим в общем виде ее решение, данное Б. Риманом [1, 2].

Предполагая, что рассматриваемая нами плоская кривая не имеет разрывов первого и второго рода, но может иметь острия и самопересечения, ее в зависимости от числа максимумов, минимумов и самопересечений наиболее естественно определить полиномом степени n или уравнением степени n , положенным Б. Риманом в основу теории абелевых функций [3]:

$$F(s, z) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (2)$$

Построим аналитическое описание кривой (2), опираясь на стереографическое отображение. Приведем в соприкосновение с плоскостью $ХОУ$ сферу, определенную уравнением

$$\sum_{i=1}^3 x_i^2 = 1, \quad (3)$$

и установим взаимно однозначное соответствие между начальной точкой кривой, «данной свободным влечением руки», A и точкой a сферы (3) посредством стереографического отображения. Тогда движению точки по плоскости будет взаимно однозначно соответствовать качение сферы по плоскости или же ее вращение относительно системы осей, эквивалентное некоторому движению точек по сфере, каковое представимо аналитически непрерывной реализацией дробно-линейного преобразования переменной $z = x + iy$, если мы введем на плоскости $ХОУ$ комплексную метрику, т.е. преобразуем ее в C^1 (см [2]).

Этим самым движению точки A по плоскости будет соотнесено движение ее образа – точки a – по сфере (3) или вращение сферы (3) относительно системы осей. Любая плоская кривая вида (1), в силу выше сформулированного определения, представима в общем случае некоторой абелевой функцией от p переменных, являющейся тригонометрической функцией алгебраической кривой рода p .

Последнее утверждение справедливо, ибо именно указанные абелевы функции являются точными (аналитическими) решениями уравнений теории потенциала независимо от природы упомянутого потенциала – решениями внешней и внутренней задач Дирихле, решениями задачи Коши для уравнений теплопроводности, диффузии, волновых уравнений и уравнений, возникающих в теории деформаций монолитных тел и оболочек, и т.д. [4].

Рассмотрим это построение индуктивно, что позволит нам уяснить предлагаемый метод, неулучшаемость которого была доказана Е.И. Золотаревым в небольшой заметке [5], содержащей решение задачи П.Л. Чебышева [6], представленной им в мемуаре "О функциях, наименее уклоняющихся от нуля".

Отметим, что из теории абелевых функций, построенной Б. Риманом, следует, что плоская кривая, определенная уравнениями (1) и (2), имеет своими тригонометрическими функциями абелевы функции второго порядка от $p = \frac{n-2}{2}$ переменных.

Однако, в силу теоремы Абеля I [4], аналитическое описание кривой (2), эквивалентное построению общего решения уравнения, описывающего колебания струны, определенного некогда Л. Эйлером фразой: "Общее решение уравнения струны представимо кривой, данной свободным влечением руки," – можно найти, используя лишь три эллиптические функции.

Так как обыкновенно плоские кривые (1) и (2), изображающие поведение во времени или в пространстве некоторых физических величин, представляются в виде непериодических функций с ненормированными (в отличие от тригонометрических функций) изменениями абсолютных значений величины $y = f(x)$ – амплитудными отклонениями, то самое простое построение их аналитического описания состоит в преобразовании таковых в периодические функции с нормированными амплитудными отклонениями от нуля или некоторой "средней" величины. Ибо, если значения изучаемой физической величины не изменяют знак, то соответствующая плоская кривая получится в результате наложения на функцию $\Delta(amu)$ или dnu некоторого заданного наблюдаемыми значениями величины закона изменения эксцентриситета эллипса, каковое всегда представимо в соответствии с формулами приведения (см. [7]) соответствующим изменением аргумента u .

Если же значения изучаемой нами физической величины являются знакопеременными, т.е. являются более естественно представимыми графиками функции $\sin(amu)$ или $\cos(amu)$, snu , cnu , то необходимое число максимумов, минимумов и пересечений кривой с осью абсцисс, т.е. нулей, также подбирается соответствующими вариациями эксцентриситета ϵ . Таким образом, изменения периода определяются одной (sic!) функцией.

Вторая задача, возникающая при преобразовании данной периодической тригонометрической функции, представленной плоской кривой, в наблюдаемую функцию $y = f(x)$, состоит в преобразовании изменений амплитуды тригонометрической функции, которая по определению изменяется в пределах от +1 до -1, если она аналогична $\sin(u)$ или $\cos u$, и в пределах между 1 и ϵ' , если она аналогична dnu , в изменения амплитуды наблюдаемой кривой.

Решим и эту задачу, используя эллиптические функции. Если наблюдаемая кривая имеет нули или, напротив, вся лежит в области положительных значений y , найдем среднее значение исследуемой величины на данном интервале и проведем две прямые $y = \pm c$ такие, чтобы ни одна из них не соприкасалась с графиком $y = f(x)$, т.е. чтобы

$$\begin{aligned} c(+)-f(y) &> 0, \\ c(-)-f(y) &> 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Преобразовав удвоенную ординату – ширину получаемой таким образом полосы $y = 2c$ в единицу, определим две эллиптические функции, согласованные изменения которых дадут нам точное описание изменения ординаты y , либо совершенно независимое от изменения периода, либо же согласованное с последним. Этим самым закон изменения ординаты будет определен законом одновременного изменения эксцентриситетов двух сопряженных классических конических сечений ε и ε' :

$$\varepsilon^2 + \varepsilon'^2 = 1 = |2c|, \quad (5)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon^2 &= \frac{\Theta_2^2}{\Theta_3^2} = \frac{\Theta_2^2(v)}{\Theta_3^2(v)} = c, \\ \varepsilon'^2 &= \frac{\Theta_4^2}{\Theta_3^2} = \frac{\Theta_4^2(v)}{\Theta_3^2(v)} = c. \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

Вопрос согласования изменения периода и амплитуды – ординаты y между собой при преобразовании периодической нормированной тригонометрической функции в данную с ненормированной амплитудой в каждом конкретном случае может иметь свое решение.

Однако можно сразу сказать, что при превышении амплитудой максимального (минимального) значения $+1$ (-1) естественно согласовать изменение периода с квадратом возрастающего эксцентриситета, а при недостижении максимального (минимального) значения $+1$ (-1) – с квадратом убывающего, сумма коих на всем интервале изменения координаты x или t является величиной постоянной.

Таким образом, решение второй задачи мы получим с помощью двух эллиптических функций ε и ε' .

Наиболее простой путь такого подбора дает рассмотрение катящегося по плоскости шара Бобылева с переменным радиусом r . Кривая, которую описывает точка соприкосновения такого шара с плоскостью, определена системой уравнений [8]

$$\begin{cases} x = b \{-u + 2 [E(u + K) - E(K)]\}, \\ y = -2 \varepsilon \varepsilon' b (u + K), \end{cases} \quad (7)$$

где E – полный эллиптический интеграл II рода; K – полный эллиптический интеграл I рода; ε – эксцентриситет кинематического эллипса, спрямляющего кривую; u – аргумент, определенный эллиптическим интегралом с переменным верхним пределом:

$$u = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi}} = \int_0^x \frac{dx}{(1 - x^2)(1 - \varepsilon^2 x^2)}; \quad (8)$$

b – величина, численно равная радиусу шара Бобылева, ибо последний, как это следует из уравнения

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 = b^2 dn^2 u, \quad (9)$$

определен равенством

$$r = bu. \quad (10)$$

Литература

1. Риман Б. Основы общей теории функции одной комплексной переменной. Сочинения. М-Л:ГИТТЛ, 1948. С. 49–87.

2. Курант Р. Геометрическая теория функций комплексной переменной. М-Л: ОНТИ, 1934.
3. Риман Б. Теория абелевых функций. Сочинения. М-Л: ГИТТЛ, 1948. С. 139–159.
4. Мануйлов К.В. Конические сечения, теорема Абеля и нелинейные задачи математической физики. // Quest. Phil. Nat. №2–3, 1998–1999.
5. Золотарев Е.И. Sur l'application des fonctions elliptiques aux questions de maxima et minima. / Собрание сочинений Е.И. Золотарева, ЛИ АН СССР, 1931. С. 371–374.
6. Чебышев П.Л. О функциях, наименее уклоняющихся от нуля. / Чебышев П.Л. Избранные труды. МИ АН СССР. 1955. С. 579–610.
7. Ильина Л.П., Мануйлов К.В. Курс лекций по теории функций комплексной переменной и эллиптическим функциям (с приложением справочного материала). СПб, 2000.
8. Ляв А. Математическая теория упругости. М-Л.: ОНТИ, 1936.

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА, ОПИСЫВАЮЩИХ ДВИЖЕНИЕ ТЯЖЕЛОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА ОКОЛО НЕПОДВИЖНОЙ ТОЧКИ, В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ

К.В. Мануйлов, А.А. Курбатов

Решение задачи о движении тяжелого твердого тела около неподвижной точки в общем случае является чрезвычайно важным для построения аналитического описания трудно обозримого множества различных динамических систем, начиная от движения корабля на волнении [1] и кончая движением систем с большим числом степеней свободы. Кроме того, полные уравнения движения, описывающие поведение угловых скоростей, дают возможность построить решения практически всех нестационарных уравнений математической физики [2].

Однако, несмотря на создание теории абелевых функций, содержащей все необходимое для ее решения – вплоть до выражения в известных функциях уравнений Эйлера, это движение описывающих (впервые, хотя не до конца, в 1879 г. Г. Вебер [3]), она считается до сих пор неразрешимой в квадратурах, по всей видимости, всеми, кроме авторов настоящей статьи [4–8]. Между тем функции, в которых выражаются кинематические параметры, описывающие движение тяжелого твердого тела около неподвижной точки – угловые скорости $\omega_i, \bar{\omega}_i$ и направляющие косинусы α_{ij} , являющиеся решениями уравнений Эйлера

$$A_i D\omega_i + (A_k - A_j)\omega_j\omega_k = F_g(x_{j0}\alpha_{3k} - x_{k0}\alpha_{3j}), \quad (1)(a)$$

$$\left. \begin{aligned} D\alpha_{i1} &= \omega_2\alpha_{i3} - \omega_3\alpha_{i2} \\ D\alpha_{i2} &= \omega_3\alpha_{i1} - \omega_1\alpha_{i3} \\ D\alpha_{i3} &= \omega_1\alpha_{i2} - \omega_2\alpha_{i1} \end{aligned} \right\}, \quad (1)(b)$$

$$A_i D\bar{\omega}_i + (A_k - A_j)\bar{\omega}_j\bar{\omega}_k = F_g(x_{j0}\alpha_{k3} - x_{k0}\alpha_{j3}), \quad (1')(a)$$

$$\left. \begin{aligned} D\alpha_{1i} &= \bar{\omega}_3\alpha_{2i} - \bar{\omega}_2\alpha_{3i} \\ D\alpha_{2i} &= \bar{\omega}_1\alpha_{3i} - \bar{\omega}_3\alpha_{1i} \\ D\alpha_{3i} &= \bar{\omega}_2\alpha_{1i} - \bar{\omega}_1\alpha_{2i} \end{aligned} \right\}, \quad (1')(b)$$

где A_i – моменты инерции, ω_i и $\bar{\omega}_i$ – угловые скорости относительно движущихся и неподвижных осей, α_{ij} – направляющие косинусы, x_{i0} – координаты центра тяжести, F_g – сила тяжести, были полностью определены в результате алгебраического анализа уравнений (1), проведенного С.В. Ковалевской [11–13]. Действительно, из полученного ею в результате приравнивания нулю детерминанта, образованного из системы (1),

$$\begin{vmatrix} A_1 s & (A_3 - A_2)\omega_{30}\omega_{2m} & (A_3 - A_2)\omega_{20}\omega_{3m} & P_{1m} & -y_0\alpha_{33m} & z_0\alpha_{32m} \\ (A_1 - A_3)\omega_{10}\omega_{3m} & A_2 s & (A_1 - A_3)\omega_{30}\omega_{1m} & -z_0\alpha_{31m} & P_{2m} & z_0\alpha_{31m} \\ (A_2 - A_1)\omega_{10}\omega_{2m} & (A_2 - A_1)\omega_{20}\omega_{1m} & A_3 s & -x_0\alpha_{32m} & y_0\alpha_{31m} & P_{3m} \\ P_{4m} & -\omega_{30}\alpha_{32m} & \omega_{20}\alpha_{33m} & s-1 & -\alpha_{320}\omega_{3m} & \alpha_{330}\omega_{2m} \\ -\omega_{10}\alpha_{33m} & P_{5m} & \omega_{30}\alpha_{31m} & \alpha_{310}\omega_{3m} & s-1 & -\alpha_{330}\omega_{1m} \\ \omega_{20}\alpha_{31m} & -\omega_{10}\alpha_{32m} & P_{6m} & \alpha_{310}\omega_{2m} & \alpha_{320}\omega_{1m} & s-1 \end{vmatrix}, \quad (2)$$

уравнения шестой степени

$$F(s; y) = a_0 s^6 + a_1 s^5 + a_2 s^4 + a_3 s^3 + a_4 s^2 + a_5 s + a_6 = 0 \quad (3)$$

следует, что решения уравнений (1) и (1') суть тригонометрические функции алгебраической кривой рода два, определенные отношениями шести нечетных и девяти четных тэта-функций второго порядка от двух переменных к тэта-функции второго порядка, являющейся единицей группы из шестнадцати тэта-функций первого порядка с характеристиками, независимыми от конкретных значений коэффициентов в уравнениях (1) и (1') (или (3)), что не учла С.В. Ковалевская (см. [10–14]).

Угловые скорости, определенные относительно движущихся осей, суть отношения вида

$$\omega_i = \frac{\theta'_i \theta_i(v_1, v_2)}{\theta \theta(v_1, v_2)}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (4)$$

угловые скорости, определенные относительно неподвижных осей, суть отношения вида

$$\bar{\omega}_i = \frac{\theta'_{i+3} \theta_{i+3}(v_1, v_2)}{\theta \theta(v_1, v_2)}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (4')$$

а направляющие косинусы α_{ij} суть отношения

$$\frac{\theta_{kl} \theta_{kl}(v_1, v_2)}{\theta \theta(v_1, v_2)}, \quad k = 1, 2, 3, \quad l = 4, 5, 6. \quad (5)$$

Функции (4), (4'), (5) естественно входят в выражения интегралов движения – шести классических

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^3 A_i \omega_i^2 - 2B(t) \sum_{i=1}^3 x_{i0} \alpha_{3i} &= h & (a) \\ \sum_{i=1}^3 A_i^2 \omega_i^2 - 2B(t) \sum_{i=1}^3 x_{i0} E_i \alpha_{3i} &= H^2 & (b) \end{aligned} \right\}, \quad (6.1)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{ij=1}^3 A_i \omega_i \alpha_{ij} &= l_j & (a) \\ \sum_{i=1}^3 A_i^2 \omega_i \alpha_{ji} &= L_j & (b) \end{aligned} \right\}, \quad (6.2)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^3 \alpha_{ij}^2 &= \sum_{j=1}^3 \alpha_{ij}^2 = \sum_{i=1}^3 \alpha_{ii}^2 = 1 & (a) \\ \sum_{ijk=1}^3 \alpha_{ij} \alpha_{ik} &= 0 & (b) \end{aligned} \right\}, \quad (6.3)$$

из которых (6.1)(b) получается стандартным приемом. Домножим каждое из уравнений Эйлера (1)(a) на $A_i \omega_i$ и сложим их, что даст

$$\sum_{i=1}^3 A_i \omega_i D(A_i \omega_i) - B(t) \sum_{ijk=1}^3 x_{i0} [(A_k \omega_k) \alpha_{3j} - (A_j \omega_j) \alpha_{3k}] = 0. \quad (6.4)$$

Переопределим угловые скорости, положив $\tilde{\omega}_i = A_i \omega_i$. Тогда равенство (6.4) приобретет вид

$$\sum_{i=1}^3 \tilde{\omega}_i D \tilde{\omega}_i - B(t) \sum_{ijk=1}^3 x_{i0} (\tilde{\omega}_k \alpha_{3j} - \tilde{\omega}_j \alpha_{3k}) = 0$$

или

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 D \tilde{\omega}_i^2 - B(t) \sum_{i=1}^3 x_{i0} E_i D(\alpha_{3i}) = 0. \quad (6.5)$$

Интегрируя, получаем

$$\sum_{i=1}^3 A_i^2 \omega_i^2 - 2B(t) \sum_{i=1}^3 x_{i0} E_i \alpha_{3i} = H^2, \quad (6.6)$$

где E_i суть постоянные, имеющие размерность момента инерции, определенные отношениями (см. [11, 12])

$$E_i = \frac{\tilde{\omega}_k \alpha_{3j} - \tilde{\omega}_j \alpha_{3k}}{\omega_k \alpha_{3j} - \omega_j \alpha_{3k}} = \frac{(A_k \omega_k) \alpha_{3j} - (A_j \omega_j) \alpha_{3k}}{\omega_k \alpha_{3j} - \omega_j \alpha_{3k}}.$$

Интегралами движения также являются поверхность K_2^4 , имеющая четвертый порядок по ω_i (α_{ij}), характеристическая поверхность, являющаяся поверхностью Римана рода 2 шестого порядка K_2^6 , и многообразие Якоби J_2^8 – восьмого порядка.

Построим дифференциальные уравнения Эйлера посредством прямого дифференцирования функций (4)–(5).

Производные от отношений четных тэта-функций второго порядка (5) имеют вид [3, 11]

$$\left. \begin{aligned} D_t \alpha_{i1} &= \frac{c_2 \theta_2(v_1, v_2)}{\theta \theta(v_1, v_2)} \alpha_{i3} - \frac{c_3 \theta_3(v_1, v_2)}{\theta \theta(v_1, v_2)} \alpha_{i2} \\ D_t \alpha_{i2} &= \frac{c_3 \theta_3(v_1, v_2)}{\theta \theta(v_1, v_2)} \alpha_{i1} - \frac{c_1 \theta_1(v_1, v_2)}{\theta \theta(v_1, v_2)} \alpha_{i3} \\ D_t \alpha_{i3} &= \frac{c_1 \theta_1(v_1, v_2)}{\theta \theta(v_1, v_2)} \alpha_{i2} - \frac{c_2 \theta_2(v_1, v_2)}{\theta \theta(v_1, v_2)} \alpha_{i1} \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} D_t \alpha_{1i} &= \frac{c_6 \theta_6(v_1, v_2)}{\theta \theta(v_1, v_2)} \alpha_{2i} - \frac{c_5 \theta_5(v_1, v_2)}{\theta \theta(v_1, v_2)} \alpha_{3i} \\ D_t \alpha_{2i} &= \frac{c_4 \theta_4(v_1, v_2)}{\theta \theta(v_1, v_2)} \alpha_{3i} - \frac{c_6 \theta_6(v_1, v_2)}{\theta \theta(v_1, v_2)} \alpha_{1i} \\ D_t \alpha_{3i} &= \frac{c_5 \theta_5(v_1, v_2)}{\theta \theta(v_1, v_2)} \alpha_{1i} - \frac{c_4 \theta_4(v_1, v_2)}{\theta \theta(v_1, v_2)} \alpha_{2i} \end{aligned} \right\}$$

где $c_i = \theta'_i$, а производные от отношений нечетных тэта-функций второго порядка имеют вид

$$\left. \begin{aligned} D\omega_1 &= -\frac{\theta \theta_{14} c_1 c_4}{\theta_{24} \theta_{34} c_2 c_3} \omega_2 \omega_3 - \frac{\theta^2 c_1^2}{\theta_{24}^2 \theta_{34}^2} \alpha_{32} \alpha_{33} = \alpha_1 \omega_2 \omega_3 + \beta_{123} \alpha_{32} \alpha_{33} \\ D\omega_2 &= \frac{\theta \theta_{24} c_2 c_4}{\theta_{14} \theta_{34} c_1 c_3} \omega_1 \omega_3 - \frac{\theta^2 c_2^2}{\theta_{14}^2 \theta_{34}^2} \alpha_{31} \alpha_{33} = \alpha_2 \omega_1 \omega_3 + \beta_{213} \alpha_{31} \alpha_{33} \\ D\omega_3 &= -\frac{\theta \theta_{34} c_3 c_4}{\theta_{14} \theta_{24} c_1 c_2} \omega_1 \omega_2 - \frac{\theta^2 c_3^2}{\theta_{14}^2 \theta_{24}^2} \alpha_{31} \alpha_{32} = \alpha_3 \omega_1 \omega_2 + \beta_{312} \alpha_{31} \alpha_{32} \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} D\bar{\omega}_1 &= -\frac{\theta \theta_{14} c_1 c_4}{\theta_{15} \theta_{16} c_3 c_6} \bar{\omega}_2 \bar{\omega}_3 - \frac{\theta^2 c_4^2}{\theta_{15}^2 \theta_{16}^2} \alpha_{23} \alpha_{33} = \alpha_1 \bar{\omega}_2 \bar{\omega}_3 + \bar{\beta}_{123} \alpha_{23} \alpha_{33} \\ D\bar{\omega}_2 &= \frac{\theta \theta_{15} c_1 c_5}{\theta_{14} \theta_{16} c_4 c_6} \bar{\omega}_1 \bar{\omega}_3 - \frac{\theta^2 c_5^2}{\theta_{14}^2 \theta_{16}^2} \alpha_{13} \alpha_{33} = \alpha_2 \bar{\omega}_1 \bar{\omega}_3 + \bar{\beta}_{213} \alpha_{13} \alpha_{33} \\ D\bar{\omega}_3 &= -\frac{\theta \theta_{16} c_1 c_6}{\theta_{14} \theta_{15} c_4 c_5} \bar{\omega}_1 \bar{\omega}_2 - \frac{\theta^2 c_6^2}{\theta_{14}^2 \theta_{15}^2} \alpha_{13} \alpha_{23} = \alpha_3 \bar{\omega}_1 \bar{\omega}_2 + \bar{\beta}_{312} \alpha_{13} \alpha_{23} \end{aligned} \right\}$$

а для общей системы сил, действующих на движущееся твердое тело [11]:

$$\left. \begin{aligned} D\omega_1 &= -\frac{\theta\theta_{14}\mathbf{c}_1\mathbf{c}_4}{\theta_{24}\theta_{34}\mathbf{c}_2\mathbf{c}_3}\omega_2\omega_3 - \sum_{i=1}^3 \frac{\theta^2\mathbf{c}_1^2}{\theta_{2,i+3}^2\theta_{3,i+3}^2}\alpha_{i2}\alpha_{i3} = \alpha_1\omega_2\omega_3 + \sum_{l=1}^3 \beta_{l23}\alpha_{l2}\alpha_{l3} \\ D\omega_2 &= \frac{\theta\theta_{24}\mathbf{c}_2\mathbf{c}_4}{\theta_{14}\theta_{34}\mathbf{c}_1\mathbf{c}_3}\omega_1\omega_3 - \sum_{i=1}^3 \frac{\theta^2\mathbf{c}_2^2}{\theta_{1,i+3}^2\theta_{3,i+3}^2}\alpha_{i1}\alpha_{i3} = \alpha_2\omega_1\omega_3 + \sum_{l=1}^3 \beta_{l23}\alpha_{l1}\alpha_{l3} \\ D\omega_3 &= -\frac{\theta\theta_{34}\mathbf{c}_3\mathbf{c}_4}{\theta_{14}\theta_{24}\mathbf{c}_1\mathbf{c}_2}\omega_1\omega_2 - \sum_{i=1}^3 \frac{\theta^2\mathbf{c}_3^2}{\theta_{1,i+3}^2\theta_{2,i+3}^2}\alpha_{i1}\alpha_{i2} = \alpha_3\omega_1\omega_2 + \sum_{l=1}^3 \beta_{l23}\alpha_{l1}\alpha_{l2} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Однако уравнения (7)–(9) суть не уравнения Эйлера, описывающие движение тяжелого твердого тела около неподвижной точки, но лишь алгебраические выражения производных от четных и нечетных тригонометрических функций алгебраической кривой рода 2, эквивалентные деривационным уравнениям, описывающим движение репера, сопровождающего замкнутую кривую, лежащую на поверхности Куммера K_2^4 (см. [2, 15]), из коих совпадают по виду с уравнениями Эйлера (1)(b), (1')(b) уравнения (7).

Для преобразования их в уравнения, описывающие движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки, необходимо переопределить постоянные β_{ijk} , $\bar{\beta}_{ijk}$, а именно, положить

$$\beta_{ijk} = -\gamma \frac{mM}{A_i R_{T3}^2} \frac{(b_j - b_k)}{b_j b_k}, \quad (10)$$

$$\bar{\beta}_{ijk} = -\gamma \frac{mM}{A_i R_{T3}^2} \frac{(\bar{b}_j - \bar{b}_k)}{\bar{b}_j \bar{b}_k}, \quad (11)$$

где $b_j = x_{j0} \cdot \alpha_{3k}$, $\bar{b}_j = x_{j0} \cdot \alpha_{k3}$, $-\gamma \frac{mM}{R_{T3}^2}$ – периодически изменяющаяся сила

тяжести. Тогда правые части уравнений (8) и (9) станут эквивалентны правым частям уравнений (1)(a) и (1')(a) (отметим, что уравнения (9) переводится в уравнения (8) поворотом системы координат). Такое переопределение приводит нас к заключению, что кинематические параметры являются периодическими функциями четырех переменных, ибо периодическое изменение силы тяжести преобразует модули κ_i , входящие в абелевы интегралы I рода ранга 2, определяющие периоды функций (4)–(5), вместе с периодами в периодически изменяющиеся величины, т.е. уравнения (1)(a) и (1')(a) являются уравнениями с периодически изменяющимися коэффициентами (отметим, что из этого переопределения следует неразрешимость уравнений (1)(a) и (1')(a) при постоянной силе тяжести). Но тогда, строго говоря, для построения уравнений Эйлера посредством дифференцирования кинематических параметров мы должны брать от них полные производные по времени, т.е. по переменным u_i , κ_i , из коих последние выражаются через начальные условия:

$$\left. \begin{aligned} \kappa_1^2 &= \frac{\theta_{14}^2 \theta_{24}^2}{\theta^2 \theta_{36}^2} = \frac{\theta_{14}^2 \theta_{24}^2}{\theta^2 \theta^2} \frac{1}{\frac{\theta_{36}^2}{\theta^2}} = \frac{\alpha_{11}^{(0)} \alpha_{12}^{(0)}}{\alpha_{33}^{(0)}} \\ \kappa_2^2 + \kappa_2'^2 &= \frac{\theta_{25}^2 \theta_{26}^2}{\theta_{15}^2 \theta_{16}^2} + \frac{\theta_{35}^2 \theta_{36}^2}{\theta_{15}^2 \theta_{16}^2} = \frac{A_2(A_1 - A_3)}{A_1(A_2 - A_3)} + \frac{A_3(A_1 - A_2)}{A_1(A_2 - A_3)} = 1 \\ \kappa_3^2 &= \frac{\theta_{15}^2 \theta_{34}^2}{\theta^2 \theta_{16}^2} = \frac{\theta_{15}^2 \theta_{34}^2}{\theta^2 \theta^2} \frac{1}{\frac{\theta_{16}^2}{\theta^2}} = \frac{\alpha_{21}^{(0)} \alpha_{13}^{(0)}}{\alpha_{31}^{(0)}} \end{aligned} \right\}, \quad (12)$$

Следовательно, как уравнения движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки, так и уравнения движения тяжелого твердого тела с трением в

точке опоры и уравнения движения тяжелого деформируемого тела мы получим, взяв производные от кинематических параметров по u_i, κ_i :

$$\begin{aligned}
 & A_1 D_t \omega_1 + (A_3 - A_2) \omega_2 \omega_3 = \sum_{l=1}^3 \beta_{l23}(u) \alpha_{l2} \alpha_{l3} - A_1 \left[\frac{1}{\mathbf{c}_1} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathbf{c}_1}{\partial \kappa_i} D_t \kappa_i \right] \omega_1 - \\
 & - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i^3 A_1}{2 \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial u_1^2} + 2 D_{u_1} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_1} \omega_1 + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_1}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + \right. \right. \\
 & + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \left. \left. \right] \right\} D_t \kappa_i - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i A_1}{2 \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ 2 \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial u_1 \partial u_2} + 2 \sum_{i=1}^2 D_{u_i} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_i} \omega_1 + \right. \\
 & + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_1}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 (\kappa_j^2 + \kappa_k^2) \right] \left. \right\} D_t \kappa_i - \sum_{ijk=1}^3 \frac{A_1}{2 \kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial u_2^2} + \right. \\
 & + 2 D_{u_2} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_2} \omega_1 + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_1}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_j^2 \kappa_k^2 \right] \left. \right\} D_t \kappa_i \\
 & A_2 D_t \omega_2 + (A_1 - A_3) \omega_1 \omega_3 = \sum_{l=1}^3 \beta_{l13}(u) \alpha_{l1} \alpha_{l3} - A_2 \left[\frac{1}{\mathbf{c}_2} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathbf{c}_2}{\partial \kappa_i} D_t \kappa_i \right] \omega_2 - \\
 & - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i^3 A_2}{2 \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \omega_2}{\partial u_1^2} + 2 D_{u_1} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_1} \omega_2 + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_2}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + \right. \right. \\
 & + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \left. \left. \right] \right\} D_t \kappa_i - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i A_2}{2 \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ 2 \frac{\partial^2 \omega_2}{\partial u_1 \partial u_2} + 2 \sum_{i=1}^2 D_{u_i} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_i} \omega_2 + \right. \\
 & + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_2}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 (\kappa_j^2 + \kappa_k^2) \right] \left. \right\} D_t \kappa_i - \sum_{ijk=1}^3 \frac{A_2}{2 \kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \omega_2}{\partial u_2^2} + \right. \\
 & + 2 D_{u_2} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_2} \omega_2 + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_2}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_j^2 \kappa_k^2 \right] \left. \right\} D_t \kappa_i \\
 & A_3 D_t \omega_3 + (A_2 - A_1) \omega_1 \omega_2 = \sum_{l=1}^3 \beta_{l12}(u) \alpha_{l1} \alpha_{l2} - A_3 \left[\frac{1}{\mathbf{c}_3} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \mathbf{c}_3}{\partial \kappa_i} D_t \kappa_i \right] \omega_3 - \\
 & - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i^3 A_3}{2 \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \omega_3}{\partial u_1^2} + 2 D_{u_1} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_1} \omega_3 + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_3}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \right] \right\} D_t \kappa_i - \\
 & - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i A_3}{2 \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ 2 \frac{\partial^2 \omega_3}{\partial u_1 \partial u_2} + 2 \sum_{i=1}^2 D_{u_i} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_i} \omega_3 + \right. \\
 & + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_3}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 (\kappa_j^2 + \kappa_k^2) \right] \left. \right\} D_t \kappa_i - \sum_{ijk=1}^3 \frac{A_3}{2 \kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \omega_3}{\partial u_2^2} + \right. \\
 & + 2 D_{u_2} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_2} \omega_3 + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \omega_3}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_j^2 \kappa_k^2 \right] \left. \right\} D_t \kappa_i
 \end{aligned} \quad , (13)$$

где

$$\begin{aligned} \kappa_{ij} &= \sqrt{\kappa_i^2 - \kappa_j^2}, \\ \left. \begin{aligned} \kappa_{i11} &= K_{22} \frac{\partial K_{11}}{\partial \kappa_i} - K_{21} \frac{\partial K_{12}}{\partial \kappa_i} & \kappa_{i12} &= -K_{12} \frac{\partial K_{11}}{\partial \kappa_i} + K_{11} \frac{\partial K_{12}}{\partial \kappa_i} \\ \kappa_{i21} &= K_{22} \frac{\partial K_{21}}{\partial \kappa_i} - K_{21} \frac{\partial K_{22}}{\partial \kappa_i} & \kappa_{i22} &= -K_{12} \frac{\partial K_{21}}{\partial \kappa_i} + K_{11} \frac{\partial K_{22}}{\partial \kappa_i} \end{aligned} \right\}, \end{aligned} \quad (13)$$

а K_{ij} суть полные абелевы интегралы I рода ранга два (см. [16]):

$$\left. \begin{aligned} D_t \alpha_{i1} &= \omega_2 \alpha_{i3} - \omega_3 \alpha_{i2} - \left[\frac{1}{a_{i1}} \sum_{l=1}^3 \frac{\partial a_{i1}}{\partial \kappa_i} D_t \kappa_i \right] \alpha_{i1} - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i^3}{2\kappa_i^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \alpha_{i1}}{\partial u_1^2} + 2D_{u_1} \ln \theta(u_1, u_2) D_{u_1} \alpha_{i1} + \right. \\ &+ \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \alpha_{i1}}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \right] \Bigg\} D_t \kappa_i - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i}{2\kappa_i^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ 2 \frac{\partial^2 \alpha_{i1}}{\partial u_1 \partial u_2} + 2 \sum_{i=1}^2 D_{u_i} \ln \theta(u_1, u_2) D_{u_i} \alpha_{i1} + \right. \\ &+ \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \alpha_{i1}}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 (\kappa_j^2 + \kappa_k^2) \right] \Bigg\} D_t \kappa_i - \sum_{ijk=1}^3 \frac{1}{2\kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \alpha_{i1}}{\partial u_2^2} + \right. \\ &+ 2D_{u_2} \ln \theta(u_1, u_2) D_{u_2} \alpha_{i1} + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \alpha_{i1}}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_j^2 \kappa_k^2 \right] \Bigg\} D_t \kappa_i \\ D_t \alpha_{i2} &= \omega_3 \alpha_{i1} - \omega_1 \alpha_{i3} - \left[\frac{1}{a_{i2}} \sum_{l=1}^3 \frac{\partial a_{i2}}{\partial \kappa_i} D_t \kappa_i \right] \alpha_{i2} - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i^3}{2\kappa_i^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \alpha_{i2}}{\partial u_1^2} + 2D_{u_1} \ln \theta(u_1, u_2) D_{u_1} \alpha_{i2} + \right. \\ &+ \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \alpha_{i2}}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \right] \Bigg\} D_t \kappa_i - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i}{2\kappa_i^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ 2 \frac{\partial^2 \alpha_{i2}}{\partial u_1 \partial u_2} + 2 \sum_{i=1}^2 D_{u_i} \ln \theta(u_1, u_2) D_{u_i} \alpha_{i2} + \right. \\ &+ \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \alpha_{i2}}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 (\kappa_j^2 + \kappa_k^2) \right] \Bigg\} D_t \kappa_i - \\ &- \sum_{ijk=1}^3 \frac{1}{2\kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \alpha_{i2}}{\partial u_2^2} + 2D_{u_2} \ln \theta(u_1, u_2) D_{u_2} \alpha_{i2} + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \alpha_{i2}}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_j^2 \kappa_k^2 \right] \right\} D_t \kappa_i \\ D_t \alpha_{i3} &= \omega_1 \alpha_{i2} - \omega_2 \alpha_{i1} - \left[\frac{1}{a_{i3}} \sum_{l=1}^3 \frac{\partial a_{i3}}{\partial \kappa_i} D_t \kappa_i \right] \alpha_{i3} - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i^3}{2\kappa_i^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \alpha_{i3}}{\partial u_1^2} + 2D_{u_1} \ln \theta(u_1, u_2) D_{u_1} \alpha_{i3} + \right. \\ &+ \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \alpha_{i3}}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \right] \Bigg\} D_t \kappa_i - \sum_{ijk=1}^3 \frac{\kappa_i}{2\kappa_i^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ 2 \frac{\partial^2 \alpha_{i3}}{\partial u_1 \partial u_2} + \right. \\ &+ 2 \sum_{i=1}^2 D_{u_i} \ln \theta(u_1, u_2) D_{u_i} \alpha_{i3} + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \alpha_{i3}}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 (\kappa_j^2 + \kappa_k^2) \right] \Bigg\} D_t \kappa_i - \\ &- \sum_{ijk=1}^3 \frac{1}{2\kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_{ij}^2 \kappa_{ik}^2} \left\{ \frac{\partial^2 \alpha_{i3}}{\partial u_2^2} + 2D_{u_2} \ln \theta(u_1, u_2) D_{u_2} \alpha_{i3} + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial \alpha_{i3}}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{1li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_j^2 \kappa_k^2 \right] \right\} D_t \kappa_i \end{aligned} \right\}, \quad (14)$$

где логарифмические производные от тэта-функций и третьи слагаемые, стоящие в фигурных скобках, суть функции квазипериодические.

Все постоянные, входящие в функции ω_i и α_{ij} и интегралы рода I ранга 2, определяющие их периоды, выражаются через кинематические и динамические начальные условия.

Таким образом, движение твердого тела, описываемое уравнениями (1)(a) и (1')(a) или (13) и (14) при условии существования эйлеровой жесткости, будет периодическим, т.е. будут периодическими функциями времени и все слагаемые, стоящие в фигурных скобках, суммируемых по индексам 1 и 3, ввиду постоянства моментов инерции A_i (см. (12)). При наличии же трения в точке опоры или при условии, что тело будет реально конечно деформируемым, его движение будет описываться уравнениями (13), (14) и будет затухающим.

Ввиду изменения модулей κ_i и периодов функций (4)–(5) все интегралы движения, кроме (6.3), будут представлять собою величины, изменяющиеся во времени. Для образования из них постоянных величин необходимо рассмотреть еще одно твердое тело, таким образомдвигающееся около неподвижной точки, чтобы величины (6)(a–d) изменялись бы в противофазе с первыми, тогда их суммы будут строго постоянными.

Кинематические параметры движения могут быть представлены в виде произведений не более чем двух эллиптических функций Якоби от двух различных аргументов и экспоненциальных функций (см. [12, 17–19]), периоды которых отличаются от периодов функций (4)–(5).

Если эллипсоид инерции тела является сферическим, т.е. $A_1 = A_2 = nA_3$, то

$$\kappa_2^2 = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases},$$

как и в случаях Лагранжа, Ковалевской, Горячева–Чаплыгина etc., то кинематические параметры при $\kappa_2^2 = 1$ ввиду обращения в нуль коэффициента a_{12} квадратичной формы, входящей в тэта-функцию от двух переменных, будут представлены произведениями двух отношений эллиптических тэта-функций второго порядка, т.е. произведениями эллиптических функций Якоби от двух переменных

$$\left. \begin{array}{lll} \omega_1 = c_1 \operatorname{sn} u_1 \operatorname{dn} u_2 & \omega_2 = c_2 \operatorname{sn} u_2 & \omega_3 = c_3 \operatorname{sn} u_1 \operatorname{cn} u_2 \\ \bar{\omega}_1 = \bar{c}_1 \operatorname{sn} u_1 & \bar{\omega}_2 = \bar{c}_2 \operatorname{dn} u_1 \operatorname{sn} u_2 & \bar{\omega}_3 = \bar{c}_3 \operatorname{cn} u_1 \operatorname{sn} u_2 \\ \alpha_{11} = a_{11} \operatorname{dn} u_2 & \alpha_{21} = a_{21} \operatorname{sn} u_1 \operatorname{sn} u_2 & \alpha_{31} = a_{31} \operatorname{cn} u_2 \\ \alpha_{12} = a_{12} \operatorname{cn} u_1 \operatorname{cn} u_2 & \alpha_{22} = a_{22} \operatorname{dn} u_1 & \alpha_{32} = a_{32} \operatorname{cn} u_1 \operatorname{dn} u_2 \\ \alpha_{13} = a_{13} \operatorname{dn} u_1 \operatorname{cn} u_2 & \alpha_{23} = a_{23} \operatorname{cn} u_2 & \alpha_{33} = a_{33} \operatorname{dn} u_1 \operatorname{dn} u_2 \end{array} \right\} \quad (15)$$

(ср. (15)); часть же кинематических параметров при $\kappa_2^2 = 0$ ввиду обращения в нуль коэффициентов a_{12} и a_{22} квадратичной формы, входящей в тэта-функции, будет представлена произведениями эллиптических функций Якоби на экспоненты, а часть — одними экспоненциальными функциями.

Так как уравнения (13), (14) описывают движение тяжелого твердого тела около неподвижной точки, происходящее под действием периодически изменяющейся внешней силы F_g , то они же описывают движение этого тела при условии, что его центр тяжести движется около неподвижной точки по замкнутой пространственной кривой, лежащей на некоторой алгебраической (механической) поверхности, из чего следует, что кинематические параметры (4), (4') и (5) дают точное аналитическое описание движения корабля на волнении (см. [1, 20]).

Но, следовательно, они же дают и точное аналитическое описание качения тяжелого твердого тела, ограниченного выпуклой алгебраической поверхностью

$$S^N(x, y, z) = 0, \quad (16)$$

по плоскости (обобщение движения Пуансо – см. [21]), при котором нуль-центр инерции вращающих сил описывает кривую, лежащую на одной из эволютных поверхностей поверхности (16), а угловые скорости ω_i , как нетрудно заключить из системы

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial V_i}{\partial \kappa_j} \frac{\partial \kappa_j}{\partial t} = \sum_{l=1}^3 \beta_{l23}(u) \alpha_{l2} \alpha_{l3} + A_i \left[D_t \ln A_i + \frac{1}{\mathbf{c}_i} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \mathbf{c}_i}{\partial \kappa_j} D_t \kappa_j \right] V_i - \\ - \sum_{ijk=1}^3 \frac{A_i \kappa_j^3}{2 \kappa_j^2 \kappa_{ji}^2 \kappa_{jk}^2} \left\{ \frac{\partial^2 V_i}{\partial u_1^2} + 2 D_{u_1} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_1} V_i + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial V_i}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \right] \right\} - \\ - \sum_{ijk=1}^3 \frac{A_i \kappa_j}{2 \kappa_j^2 \kappa_{ji}^2 \kappa_{jk}^2} \left\{ 2 \frac{\partial^2 V_i}{\partial u_1 \partial u_2} + 2 \sum_{i=1}^2 D_{u_i} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_i} V_i + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial V_i}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{li} + \right. \right. \\ \left. \left. + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 (\kappa_j^2 + \kappa_k^2) \right] \right\} - \sum_{ijk=1}^3 \frac{A_i}{2 \kappa_j \kappa_j'^2 \kappa_{ji}^2 \kappa_{jk}^2} \left\{ \frac{\partial^2 V_i}{\partial u_2^2} + \right. \\ \left. + 2 D_{u_2} \ln \theta(v_1, v_2) D_{u_2} V_i + \frac{2}{|K|} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial V_i}{\partial u_l} \left[\sum_{i=1}^3 (u_1 \kappa_{li} + u_2 \kappa_{2li}) \kappa_i \kappa_i'^2 \kappa_j^2 \kappa_k^2 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

представляют собой решения уравнений Эйлера – Стокса, описывающих движение вязкой сжимаемой жидкости, вызванное поступательным движением в ней твердого тела, ограниченного поверхностью (16).

Для построения естественного полного описания движения сплошной среды – реальной жидкости, обтекающей движущееся в ней твердое тело, ограниченное поверхностью (16), необходимо и достаточно, приняв поверхность (16) за абсолютную поверхность, порождающую соответствующую проективную геометрию, а потому неподвижную (см. [22]), определить движения сплошной среды (пространства), оставляющие ее на месте, вращениями относительно двух систем осей и построить описывающие эти вращения уравнения Эйлера – Стокса и волновые уравнения посредством вычисления первой и второй субстанциональных производных от составляющих вектора линейной скорости жидкости, определенных равенствами

$$v_{x_i} = \omega_j x_k - \omega_k x_j, \quad (18)$$

где ω_j , ω_k суть решения уравнений (13), (14), x_j , x_k – координаты точки, лежащей на поверхности (16).

Литература

1. Крылов А.Н. Качка корабля. / Собр. трудов. Т. XI, М.-Л., ИАН СССР, 1951.
2. Мануйлов К.В. Конические сечения, теорема Абеля и нелинейные задачи математической физики. // Quaest. Phil. Nat. 1998–1999. № 2–3. С. 8–54.
3. Weber H. Anwendung der Theta functionen zweier Veränderlicher auf die Theorie der Bewegung eines festen Körpers in einer Flüssigkeit. Math. Ann., B. XIV, 1879, S. 173–206. (Русский перевод в Quaest. Phil. Nat. № 4–5. С. 218–256. В печати).
4. Зиглин С.Л. Ветвление решений и несуществование первых интегралов в гамильтоновой механике. I, II. // Функциональный анализ и его приложения. 1982. 16. Вып. 3. С. 30–41. 1983, 71. Вып. 1. С. 8–23.
5. Horozov E., van Moerbeke P. The full geometry of Kowalewski's Top and (1,2) Abelian Surfaces. // Comm. on pure and appl. Math. 1989. V. XLII. № 4. P. 357–407.

6. Фоменко А.Т. Топология поверхности постоянной энергии, интегрирование гамильтоновых систем и препятствия к интегрируемости. // Изв. АН СССР. Математика. 1986. Т. 50. № 6. С. 1230–1276.
7. Bobenko A.L., Reyman A.G., Semenov Tian Shansky M.A. Kowalewski's Top 99 years later; Lax pair, generalization and explicit solution. Comm in Math. Phys., 188, 1989, pp. 321–354.
8. Дубровин Б.А. Римановы поверхности и нелинейные уравнения. М.-И.: РХД, 2001. С. 135–148.
9. Ковалевская С.В. Задача о вращении твердого тела около неподвижной точки. / Научные работы. М.-Л.: ИАН СССР, 1948. С. 153–220.
10. Грозденский С.Я. Андрей Андреевич Марков. М.: Наука, 1987. С. 68–71.
11. Мануйлов К.В., Волкова О.В., Ильин В.А., Курбатов А.А. Движение тяжелого твердого тела около неподвижной точки в общем случае. // В сб. "Проблемы пространства, времени, движения". РАН. ОАО СПб Технология. Санкт-Петербург. 1997. С. 203–258.
12. Мануйлов К.В., Курбатов А.А. О вращении твердого тела около неподвижной точки. // В сб. "Проблемы пространства и времени в современном естествознании", АН, СПб., 1993, с. 359.
13. Maschke H. Ueber die quaternäre endliche, lineare Substitutionsgruppe der Borchardt'schen Moduln. Math. Ann., Bd. XXXIII, 1889, s. 317–323. (Русский перевод в Quaest. Phil. Nat. № 4–5. С.185–201. В печати).
14. Coble A. An application of Moore's cross-ratio groupe to the solution of the sextic equation. Trans. A.M.S. v. XII, 1911, p. 311–325. (Русский перевод в Quaest. Phil. Nat. № 4–5. С.202-217. В печати).
15. Каган В.Ф. Основы теории поверхностей. М.–Л. ГИТТЛ. 1947. С. 206–209.
16. Krause M. Die Transformation der Hyperelliptischen Functionen erster ordnung. Leipzig, Teubner, 1886.
17. Weber H. Ueber die Kummer'sche Fläche vierter Ordnung mit sechzehn Knotenpuncten und ihre Bezeinhung zu den Thetafunctionen mit zwei Veränderlichen. Journ. für. Math. Bd. LXXXIV. s.332–354. 1878.
18. Appel P. Sur des cas de reduction de fonction θ de plusiers variables à de fonction θ d'un moindre nombre de variables. Bull. Math. Soc. France. t. X. 1882. p.59–67.
19. Jacobi C.G.J. Anzeige von Legendre: Théorie des fonctions elliptiques, troisième supplément. Gesamm. Werke. Bd. I. Berlin Reimer 1881. s. 373–382. (Русский перевод в Quaest. Phil. Nat. № 1. 1998. С. 128–135.)
20. Мануйлов К.В., Мостовский Н.П. Аналитическое описание движения корабля на волнении. // Междунар. научная конф. по механике "Третьи Поляховские чтения". Тезисы докладов. СПб, 2003. С. 148–149.
21. Poincot L. Théorie nouvelle de la rotation des corps. Journ. math. pures et appliques. 1851. Т. XVI. Pp. 9–129, 289–336.
22. Клейн Ф. Неевклидова геометрия. М.-Л., ОНТИ, 1936.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ИЗГИБАНИЙ СИЛЬФОНА С ПОМОЩЬЮ АБЕЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

С.С. Гвоздев, И.М. Кудрявцева, К.В. Мануйлов

В настоящее время задача об изгибании цилиндрических оболочек, а тем более задача об изгибании гофрированных цилиндров, является наименее разработанной. Некоторые результаты, косвенно освещающие этот вопрос, содержатся в мемуарах Л. Эйлера [1], посвященных устойчивости колонн.

В нашей статье [2] представлен краткий анализ работ авторов XX века, посвященных анализу и математическому описанию поведения цилиндрических оболочек сложной формы при различных внешних воздействиях. В работе [2] мы также отметили, что в них задача аналитического описания оболочки сводилась к построению аналитического описания средней поверхности, тогда как реальная оболочка представляет собой объемное тело. Кроме того, авторы [3–5] формируют поверхность сильфона посредством компоновки, т.е. набора из отдельных фрагментов более простых поверхностей, вместо описания ее как единого целого. Это, в свою очередь, приводит к задаче сшивания решений уравнений, описывающих деформации сказанных простых оболочек. Хотя эта операция и представляется потенциально возможной в силу условий Дирихле, но, тем не менее, такой подход не может дать ни адекватного представления объекта исследования как единого целого, ни аналитического описания ее поведения при внешних воздействиях. Поэтому полученные авторами [3–5] системы уравнений деформации имеют неестественно низкий порядок и неоправданно сложные решения.

Для построения аналитического описания деформаций и колебаний реальных оболочек необходимо и достаточно заметить, что лежащие на их поверхностях алгебраические и механические кривые могут быть определены решениями деривационных уравнений, представляющих собой четные и нечетные тригонометрические функции этих кривых. Последние являются, в свою очередь, решениями уравнений Эйлера (1), которые описывают движение тяжелого твердого тела около неподвижной точки, и решениями уравнений Эйлера-Стокса, описывающими деформации реальной сплошной среды [1], а, следовательно, и самих оболочек, которые необходимо рассматривать как конечные тела, ограниченные одной или двумя механическими поверхностями:

$$\begin{cases} x = b \{ -u + 2 [E(u + K) - E(K)] \}, \\ y = -2 \varepsilon b \operatorname{cn}(u + K), \end{cases} \quad (1)$$

где b – отношение момента инерции гироскопа в шаре к силе, которой шару сообщается движение; $E(u)$ – эллиптический интеграл II рода; K – эллиптический интеграл I рода; ε – эксцентриситет эллипса, равный модулю эллиптических интегралов k ; $\operatorname{cn}(u)$ – эллиптический косинус; u – аргумент эллиптической функции Якоби.

Такое описание позволяет изучить поля деформаций и напряжений, возникающих в толще реальных оболочек, и описать их развитие даже при чисто статической (или периодической) нагрузке, приводящее к возникновению волн деформаций и напряжений, рост амплитуды и частоты которых с необходимостью влечет за собой необратимые изменения геометрии оболочки и потерю ее устойчивости – разрушение.

В качестве примера реализации такого подхода рассмотрим аналитическое описание колебаний сильфона, при которых его ось преобразуется в дугу окружности или некой другой плоской кривой, например, эллипса или кривой четвертого порядка.

Так как число гофров сильфона в недеформированном состоянии на единицу длины одно и то же, а при описанном выше изгибе, в зависимости от взаимоотношений величин радиуса осевой окружности тора a , толщины его стенки $2r$ и радиуса осевой

линии R , внешняя образующая тора растягивается (что соответствует постепенному уменьшению эксцентриситета упругой кривой Эйлера (1) – образующей сильфона), а внутренняя – сжимается (постепенное увеличение эксцентриситета упругой кривой Эйлера), и нормирующая величина преобразования эксцентриситета представлена уравнением:

$$\frac{2\pi R}{n} = 2bN(2E - K) \quad (2)$$

где n – в общем случае рациональное число, определяющее, какую часть тора занимает сильфон; N – число гофров сильфона; R – радиус осевой линии тора.

Аналитическое описание гофрированной оболочки конечной длины и толщины, отображенной на сектор тора, который определен уравнением (3), представлено уравнением восьмого порядка, которое в рациональной форме имеет вид (4):

$$\left(\sum_{i=1}^3 x_i^2\right)^2 \pm 2(r^2 - a^2)\left(\sum_{i=1}^3 x_i^2\right) - 4r^2(x_1^2 + x_2^2) + (r^2 - a^2)^2 = 0 \quad (3)$$

где r – половина толщины стенки тора; a – радиус осевой окружности тора;

$$x_1 = x;$$

$$x_2 = y;$$

$$x_3 = z$$

–пространственные координаты (см. рис. 1);

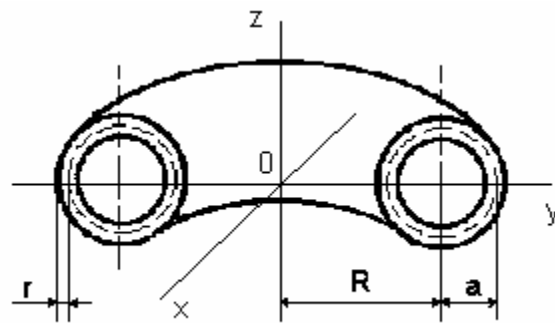


Рис. 1. Схематическое изображение сектора тора

$$A_1\left(\sum_{i=1}^3 x_i^2\right)^4 + A_2\left(\sum_{i=1}^3 x_i^2\right)^3 + A_3\left(\sum_{i=1}^3 x_i^2\right)^2 + A_4\left(\sum_{i=1}^3 x_i^2\right) + A_5(x^2 + y^2)\left(\sum_{i=1}^3 x_i^2\right) + A_6(x^2 + y^2)^2 + A_7(x^2 + y^2) + A_8 = 0, \quad (4)$$

где $A_i = A_i(a, r, R)$, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ – коэффициенты уравнения.

Если разрешить уравнение (4) относительно $x_3 = z$, то оно будет иметь вид:

$$B_1 z^8 + 4B_2 z^6 + 6B_3 z^4 + 4B_4 z^2 + B_5 = 0 \quad (5)$$

где

$$B = f(a, r, R)$$

$$B_1 = 1$$

$$B_2 = x^2 + y^2 + a^2 + r^2 - R^2$$

$$B_3 = (x^2 + y^2)^2 + \left[2/3(a^2 + r^2) - 6R^2\right](x^2 + y^2) - 4/3 a^2 r^2 + (a^2 + r^2 - R^2)$$

$$B_4 = \frac{3}{4}(x^2 + y^2)^3 + \left[\frac{1}{4} - a^2 - r^2 - 3R^2 \right] (x^2 + y^2)^2 + \left[12a^2r^2 - (a^2 + r^2 - R^2)(a^2 + r^2 + 3R^2) \right] (x^2 + y^2) + (a^2 + r^2 - R^2) \left[(a^2 + r^2 - R^2)^2 - 4a^2r^2 \right],$$

$$B_5 = (x^2 + y^2)^4 + \left[4(a^2 + r^2 - R^2) - 8(a^2 + r^2) \right] (x^2 + y^2)^3 + \left[8a^2r^2 - 10(a^2 + r^2 - R^2)^2 + 16R^2(a^2 + r^2 - R^2) + 16(a^2 + r^2)^2 \right] (x^2 + y^2)^2 + \left[(a^2 + r^2 - R^2)^3(4 + 64a^2r^2) - (8 + 32a^2r^2)(a^2 + r^2)(a^2 + r^2 - R^2)^2 - 16a^2r^2(a^2 + r^2 - R^2) \right] (x^2 + y^2) + 16a^4r^4 + (a^2 + r^2 - R^2)^4 - 8a^2r^2(a^2 + r^2 - R^2)^2$$

Для придания уравнению (5) вида, наиболее приемлемого для определения радиусов кривизны исследуемого тела и последующего построения уравнения Кельвина, необходимо представить его в виде уравнения четвертой степени (6) и преобразовать по Ахиезеру [6] в уравнение (7):

$$B_1(z^2)^4 + 4B_2(z^2)^3 + 6B_3(z^2)^2 + 4B_4z^2 + B_5 = 0 \quad (6)$$

$$4K^3 - g_2K - g_3 = 0 \quad (7)$$

где

$$g_2 = B_1B_5, \quad (8)$$

$$g_3 = \begin{vmatrix} B_1 & B_2 & B_3 \\ B_2 & B_3 & B_4 \\ B_3 & B_4 & B_5 \end{vmatrix}, \quad (9)$$

$$K = \wp(u), \quad \wp(u) - e_3 = \frac{1}{sn^2 u}, \quad (10)$$

а e_1, e_2, e_3 - корни уравнения (7).

Таким образом, мы получим аналитическое описание изогнутого сильфона и его радиусов кривизны в состоянии покоя через эллиптические функции, что позволит нам воспользоваться уравнением Кельвина, дающим выражение энергии деформации пластинки (оболочки, мембраны) через две ее главные кривизны [7]

$$W = 2D H^2 - 2(1 - \sigma) K. \quad (11)$$

Здесь W – энергия деформации, равная той энергии, которую надо приложить к плоской пластинке для преобразования ее в сильфон; D – цилиндрическая жесткость,

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \sigma^2)};$$

E – модуль упругости материала; σ – коэффициент Пуассона; $h = 2r$ – толщина оболочки;

$$K = \frac{rt - s^2}{(1 + p^2 + q^2)^2} \quad (12)$$

– гауссова кривизна поверхности;

$$H = \frac{r(1 + q^2) - 2pqs + t(1 + p^2)}{2(1 + p^2 + q^2)^{3/2}} \quad (13)$$

– средняя кривизна;

$$p = \frac{\partial z}{\partial x}; q = \frac{\partial z}{\partial y}; r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}; s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}; t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}.$$

Теперь, используя уравнение (11) и выражение радиусов кривизны цилиндрической гофрированной оболочки конечной длины и толщины через эллиптические функции, мы можем описать процесс изгиба и определить динамические характеристики описанного выше тела, такие как изгибающие силы и возникающие под их действием поля напряжений, в том числе и остаточных, в абелевых функциях. Для этого необходимо построить первые и вторые производные от функций W (см. (11)) по эксцентриситету.

В результате их построения мы получим уравнение, описывающее однонаправленную изгибную деформацию сильфона с учетом изменения его длины, и уравнение, описывающее периодическую изгибную деформацию сильфона.

Таким образом, для получения аналитического описания изгибаний сильфона (с образующими, которые являются упругими кривыми Эйлера) с помощью абелевых функций нужно:

- отобразить сильфон на сектор тора и получить уравнение, этот сектор в эллиптических функциях;
- пользуясь данным уравнением, найти выражения для двух кривизн исследуемого тела через эллиптические функции;
- составить уравнение Кельвина, дающее выражение энергии деформации рассматриваемого тела через две ее кривизны;
- построить производные по различным координатам от полной энергии W для получения аналитического описания процесса изгиба в абелевых функциях;
- построить производные от двух кривизн по эксцентриситету для получения аналитического описания однонаправленной изгибной деформации сильфона;
- построить вторые производные от двух кривизн по эксцентриситету для получения аналитического описания периодической изгибной деформации исследуемого тела.

Литература

1. Эйлер Л. Приложение I. Об упругих кривых. В кн.: Метод нахождения кривых линий, обладающих максимумами и минимумами. М.- Л.: ГТТИ, 1934. С.447-572.
2. Ильина Л.П., Гвоздев С.С., Кудрявцева И.М., Мануйлов К.В. Аналитическое описание колебаний цилиндрических гофрированных оболочек // Труды Пятой сессии международной научной школы "Фундаментальные и прикладные проблемы теории точности процессов, машин, приборов и систем", 27.06-5.07.2002, С-Пб. СПб, 2002. С 141–147.
3. Феодосьев В.И. К расчету гофрированных коробок (сильфонов) // Инж. сборник АН СССР, 1947. Том IV. Вып. 1. С.137-149.
4. Сильфоны. Расчет и проектирование. Под ред. Л.Е. Андреевой. М.: Машиностроение, 1975.
5. Тимошенко С.П., Войновский, Кригер С. Оболочки и пластины. М.: Наука, 1966.
6. Ахиезер Н.И. Элементы теории эллиптических функций. М.: Наука, 1970.
7. Ляв А. Математическая теория упругости. М-Л.: ОНТИ, 1936.

КОНТРОЛЛЕРЫ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВА МИКРОСИСТЕМНОЙ ТЕХНИКИ

Ю.Д. Акульшин, А.А. Киреева, В.П. Козлов, А.М. Лобачева,
В.М. Мусалимов, Е.Н. Пятышев

Микросистемная техника (МСТ) унаследовала от микроэлектроники, наряду с конкретными технологическими приемами, две основополагающие особенности – микроразмеры элементов и макроколичества одновременно обрабатываемых изделий. Первая особенность позволяет изготавливать прецизионные уникальные изделия, размеры и взаимное расположение которых воспроизводятся с субмикронными точностями. Вторая – делает эти устройства дешевыми и доступными для массовых применений.

Однако, в отличие от микроэлектронных чипов, микромеханические изделия, как правило, содержат движущиеся или деформируемые элементы. Другими словами, материальная электронная составляющая микроэлектромеханической системы (МЭМС) – это не просто тонкая пластинка (пленка), а микромеханическая трехмерная конструкция. Таким образом, МЭМС представляют собой реальные трехмерные структуры (3D структуры) [1].

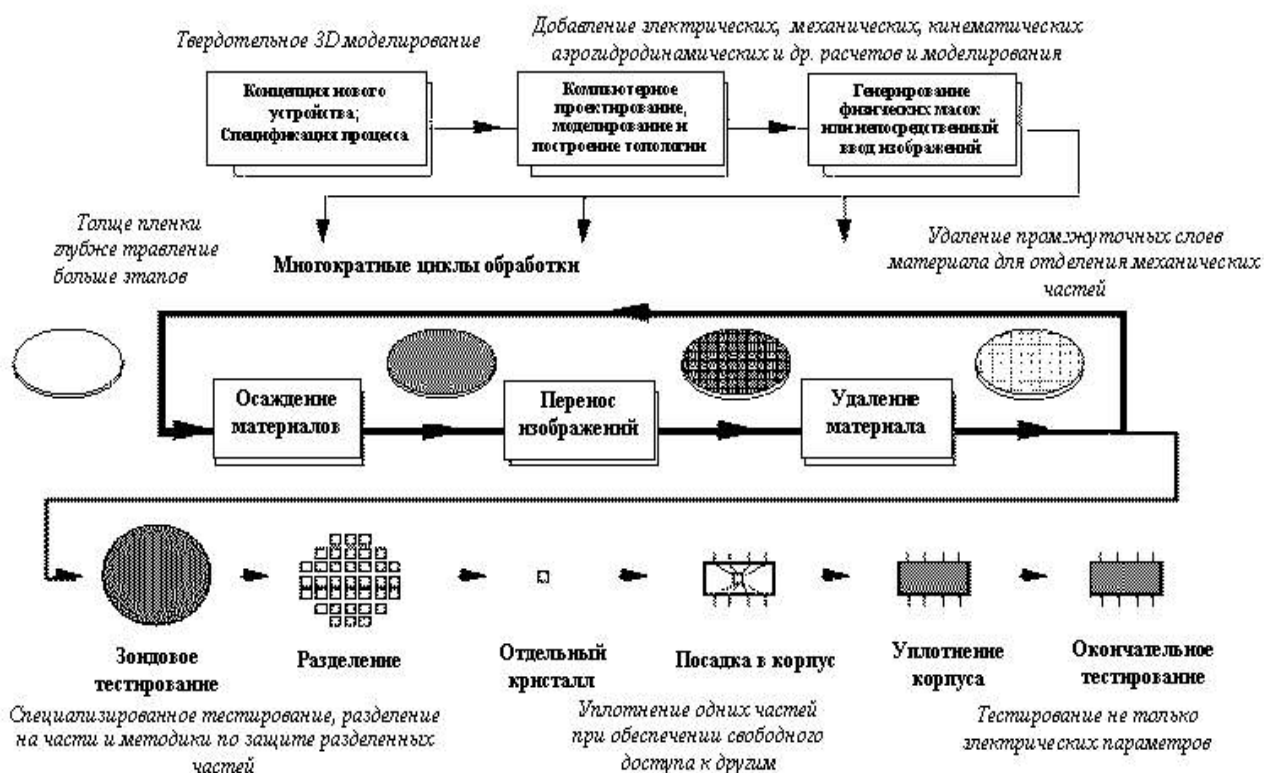


Рис.1. Различия процессов разработки и создания кремниевых микроэлектромеханических систем и изделий микроэлектроники

Мировой опыт разработки микроэлектромеханических систем – наиболее развитого направления микросистемной техники – в настоящее время основывается

главным образом на широкое применение кремния. Сходство и некоторые принципиальные различия процессов разработки и создания кремниевых микроэлектромеханических систем и изделий микроэлектроники представлены на рис. 1 [2].

Развитое информационное обеспечение микроэлектроники на стадии проектирования обеспечивает моделирование и построение послойной топологии развитыми стандартными средствами. Результат этой стадии – генерирование физических масок (или непосредственный ввод изображения).

Как традиционные, так и модифицированные для создания МЭМС процессы строятся на многократных циклах осаждения материала, переноса изображений, удаления материала. Специфическими для технологии микромеханики являются операции удаления промежуточных слоев материала для отделения механических частей. Как правило, создание микромеханических изделий требует нанесения более толстых пленок, значительного по глубине травления, а технологический процесс имеет значительно больше этапов.

Для изделий МСТ необходимо использование выходного специализированного тестирования как электрических, так и неэлектрических параметров. Обеспечение тестирования требует специализированного метрологического оснащения.

Разработка изделий МСТ требует привлечения и участия значительно более широкого круга специалистов и в ряде случаев – новых подходов на любой из стадий цикла "разработка – проектирование – производство".

Микромеханические устройства представляют собой реальные трехмерные структуры, элементы которых могут иметь возможность относительного механического перемещения. Новые конструкции требуют не только реализации новых технологических операций для трехмерного 3D-формообразования, но и новых методов контроля и измерения. Необходимо измерять не только электрические, но механические, тепловые, оптические и др. параметры в зависимости от принципа действия и назначения изделия МСТ.

Для обеспечения процесса производства МСТ необходимо вести контроль результатов всех этапов технологического маршрута. На стадии отработки технологии такой подход повышает скорость и эффективность разработки изделия, на стадии производства – увеличивает качество и выход годных изделий.

Применение групповых методов производства требует высокопроизводительных методов контроля параметров. Имеющийся в микроэлектронике задел в части дистанционных (бесконтактных) методов явно недостаточен. Для производства МСТ необходимо обеспечить контроль параметров не только плоской (планарной) геометрии, но и параметров, связанных с трехмерным формообразованием – глубину травления, величину подтравливания и т.п. Необходимо контролировать динамику подвижных частей – микробалок, роторов, мембран и др. Возможности дистанционного контролирования (в микромасштабах) механических, тепловых, оптических параметров в настоящее время весьма ограничены. Созданию средств измерения и контроля не позволяет в достаточной степени реализоваться отсутствие единых подходов и требований к конструированию изделий МСТ, – разработка стандартов в этой области находится в начальной стадии. При этом значительная часть объектов микросистемной техники не требует использования субмикронных норм проектирования, и возможно использование базы для создания традиционных микроэлектронных приборов с направленной ее модификацией [3, 4].

Важным направлением работ является разработка систем управления на современной элементной базе интегральных схем с настраиваемой логикой управления. Здесь заложена простота в использовании, малые габариты, низкое энергопотребление, высокая степень надежности и низкая цена при массовом производстве [3].

Как правило, весь процесс проектирования системы управления заключается в выборе структуры и архитектуры устройства преобразования и выработки управляющих сигналов. Бурное развитие интегральной технологии непрерывно изменяет границы разделения средств автоматики и вычислительной техники на элементы, устройства, системы. Локальные системы (ЛС) представляются наиболее удачным выбором для МСТ. Так, в лаборатории микротехнологий и МЭМС СПбПУ разработан и успешно эксплуатируется контроллер для генератора изображений ЭМ 549, созданный на базе микроконтроллера фирмы Atmel – AT90S8535.

Эффективность устройств управления во многом зависит и от эффективности алгоритмов обработки. В настоящее время один из "прорывных" подходов в этой области связан с использованием нечеткой логики. Важной особенностью микротехнологий в настоящее время является непрецизионность микрообработки. В работе [5] приведены любопытные данные: при прецизионной обработке относительная погрешность менее 10^{-4} , при микрообработке относительная погрешность составляет от 10^{-2} до 10^{-3} , что соответствует точности в строительстве (точность возведения зданий): можно делать детали маленькими, но непрецизионными. Следствием этого является значительное возрастание роли случайных погрешностей. А наличие таких технологий, как напыление на кремний, фотолитография с травлением, микросборка, нарезка, изменяющих качество МЭМС на выходе только через функции распределения, характерные для каждой из технологических операций, приводит к необходимости использования нечеткой логики для контролирования технологического процесса.

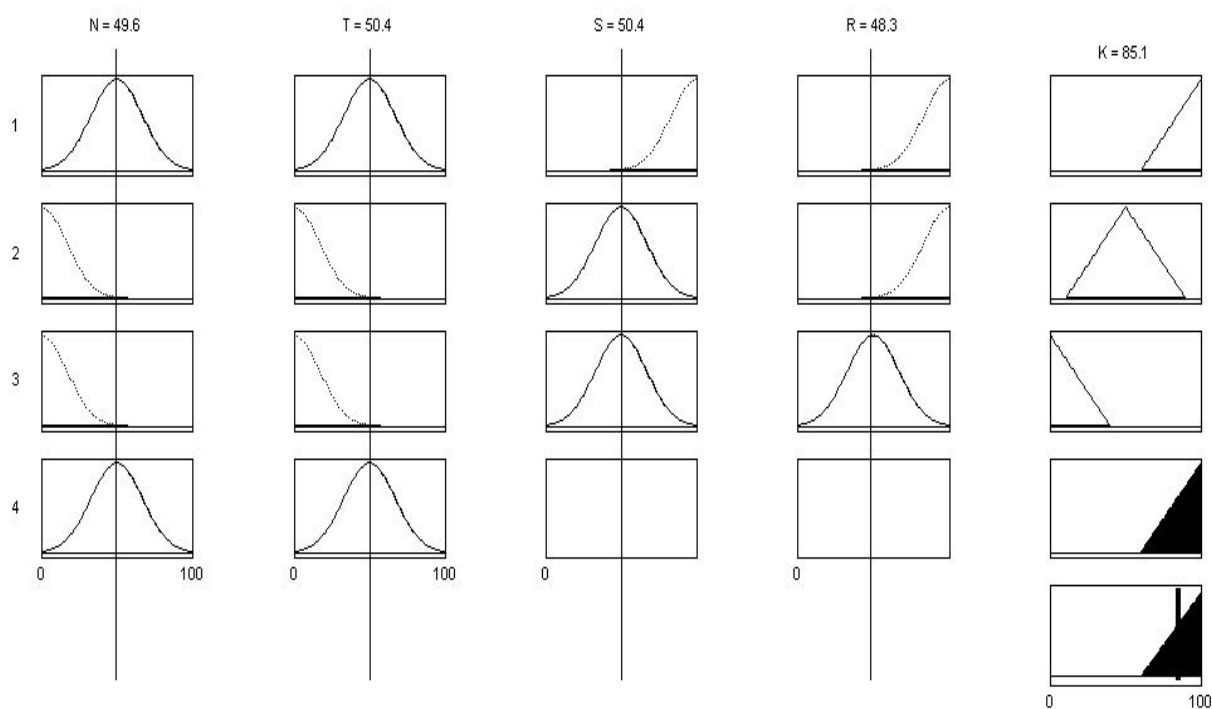


Рис. 2. Виртуальный контроллер процесса.

Рассмотрим некоторые фрагменты технологии:

- напыление (Н) с двумя функциями принадлежности: Z-функцией с именем "плохо" и S-функцией с именем "отлично";
- травление (Т) с двумя функциями принадлежности, представляющими собой распределение Гаусса, с именами "плохо" и "отлично";

- сборка (С) с тремя функциями принадлежности, также представляющими собой распределение Гаусса, с именами "плохо", "хорошо" и "отлично";
- разрезание (Р), для которого функции принадлежности аналогичны (С).

Качество каждого из четырех входов будем оценивать по 10-балльной системе. Для выходной переменной с названием "качество" (К) примем диапазон изменения от 0 до 100 и зададим функции принадлежности треугольной формы с именами "плохо", "хорошо" и "отлично".

Приведем один из вариантов логических правил, ориентированный на применение алгоритма Мамдани и интерфейс Fuzzy Logic (Matlab):

- 1.Если Н=пл. И Т=пл. И С=пл. И Р=пл., то К=пл.
- 2.Если Н=отл. И Т=отл. И С=хор. И Р=пл., то К=хор.
- 3.Если Н=отл. И Т=отл. И С=хор. И Р=хор., то К=отл.
- 4.Если Н=пл. ИЛИ Т=пл. ,то К=пл.

В результате реализуется виртуальный контроллер процесса, представленный на рис. 2.

Последующее использование пакета NNT (нейронные сети) дает возможность построения нечеткого регулятора. При этом следует принять как необходимость привлечения статистической информации о каждой из технологической операции. В приводимой ниже таблице для некоторых из процессов эта информация дана.

Физический процесс	Вид изменений					Распределение вероятности
	Топологи-ческое изменение	Геометрические изменения		Физические изменения		
	Разделение	Микро	Макро	Объ-емные	Поверх-ностные	
Разрушение	●					Экспоненциальное
Пластические течения			●			Экспоненциальное
Усталость	●	●		●		Вейбулла
Ползучесть	●		●	●		Нормальное
Диффузия				●		Нормальное
Изнашивание		●			●	Нормальное

Таблица. Распределения для некоторых характерных процессов

Литература

1. Пятыхев Е.Н., Лурье М.С. Микротехнологии и микроэлектромеханические системы – новое научно-техническое направление // Научно-технические ведомости СПбГТУ. 1999. №3. СПб. С 101–111.
2. Micromachining Builds on Microelectronics Manufacturing Technology, www.darpa.mil/MTO/MEMS/presentations.
3. Акульшин Ю.Д., Пятыхев Е.Н., Козлов В.П. Разработка систем сбора данных для производства микросистемной техники. // Сб. трудов под ред. В.Г. Колосова, И.Л. Туккеля / Труды СПбГПУ № 484. Инновации в науке, образовании и производстве. СПб.: СПбГПУ, 2002. С.174 – 176.
4. Готра З.Ю., Технология микроэлектронных устройств: Справочник. М.: Радио и связь, 1991.
5. G. K. Ananthasuresh, A glimpse of MEMS // Presented to MEAM 550 (Fall 2001) students Univer. of Pennsylvania, Sept. 2001.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССА ЦИКЛИЧЕСКОГО ИЗНАШИВАНИЯ

А.Д. Аникеенко, В.А. Валетов, М.П. Ларичкин, В.М. Мусалимов,
С.Д. Третьяков

Введение

"... еще долго будут безрезультатными попытки предсказать износ конкретной системы в терминах свойств материалов и условий работы," – это сказал крупнейший специалист в области трибологии Д. Тейбор, автор известной книги [1] по трению и износу. В данной работе мы покажем, как, используя современные компьютерные технологии [2–4] в сочетании с новыми экспериментальными установками, получить объективные оценки процесса изнашивания поверхностей деталей машин и приборов с учетом микрогеометрии поверхностного слоя [5]. Больше того, мы покажем динамику изменения микрогеометрии. Для этого мы реализуем процедуру построения модели процесса (ее принято называть идентификацией) в соответствии с возможностями ППП Matlab.

1. Организация эксперимента

В работе было использовано усовершенствованное устройство на базе ранее созданной установки [2]. Усовершенствование механической части состояло в том, чтобы обеспечить режим жесткого нагружения. Далее были разработаны датчики-индикаторы, которые представляют собой конструктивно совмещенные оптико-механические датчики со стандартными измерительными индикаторами. Один из датчиков (вход) жестко соединен с нижним держателем образца, второй регистрирует выходную компоненту процесса. В разработанном устройстве для ввода в компьютер данных с датчиков найдено оригинальное решение использования штатного микроконтроллера от манипулятора типа "мышь" и последовательного порта СОМ (RS232) или порта RS/2, который в настоящее время эксплуатируется в любом компьютере. Наконец, в целях представления данных в определенном формате была разработана специальная программа со своим интерфейсом [4]. Для испытаний были подготовлены образцы пластин с параметрами

$E=700 \text{ Н/см}^2$, $\rho=7,6 \text{ г/см}^3$, $HB=170\text{--}210 \text{ ед.}$,
со сформированной микрогеометрией, профилограммы которой также были обработаны средствами ППП MATLAB. Здесь мы представим результаты испытаний за время 0–45–90 минут.

2. Структурная схема процесса и его математическая модель.

Структурная схема имеет один вход и один выход. Это не означает, что нельзя использовать другие схемы. Данные обрабатывались по ARX-модели $[A(q)y(t)=B(q)u(t)+e(t)]$, что дало уравнения:
в начале процесса

$$\begin{cases} A(q) = 1 - 0,7884q^{-1} - 0,2442q^{-2} \\ B(q) = 0,0611q^{-3} - 0,2061q^{-4} \end{cases},$$

через 45 минут

$$\begin{cases} A(q) = 1 - 0,6874q^{-1} - 0,3811q^{-2} \\ B(q) = 0,0319q^{-3} - 0,1497q^{-4} \end{cases},$$

через 90 минут

$$\begin{cases} A(q) = 1 - 0,63q^{-1} - 0,4597q^{-2} \\ B(q) = 0,0673q^{-3} - 0,0924q^{-4} \end{cases}$$

3. Анализ динамики процесса

3.1. Профилограммы.

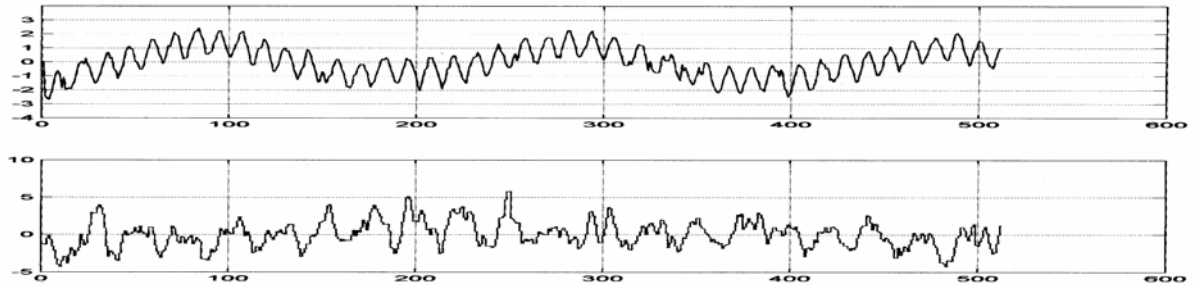


Рис.1. Профилограммы: исходная (верхний график) и полученная после 90 мин. испытаний (нижний график)

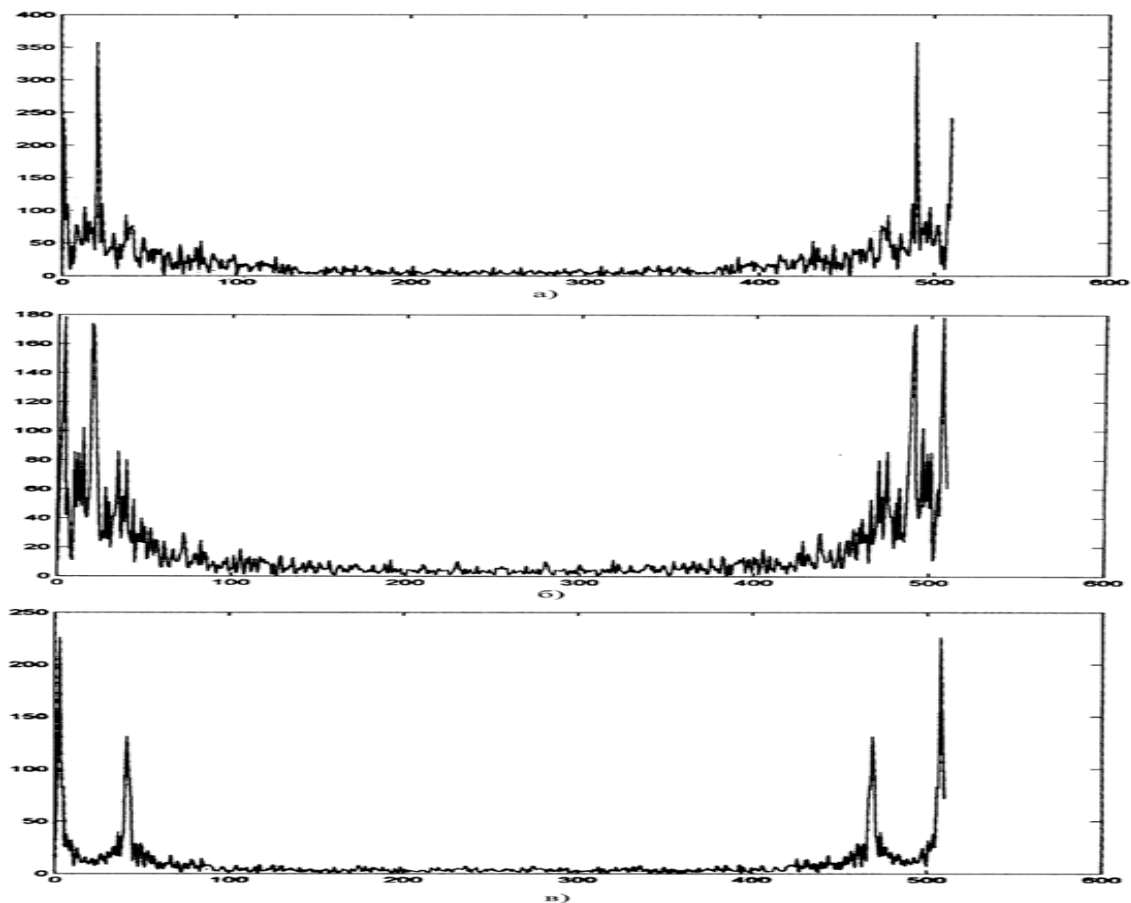


Рис.2. Результаты быстрого Фурье-преобразования профилограмм

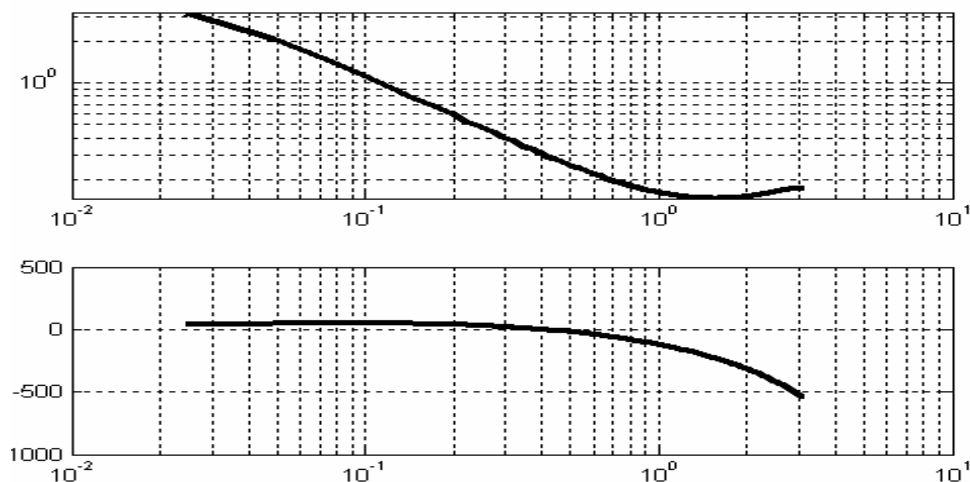
На рис. 1 представлены две из них: нижняя – это исходная, характеризующая заданную микрогеометрию, а верхняя – полученная после 90-минутных циклических испытаний. Бросается в глаза появление низкочастотной составляющей на верхней

профилограмме. На рис. 2 представлены результаты быстрых Фурье-преобразований профилограмм (0-45-90).

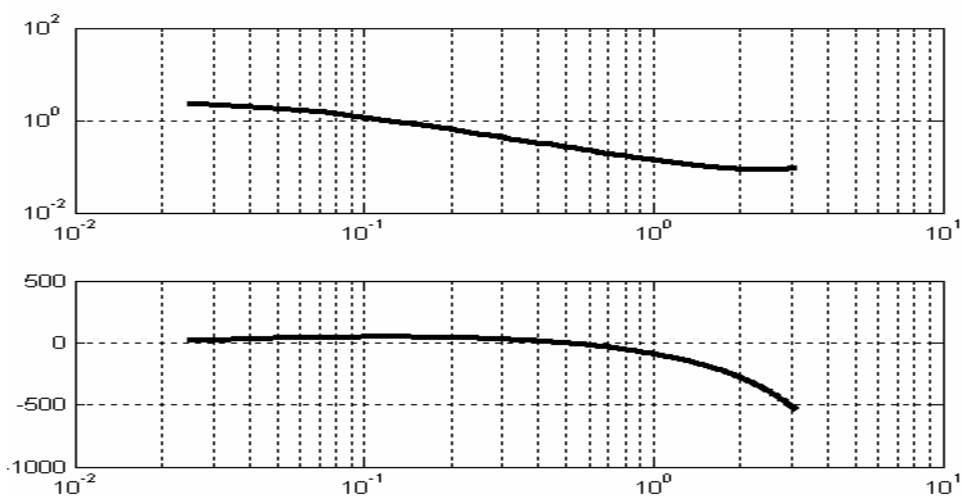
Видно, что с увеличением времени испытаний высокочастотные составляющие профиля поверхности нивелируются, а низкочастотные начинают доминировать – проявляется "несущая" частота (ср. графики на рис. 2). Собственно, оба рисунка (рис. 1 и рис. 2) говорят о появлении низких частот микрогеометрии поверхности.

3.2. Частотные характеристики процесса изнашивания.

Используя идентификационные модели, мы получили приведенные на рис. 3 частотные характеристики (амплитуда и фаза) процесса.



а



б

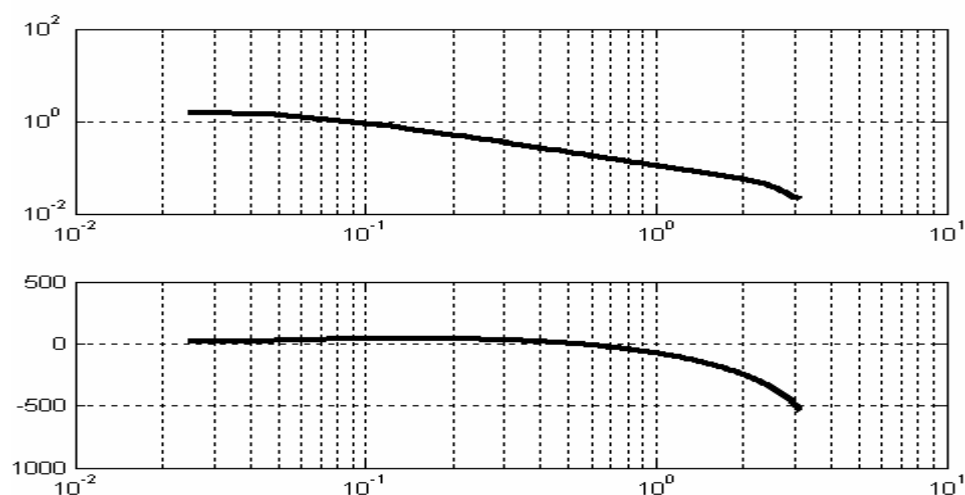


Рис.3. Частотные характеристики процесса

На начальной стадии (рис. 3а) процесса амплитуда процесса сначала убывает до частоты около 1 Гц (такую частоту имеет график колебательного выходного процесса), а затем постепенно возрастает. Далее (рис. 3б и 3в) амплитуды изменяются без появления особенностей – постепенно убывают с ростом частоты. Фазы во всех случаях имеют схожие характеристики. Из приведенных графиков видно, что установка (на начальной стадии эксперимента) все же влияет на динамику процесса на частотах около 1Гц и вносит (хотя и незначительные) экспериментальные ошибки при оценке АЧХ процесса.

Выводы

Предложен принципиально новый метод идентификации процесса изнашивания.

1. Создана аппаратура на базе современных технологий для исследования процессов изнашивания в реальном режиме времени.

2. Модель процесса изнашивания реализована в виде двумерной ARX-модели, входом которой является колебательный процесс продольного перемещения нижнего держателя, а выходом – динамическая составляющая процесса изнашивания.

3. Данный метод относительно чувствителен к качеству компенсации динамических ошибок датчиков-индикаторов.

4. Практически продемонстрировано не улучшение способа представления информации, а изменение самой задачи, связанной с анализом процесса изнашивания

Литература

1. Боуден Ф.П., Дейбор Д. Трение и смазка твердых тел. М.: Машиностроение, 1968.
2. А.С. №1821689. Устройство для испытания материалов трение. Б.И., 1993, № 22.
3. Мусалимов В.М., Лертрунгуранг К., Супрун Н.А. Оценка точности скачков коэффициентов демпфирования при критической скорости загрузки трибологических пар. // Труды четвертой сессии международной научной школы "Современные фундаментальные проблемы и прикладные задачи теории точности и качества машин, приборов и систем". СПб: ИПМаш РАН, 2001. С. 132–143.
4. Мусалимов В.М., Ларичкин М.П., Аникеенко А.Д., Супрун Н.А., Исмаилов Г.М., Струк А.Н. Компьютерные технологии оцифровки экспериментальных данных. //

Труды пятой сессии международной научной школы "Фундаментальные и прикладные проблемы теории точности процессов, машин, приборов и систем". СПб: ИПМаш РАН, 2002, С. 151–156.

5. Валетов В.А., Иванов С.Ю. Проблемы комплексной оценки и контроля характеристик поверхностного слоя деталей машин и приборов. Там же, с. 164-167.
6. Дьяконов В., Круглов В. MATLAB. Анализ, идентификация и моделирование систем. СПб: Питер, 2002.

ИЗМЕРЕНИЕ НЕКРУГЛОСТИ ВАЛОВ

И.Д. Гебель, Б.П. Тимофеев, С.Ю. Млокосевич

В настоящее время на одно из первых мест среди актуальных проблем технической метрологии выдвинулась проблема контроля точности геометрической формы деталей машин. Если раньше в качестве основного, а зачастую и единственного точностного параметра поверхностей, образующих деталь, выступал размер, характеризующий или саму поверхность (например, диаметр цилиндра), или расстояние между двумя поверхностями (толщина, длина и т. п.), то по мере углубления исследований взаимодействия деталей в сопряжениях недостаточность размерной характеристики становилась все более и более очевидной. Выяснилось, что для износостойкости деталей, для точности, надежности и долговечности их соединений первостепенное значение имеют отклонения поверхностей от геометрически идеальной формы, которой они представляются на чертеже, в частности, отклонение от круглости [1, 2].

Например, некруглость подшипниковых шеек валов в значительной мере определяет качество работы любого подшипника скольжения или качения (вибрация, шум, нагрев, момент сопротивления вращению), интенсивность его износа и срок службы. В частности, для подшипников качения это вызвано тем, что внутреннее кольцо практически полностью повторяет форму поверхности, на которую оно напрессовано. Вызванная некруглостью шейки деформация кольца приводит к возникновению дополнительных циклических напряжений в телах качения (шариках или роликах). Эти нагрузки вызывают ускоренный износ, а иногда и разрушение подшипника. В связи с этим большинство производителей подшипников (SKF, FAG и др.) рекомендуют обеспечивать допуск формы посадочных шеек на 1–2 класса IT выше допуска на диаметр. Например, для шеек диаметром до 400 мм отклонение от круглости не должно превышать 1–12 мкм. Вызванный техническим прогрессом постоянный рост скорости работы машин и нагрузок на подшипниках привлекает все большее внимание к этой проблеме.

От круглости каландровых и прокатных валов в огромной степени зависит качество производимой бумаги, фольги и листового проката. Допуски на отклонение формы таких деталей часто лежат в диапазоне 2–10 мкм при диаметрах до 2000 мм и длинах до 10000 мм [3–5].

Особое значение имеет некруглость посадочных поверхностей авиационных роторов и высокооборотных турбин. Даже незначительные отклонения от номинальной формы приводят к ограничению максимальной рабочей скорости и снижению КПД. Отклонение от круглости роторов вертолетов может стать причиной аварии и гибели людей.

Также важна круглость и для многих других видов деталей и узлов (шейки коленвалов, поршневые пальцы, коллекторы электродвигателей и пр.).

Существует несколько общепринятых методов измерения геометрической формы валов – измерения по образцовой поверхности, измерения при прецизионном вращении, разностные измерения [1, 6–9].

Измерения по образцовой поверхности заключаются в сравнении детали с подобной ей образцовой, погрешности формы которой настолько малы по сравнению с допустимой погрешностью измерения, что ими можно пренебречь. Примером может служить измерение формы вала, когда на его концах установлены два кольца, отклонения от круглости которых пренебрежимо малы. Измерения производятся при помощи трех датчиков. Два установлены на образцовые кольца и позволяют замерить траекторию движения вала в процессе измерения. Один датчик перемещается вдоль

вращающегося вала. Показания датчиков определенным образом суммируются, в результате чего удается исключить колебания оси вращения в пространстве.

К проверке по образцовой поверхности можно отнести также способ контроля "на краску". Проверка "на краску" возможна лишь в том случае, если размеры проверяемой и образцовой поверхности одинаковы или очень близки. Примером может служить производство конусных калибров.

Измерения при прецизионном вращении – это самый точный и наиболее широко распространенный в настоящее время в промышленности метод измерения отклонения от круглости. Конструктивно он реализуется в трех вариантах: кругломеры с прецизионным шпинделем, с центрами и со сферическими опорами. Сущность способа прецизионного вращения сводится к тому, что создается независимая от проверяемой поверхности система, одна из деталей которой (или группа деталей) может совершать вращательное движение. Конструкция системы такова, что вращающаяся деталь практически имеет лишь одну степень свободы – возможность поворота вокруг некоторой оси. Тогда траектория любой точки вращающегося элемента будет являться кривой, которая может быть принята за образцовую окружность. Аналогично, если рассмотреть обращенный вариант, то образцовой окружностью будет траектория любой точки пространства, неподвижной относительно вращающегося узла. Чтобы сопоставить профиль проверяемой поверхности с этой окружностью, нужно сцентрировать деталь относительно оси вращения и обкатать ее измерительной головкой, чувствительной к малым линейным перемещениям. При движении головки относительно детали колебания радиуса (т.е. отклонение от круглости) последней вызывают перемещения наконечника измерительной головки, которые преобразуются в электрический сигнал, используемый после усиления и преобразования для управлением регистрирующим прибором. У каждого метода есть свои достоинства и недостатки.

Измерение отклонения от круглости в центрах является одним из вариантов контроля способом прецизионного вращения. Независимая от проверяемой поверхности система, обеспечивающая вращение, может быть представлена опорными центрами прибора и центровыми гнездами детали. Конструктивно такая система очень проста, но технологически выполнить ее с высокой степенью точности сложно, тем более, что один из основных компонентов – центровые отверстия детали – не является стационарной частью прибора, а принадлежит проверяемой детали и меняется при ее замене. Погрешность вращения в центрах зависит от ошибок формы и взаимного расположения центровых гнезд самой проверяемой детали, центров прибора, на которые она устанавливается при проверке, и центров станка, использовавшегося для окончательной обработки детали. Отдельные звенья этой системы поверхностей выполняются независимо друг от друга, так что точность их сопряжения технологически не обеспечивается. При измерении отклонения от круглости одной и той же детали на нескольких центровых приборах результаты часто расходятся на 1,5–2 мкм. Поэтому обычная проверка в центрах используется лишь для ориентировочной оценки отклонений формы или при контроле деталей грубых квалитетов.

Более высокую точность вращения получают при использовании так называемых "шариковых центров". В этом случае и деталь, и центры прибора имеют центровые гнезда, между которыми закладываются точные шары. Диаметр шаров выбирается так, чтобы контакт между шаром и центровым гнездом осуществлялся не по фаске, а по конической поверхности последнего. Желательно использовать одни и те же шары и при окончательном шлифовании, и при проверке детали.

Дальнейшее повышение точности достигается переходом к вращению детали в сферических опорах. Качественное отличие этого способа от традиционных проверок в центрах заключается в том, что центровые гнезда детали полностью исключаются из

системы поверхностей, обеспечивающих ее вращение. Концы детали жестко закрепляются в патронах, каждый из которых связан с подвижным элементом соответствующей сферической опоры. Последние выполняются в виде шара и внутренней полусферы, притертых в паре и снабженных системой канавок для подачи смазки. Обе опоры замыкаются в единую систему через проверяемую деталь и обеспечивают прецизионное вращение последней относительно оси, проходящей через центры сфер. Центрирующие механизмы, встраиваемые в патроны, позволяют совместить ось детали с осью вращения. Сопрягаемые поверхности опор могут быть изготовлены с очень высокой точностью и способны выдерживать большие нагрузки, поэтому данный способ удобен при прецизионном контроле крупногабаритных тяжелых валов. Как и при измерении в центрах, оптимальным является вертикальное расположение оси проверяемой детали. Вертикальная компоновка снижает деформации, обусловленные собственной массой детали и влияющие на точность измерения.

Отдельно можно выделить так называемые разностные измерения. Термин "разностные" отражает основную характерную особенность рассматриваемых измерений: в каждый данный момент измеряется не абсолютное значение интересующей нас функции, а разность между ее последовательными значениями, разделенными определенным промежутком. Различные схемы разностных измерений приведены, например, в [9–10].

Выбор конкретной схемы для измерения – отдельная задача.

Основная особенность разностных измерений состоит в следующем. Если считать, что профиль детали является периодической кривой синусоидальной формы, причем на окружности укладывается n периодов отклонений, то показания прибора Δ будут связаны со значением отклонения от круглости Δ_r уравнением [1]

$$\Delta = \mu_n \Delta_r, \quad (1)$$

где μ_n – коэффициент пропорциональности, называемый обычно "коэффициентом воспроизведения",

$$\mu_n = f(\alpha, \beta, n), \quad (2)$$

где α – угол, характеризующий положение измерительного наконечника прибора, β – угол призмы [11].

Каждый конкретный прибор с фиксированными значениями α и β имеет разные коэффициенты воспроизведения для разных гармонических составляющих отклонений формы профиля проверяемой детали. Поскольку обычно профиль детали не является геометрически правильной фигурой, а представляет собой сумму различных гармоник, отличающихся друг от друга периодами, амплитудами и начальными фазами, установление зависимости между Δ и Δ_r – сложная математическая задача, и по непосредственным результатам проверки на двух- или трехконтактном приборе судить об отклонении от круглости детали можно лишь весьма приближенно.

На базе призматических приборов в настоящее время создано несколько моделей кругломеров, которые можно отнести к отдельной группе. Это приборы с многоступенчатыми самоустанавливающимися опорами, многодатчиковые приборы, приборы с комбинированными призмами. Следует отметить, что первые два прибора являются отечественными разработками, не имеющими аналогов за рубежом. Возможности данных приборов заслуживают отдельного внимания.

Наиболее трудоемким и дорогостоящим является способ измерения при прецизионном вращении с использованием прецизионного шпинделя. Однако данный способ обладает наиболее широким спектром метрологических возможностей. Измерения в центрах – наиболее простой способ, однако применим лишь в некоторых случаях и имеет ограничения по точности. Промежуточное положение по трудоемкости

процесса измерения занимают измерения на призмах. Трудоемкость измерения при использовании эталонной детали зависит от конкретной реализации способа.

Измерения на модифицированных призмах относительно просты. Точность данных приборов достаточно высока. Метрологические возможности ниже, чем возможности кругломеров с прецизионным шпинделем, но ограничения эти относятся в основном к измерению отклонения от цилиндричности, отклонения формы профиля продольного сечения и проч.

Использование дополнительной математической обработки позволяет повысить точность всех способов и расширить метрологические возможности приборов.

В цеховых условиях использование приборов с прецизионным шпинделем затруднено. Высокоточные узлы шпинделя чрезвычайно чувствительны к вибрациям, колебаниям температуры, попаданию пыли, скачкам напряжения и т. д.

Призмы различных конструкций могут использоваться для приемочного контроля, т.е. для определения выхода или невыхода значения отклонения от круглости за пределы допуска. Для точного определения некруглости использовать призмы невозможно из-за наличия "мертвых зон" полосы пропускания.

Измерения в центрах – наиболее простой способ, который можно использовать при приемке даже в цеховых условиях. Однако информативность и точность данного способа (при использовании только датчика линейных перемещений, без проведения дополнительной обработки результата), как и в случае с призмами, оставляет желать лучшего.

Измерения по эталонной детали являются достаточно узко специализированными, поэтому однозначно охарактеризовать их достаточно сложно.

Использование модифицированных призм возможно в цеховых условиях непосредственно на станке как для приемочного контроля (годен/негоден), так и для измерения в процессе обработки.

Крупногабаритные детали измерять на прецизионном шпинделе практически невозможно. Оптимальным в этом случае является использование модифицированных призм.

Существующая в настоящее время нормативная документация не дает однозначного ответа по многим вопросам, связанным с некруглостью. Это относится и к выбору базового элемента при измерении, и к разделению шероховатости, волнистости и отклонения формы, и ко многому другому. Нет единообразного подхода к определению некруглости валов и отверстий. Нормирование отклонения от круглости производится для крайне узкого круга деталей. Важность того или иного компонента отклонения формы поперечного сечения недостаточно обоснована. Нет работ, выявляющих технологические аспекты возникновения того или иного вида отклонения формы поперечного сечения.

Для полноценного выбора, нормирования параметров геометрической точности необходимо представлять себе взаимосвязь технологии изготовления и геометрии поверхности, а далее – геометрии и функциональных качеств в ходе работы. Выделение какого-либо компонента из данного списка не позволит добиться качественной, долговечной работы узла или механизма. Только комплексный подход, учитывающий взаимосвязь отдельного параметра точности формы и работы узла на всех этапах рабочего цикла механизма, может обеспечить необходимый уровень качества.

Литература

1. Авдулов А.Н. Контроль и оценка круглости деталей машин. М.: Издательство стандартов, 1974. 176 с.

2. Лоповок Т.С. Волнистость поверхности и ее измерение. М.: Издательство стандартов, 1973. 184 с.
3. Рубинов А.Д. Контроль больших размеров в машиностроении. Л.: Машиностроение, 1982. 120 с.
4. Гебель И.Д. Выбор базовой окружности при измерении формы профиля тел вращения. // Измерительная техника. 1973. №10.
5. Гебель И.Д., Хроленко В.Ф., Кушнер Г.Ф., Виленский Э.Н. Прибор для измерения некруглости каландровых валов. // Бумагоделательное машиностроение. 1975. XXI.
6. ГОСТ 24642-81 (СТ СЭВ 301-76). Допуски формы и расположения поверхностей. Основные термины и определения.
7. ГОСТ 8.481-82. Кругломеры. Методы и средства поверки.
8. ГОСТ 17353-89. Приборы для измерений отклонений формы и расположения поверхностей вращения. Типы, общие технические требования.
9. ISO 4292-1985 E. Methods for the assessment of departure from roundness - Measurement by two- and three-point methods.
10. ISO 4291-1985 E. Methods for the assessment of departure from roundness - Measurement of variations in radius.
11. ИСО 6318-1985 P. Методы контроля круглости – термины, определения и параметры круглости.

ОТЫСКАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ МИНИМАЛЬНЫЕ КОНТАКТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Б.П. Тимофеев, А.И. Кириченко

Введение

Использование эвольвентных зубчатых колес с несимметричным зубом позволяет повысить несущую способность зубчатых передач по контактной и изгибной прочности в основном (рабочем) направлении вращения. Применение таких колес выгодно в реверсивных передачах, в которых крутящий момент в основном направлении значительно больше, чем в обратном, или вращение в основном направлении гораздо более продолжительно по времени, чем в обратном.

Существует определенная зависимость контактных напряжений, действующих в зубчатых передачах, от параметров этих передач. В настоящей работе произведено исследование зависимости контактных напряжений от угла профиля зуба рейки α , угла наклона линии зубьев β и коэффициентов смещения x_1 и x_2 . Зависимость контактных напряжений от коэффициентов смещения x_1 и x_2 рассмотрена для двух случаев: 1) $x_\Sigma = 0$, $x_1 = -x_2$; 2) $x_\Sigma > 0$, $x_1 = x_2$. Также определены оптимальные α , β , x_1 и x_2 из условия минимизации контактных напряжений для конкретных зубчатых передач.

В то время как один и тот же исходный контур может использоваться для изготовления зубчатых колес с разными β , x_1 и x_2 , при варьировании α используются разные исходные контуры с различным углом профиля зуба. Поэтому зависимость контактных напряжений от угла профиля зуба рейки α рассматривается отдельно.

Расчет контактной прочности производился для трех зубчатых передач. Исходные данные для расчета приведены в табл. 1 и табл. 2.

№ передачи	m , мм	z_1	z_2
1	6,25	9	37
2	7	13	22
3	9	14	29

Таблица 1. Исходные данные для расчета контактной прочности

№ колеса	n , об/мин	ω , 1/с	$T_{кр}$, Н*м	N , кВт
1	1500	157	516×2	81×2
2	365	38	4132	157
3	365	38	4132	157
4	216	22,6	6748	152,5
5	216	22,6	6748	152,5
6	104	10,9	13578	148

Таблица 2. Исходные данные для расчета контактной прочности

Расчет на прочность прямозубых и косозубых цилиндрических передач стандартизован ГОСТ 21354 – 87. При этом контактные напряжения определяют по формуле

$$\sigma_H = Z_E Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_{tH} K_{HE} (u+1)}{b_w d_1 u}},$$

где Z_E – коэффициент, учитывающий материал зубьев, МПа^{0,5}; Z_H – коэффициент, учитывающий форму соприкасающихся поверхностей; Z_ε – коэффициент, учитывающий суммарную длину контактных линий; F_{tH} – окружная составляющая силы, действующей на шестерню, Н; K_{HE} – коэффициент нагрузки; d_1 – делительный диаметр шестерни, мм; b_w – рабочая ширина венца зубчатой передачи, мм; u – передаточное число.

Зависимость контактных напряжений от угла α

В данной части расчетов исследована зависимость контактных напряжений от угла профиля зуба α (рис. 1). Угол α изменяется в пределах от 15° до 45° с интервалом в 5° . При этом вторая сторона зуба имеет постоянный угол профиля, равный 20° . Такие значения углов профиля зуба α обеспечивают существование зубьев с заданной высотой, равной $2,25m$ и неотрицательной толщиной на поверхности вершин. Угол наклона линии зубьев β не меняется ($\beta = \text{const}$), а коэффициенты смещения x_1 и x_2 равны нулю ($x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_\Sigma = 0$).

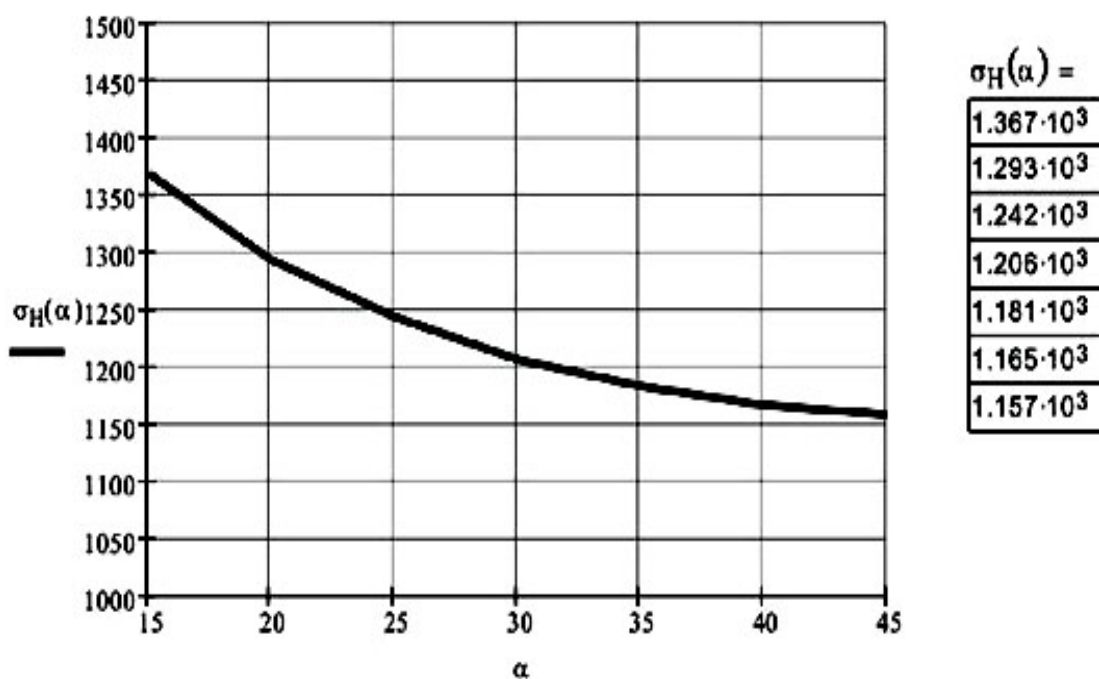


Рис. 1. Зависимость контактных напряжений от угла профиля зуба рейки α (1-ая передача)

Полученные результаты показывают, что увеличение угла профиля зуба α ведет к увеличению контактной прочности, т.е. к уменьшению действующих контактных напряжений.

Зависимость контактных напряжений от угла α и угла β

В данном случае исследуется зависимость контактных напряжений от угла профиля зуба α и угла наклона линии зубьев β (рис. 2, 3, табл. 3). Угол α изменяется в пределах от 15° до 45° с интервалом в 5° , а β – в пределах от 5° до 35° с интервалом в 5° . Коэффициенты смещения x_1 и x_2 равны нулю ($x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_\Sigma = 0$).

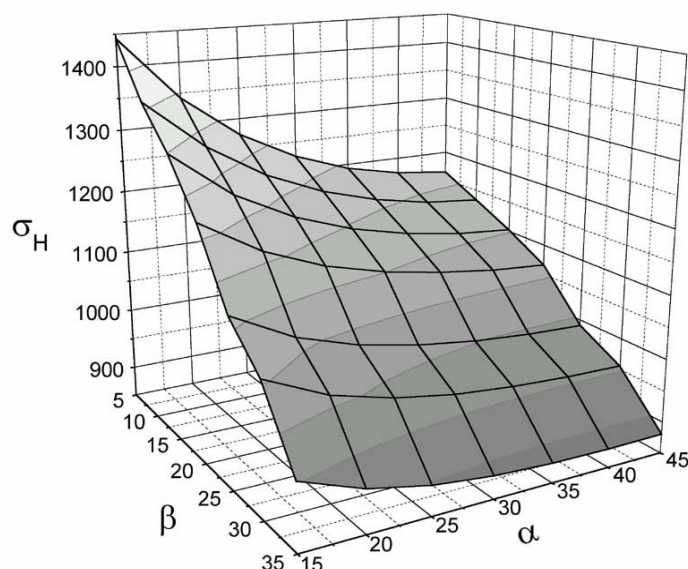


Рис. 2. Зависимость σ_H от углов α и β (1-ая передача)

		α						
		15	20	25	30	35	40	45
β	5	1443,641	1343,017	1273,854	1225,897	1193,554	1173,582	1164,043
	10	1360,332	1280,795	1224,781	1185,495	1158,688	1141,686	1132,808
	15	1299,227	1226,076	1177,785	1145,344	1123,714	1109,939	1102,224
	20	1220,029	1162,824	1125,485	1100,61	1083,903	1072,757	1065,523
	25	1112,606	1062,741	1032,339	1013,389	1001,554	994,318	990,123
	30	1055,786	1012,355	986,413	970,968	962,113	957,516	955,7
	35	953,389	917,292	896,901	885,903	880,761	879,346	880,288

Таблица 3. Зависимость контактных напряжений от угла профиля зуба α и угла наклона линии зубьев β

Полученные результаты показывают естественную зависимость контактных напряжений от угла наклона линии зуба β . При увеличении угла β действующие контактные напряжения уменьшаются. Также результаты показывают, что при разных углах β минимальные контактные напряжения действуют при различных углах α .

Так, например, в первой передаче при максимальном угле β , равном 35° , минимальные контактные напряжения действуют при угле α , равном $40,114^\circ$, и дальнейшее увеличение угла α ведет к увеличению контактных напряжений.

Таким образом, оптимальными параметрами для первой передачи являются $\alpha = 40,114^\circ$, $\beta = 35^\circ$, для второй передачи – $\alpha = 36,344^\circ$, $\beta = 35^\circ$, а для третьей передачи – $\alpha = 35,15^\circ$, $\beta = 35^\circ$.

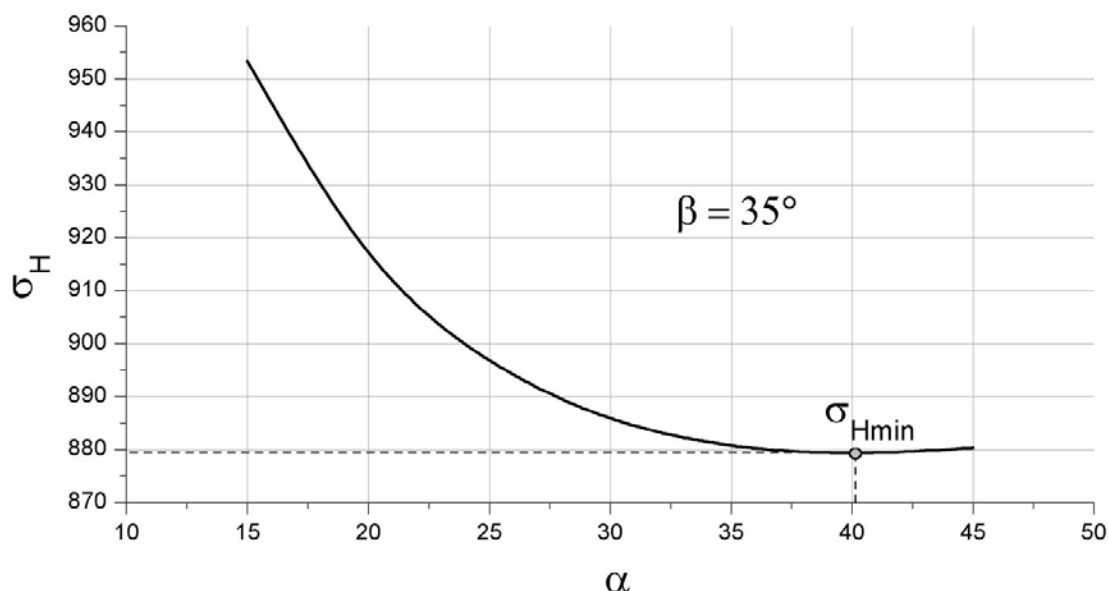


Рис. 3. Зависимость σ_H от угла α при постоянном угле β , равном 35° (1-ая передача)

Зависимость контактных напряжений от угла α , угла β и коэффициентов смещения x_1 и x_2 для случая, когда $x_\Sigma = 0$

В данном случае α изменяется в пределах от 15° до 45° с интервалом в 15° , а β – в пределах от 10° до 30° с интервалом в 10° . Коэффициенты смещения x_1 и x_2 изменяются следующим образом. Для случая, когда коэффициент суммы смещений x_Σ равен нулю, коэффициенты смещения имеют следующие значения: 1) $x_1 = 0,1$, $x_2 = -0,1$; 2) $x_1 = 0,2$, $x_2 = -0,2$; 3) $x_1 = 0,3$, $x_2 = -0,3$ (рис. 4).

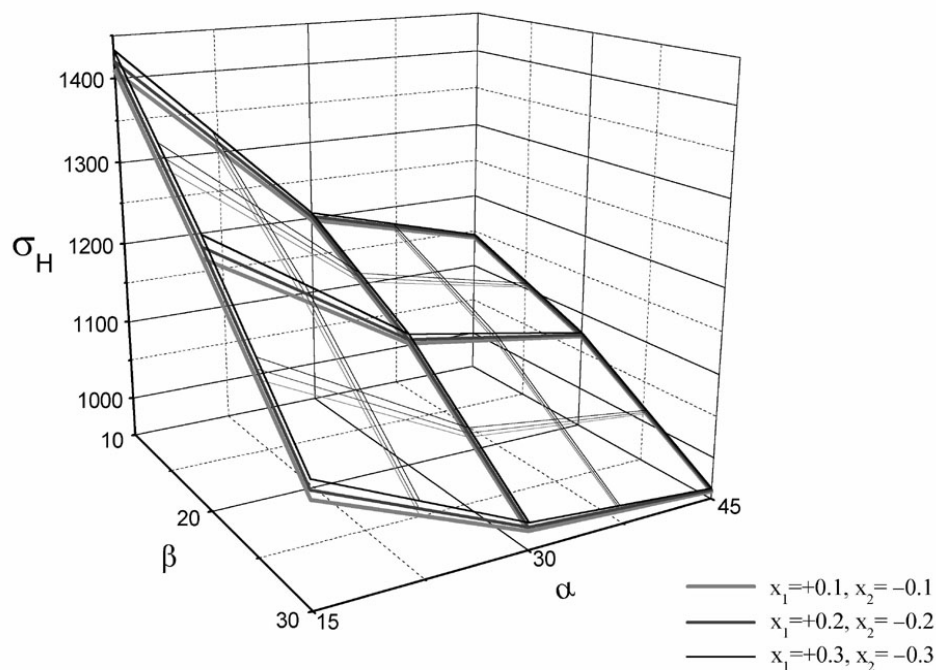


Рис. 4. Зависимость σ_H от углов α и β и коэффициентов x_1 и x_2 , для случая $x_\Sigma = 0$ (1-ая передача)

Полученные результаты показывают, что при увеличении по модулю коэффициентов смещения x_1 и x_2 контактные напряжения возрастают. При этом оптимальные углы α и β , при которых контактные напряжения минимальны, смещаются к предельным расчетным значениям. Таким образом, можно сделать вывод, что в данном случае лучше использовать колеса с нулевыми коэффициентами смещения.

Зависимость контактных напряжений от угла α , угла β и коэффициентов смещения x_1 и x_2 для случая, когда $x_\Sigma > 0$

Для случая, когда x_Σ больше нуля, коэффициенты смещения имеют значения:
1) $x_1 = 0,1$, $x_2 = 0,1$; 2) $x_1 = 0,2$, $x_2 = 0,2$; 3) $x_1 = 0,3$, $x_2 = 0,3$ (рис. 5).

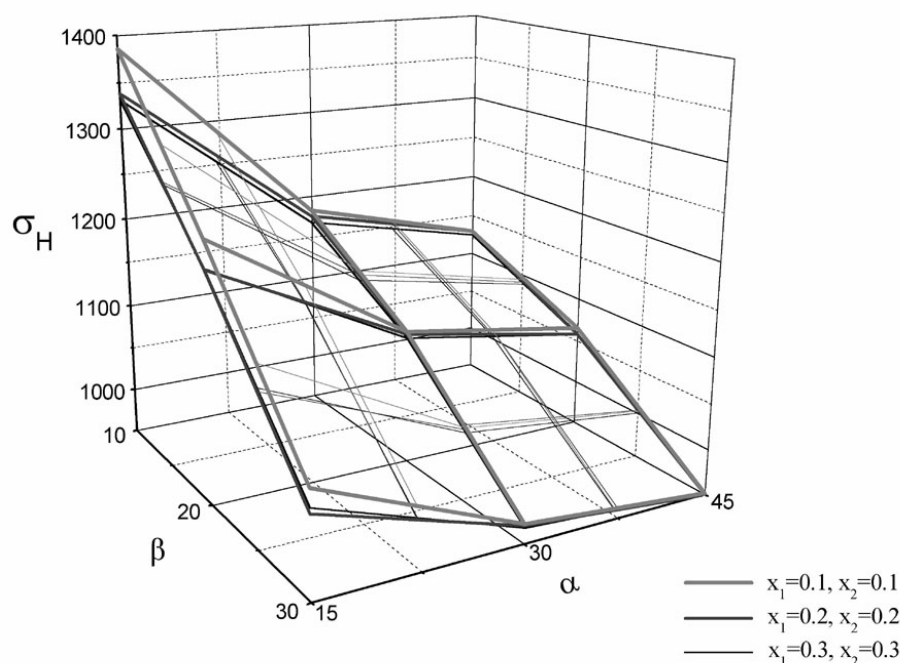


Рис. 5. Зависимость σ_H от углов α и β и коэффициентов x_1 и x_2 , для случая $x_\Sigma > 0$ (1-ая передача)

Полученные результаты показывают, что положительные коэффициенты смещения эффективно использовать, когда x_1 и x_2 растут от 0 до 0,2–0,25, а далее эффективность снижается. При этом увеличение коэффициентов смещения в данном диапазоне будет эффективно только при углах $\alpha < 30^\circ$.

Выводы

На основе проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

Увеличение угла профиля зуба α ведет к уменьшению контактных напряжений в зубчатых передачах.

Увеличение угла наклона линии зуба β также ведет к уменьшению контактных напряжений. При этом для разных углов β минимальные контактные напряжения действуют при различных углах α . Таким образом, можно подобрать такие α и β , при которых контактные напряжения будут минимальными. Для каждой зубчатой передачи эти α и β разные.

При суммарном коэффициенте смещения, равном нулю ($x_{\Sigma} = 0$), увеличение по модулю коэффициентов смещения x_1 и x_2 ведет к увеличению контактных напряжений. Поэтому использование зубчатых колес с такими коэффициентами нецелесообразно.

При суммарном коэффициенте смещения, большем нуля ($x_{\Sigma} > 0$), увеличение коэффициентов смещения x_1 и x_2 ведет к уменьшению контактных напряжений. При этом увеличение x_1 и x_2 эффективно только в диапазоне от 0 до 0,2–0,25, а далее эффективность резко снижается. Применение таких коэффициентов эффективно только при углах $\alpha < 30^\circ$.

МИКРОМЕХАНИЧЕСКИЕ КРЕМНИЕВЫЕ МАГНИТОМЕТРЫ

Ю.Н. Копытенко, В.М. Мусалимов, В.Ю. Сучкова

Высококчувствительные цифровые магнитовариационные станции используются при изучении ионосферных неоднородностей и как регистраторы электромагнитных предвестников землетрясений. В сейсмоактивной зоне первые положительные результаты исследований получены по Спитакскому землетрясению в 1988 году и в Грузии в 1991 году (СПбФ ИЗМИРАН) [1]. В настоящее время изготовлен геофизический комплекс для пассивной магнитной локализации с использованием компьютерных технологий. В то же время широкое использование этих средств ограничено низкой механической прочностью чувствительных элементов – это наиболее уязвимое звено магнитометра, особенно в условиях нагружения комплекса, когда он движется с ускорением.

Приведем оценки динамической прочности чувствительного элемента. Его физико-механические характеристики: модуль Юнга первого рода $E=1,1 \cdot 10^5$ МПа, допускаемые напряжения $[\sigma]=140$ МПа. Рассчитаем коэффициент динамичности:

$$k(\tau) = \sqrt{1 + \tau^2 \cdot \frac{48EJ}{ml^3}} + 1 = 1 + \sqrt{1 + \tau^2 \cdot \frac{4 \cdot E J b h^3}{ml^3}},$$

где $\tau = \frac{V}{g}$ [с], V – скорость относительного движения, g – ускорение свободного падения.

Рассмотрен подвес с размерами $h = 50 \text{ мк} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$; $b = 100 \text{ мк} = 100 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$; подсчитан момент инерции:

$$J = \frac{bh^3}{12} = \frac{100 \cdot 10^{-3} \cdot 5^3 \cdot 10^{-8}}{12} = 1,04 \cdot 10^{-8} \text{ мм}^4.$$

Конструкционный коэффициент жесткости равен

$$\tilde{N}_e = \frac{48EJ}{l^3} = \frac{48 \cdot 1,1 \cdot 10^5 \cdot 1,04 \cdot 10^{-8}}{14^3} = 2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

В результате получена формула

$$k(\tau) = 1 + \sqrt{1 + \tau^2 \cdot \frac{C_u}{m}} = 1 + \sqrt{1 + \tau^2 \cdot \omega_u}$$

где ω_u – приведенная частота собственных изгибных колебаний упругого подвеса.

Далее приведены данные для различных случаев массы микромагнитов, прикрепленных к подвесу.

Для $\tau = 1$ получим:

$$\text{а) } k|_{m=7 \text{ мг}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 10^{-5}}{7 \cdot 10^{-6}}} = 2,94;$$

$$\text{б) } k|_{m=14 \text{ мг}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 10^{-5}}{14 \cdot 10^{-6}}} = 2,67;$$

$$\text{в) } k|_{m=40 \text{ мг}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 10^{-5}}{40 \cdot 10^{-6}}} = 1,22.$$

Оценим максимальные поперечные перемещения и напряжения:

$$\text{а) } f_{cm} = \frac{mg}{C_u} = \frac{7 \cdot 10^{-6} \cdot 9,8}{2 \cdot 10^{-5}} = 35 \cdot 10^{-1} = 3,5 \text{ мм};$$

$$f_{\ddot{a}} = 2,94 \cdot 3,5 \text{ мм} = 10,29 \text{ мм} ;$$

во всех рассматриваемых случаях момент сопротивления сечения равен

$$w = \frac{J \cdot 2}{h} = \frac{1,04 \cdot 10^{-8} \cdot 2}{5 \cdot 10^{-2}} = 5,6 \cdot 10^{-7} \text{ мм}^3 ;$$

$$\sigma = \frac{mg \cdot l}{4 \cdot w} = \frac{7 \cdot 10^{-6} \cdot 9,8 \cdot 14}{4 \cdot 5,6 \cdot 10^{-7}} = 428 \text{ МПа}$$

– это статические напряжения;

$$\sigma_{\ddot{a}} = 428 \cdot 2,94 = 1258 \text{ МПа}$$

– динамические напряжения.

Приведенные значения существенно больше $[\sigma] = 140 \text{ МПа}$. Случаи б) и в) дают еще большие значения f_{δ} и σ_{δ} .

Для повышения динамической прочности предложено изменить несущую конструкцию упругих подвесов, а сам подвес выполнить в виде спирально-анизотропного стержня [2]. Переход к этой схеме (рис. 1) решает несколько проблем:

- реализуется конструкционное демпфирование (за счет свивки "нитей");
- упрощается технология изготовления;
- юстировка элемента осуществляется поворотом рамки без воздействия на сам чувствительный элемент.

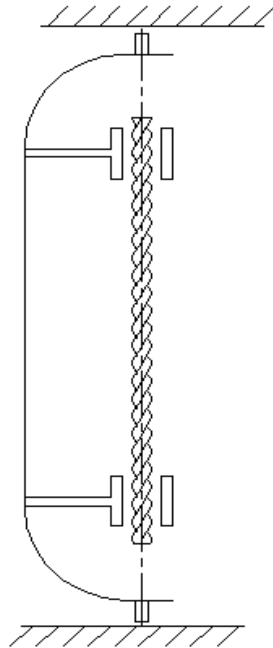


Рис.1. Подвес в виде спирально-анизотропного стержня

Для спирально-анизотропных стержней получены основные уравнения статики [2]:

$$\begin{cases} \frac{T}{\pi R^2 E_1} = A_{11} l + A_{12} \gamma \\ \frac{M \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\pi R^3 E_1} = A_{21} l + A_{22} \gamma \end{cases},$$

где l – линейная деформация, γ – угловая деформация. Коэффициенты A – это, соответственно, модуль растяжения, крутильно-растягивающий модуль, модуль кручения; T – продольная сила, M – момент кручения; α – угол подъема угла винта скрутки спирально-анизотропного стержня.

Эти уравнения лежат в основе расчетов на прочность спирально-анизотропных стержней.

Наиболее перспективным является выполнение подвеса с использованием технологии МЭМС – это чувствительный элемент на кремниевой основе [3] (рис. 2).

Устройство представляет собой высокочастотное торсионное сканирующее зеркало, изготавливаемое из монокристаллического кремния. В верхней части рис. 2 показан кремниевый кристалл с анизотропно вытравленным рельефом зеркала и торсионной балки; в нижней части рисунка показано поперечное сечение зеркального элемента. Крутильные колебания зеркала (закручивание зеркала относительно кремниевых торсионов) обеспечиваются попеременной подачей напряжений на электроды 1. В случае совпадения частот возбуждения электродов с собственной механической торсионной частотой системы зеркало-торсионная балка зеркало будет резонировать при прямом и обратном перемещениях в торсионном режиме. Это устройство может сыграть немаловажную роль в развитии средств регистрации электромагнитных предвестников в ультранизкочастотном диапазоне.

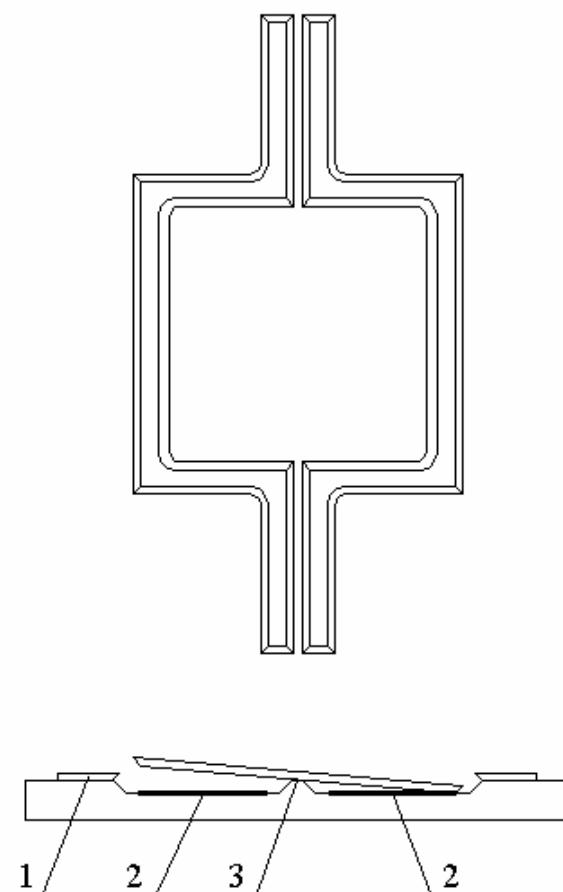


Рис. 2. Подвес с использованием технологии МЭМС : 1 – стеклянная подложка, 2 – электрод, 3 – опорное ребро

Литература

1. Kopytenko Y., Ismagilov V., Hayakawa M., Smirnova N., Troyan V., Peterson T. Investigation of the ULF electromagnetic phenomena related to earthquakes: contemporary achievements and the perspectives. // *Annali di Geofisica*. Vol.44. №2 April 2001.
2. Мусалимов В.М., Мокряк С.Я. О некоторых задачах для спирально-анизотропной среды. // Труды НИИПММ. ТГУ, 1981.
3. Петерсен К.Э. Кремний как механический материал. // ТИИЭР. 1982. Т. 70. №5.

АНАЛИЗ СДВИЖЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ ОТРАБОТКЕ УГОЛЬНЫХ ПЛАСТОВ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ

А.П. Ларичкина

Теория катастроф дает универсальный рецепт для исследования скачкообразных переходов, разрывов и внезапных качественных изменений [1]. Математическим источником теории катастроф служит раздел математики, который называется теорией особенностей гладких отображений. Например, отображение поверхности на плоскость – это сопоставление каждой точке поверхности точки плоскости. Пусть $M_1(x_1, x_2)$ – точка поверхности P , а $M_2(y_1, y_2)$ точка плоскости Q , тогда отображение задается парой функций $y_1 = f_1(x_1, x_2)$; $y_2 = f_2(x_1, x_2)$ (рис.1). Если эти функции гладкие (дифференцируемые достаточное число раз), то отображение называется гладким.

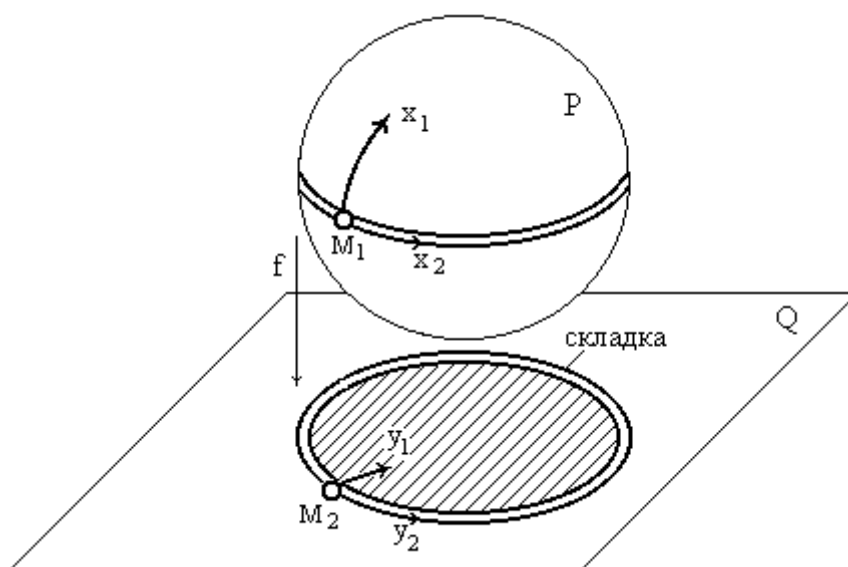


Рис. 1. Складка проектирования сферы на плоскость

Рассмотрим две особенности Уитни для "общего положения", т.е. для всех случаев, кроме некоторых исключений. Примером особенности первого вида, которая называется складкой Уитни, является особенность, возникающая, например, при проектировании сферы P на плоскость Q в точках экватора (рис. 1). Это отображение задается формулами $y_1 = x_1^2$, $y_2 = x_2$.

Вторая особенность названа сборкой Уитни и получается при проектировании на плоскость Q поверхности P (рис. 2).

Здесь отображение в локальных координатах задано выражениями $y_1 = x_1^3 + x_1x_2$; $y_2 = x_2$. Проекцией является полукубическая парабола с точкой возврата (острием) в начале координат, которая делит плоскость на меньшую и большую части. В точки меньшей части проектируются по три точки поверхности (три прообраза). Точки большей части имеют по одному прообразу, точки кривой – по два. При подходе к кривой из меньшей части два прообраза из трех сливаются и исчезают (в этом месте особенность – складка), при подходе к острию сливаются все три прообраза.

Поскольку теория Уитни дает значительную информацию об особенностях отображений общего положения, можно попытаться использовать эту информацию для изучения сдвижений горных пород при разработке угольных пластов. В этой простой идее и состоит вся сущность теории катастроф. Рассмотрим возможность ее применения на частном примере.

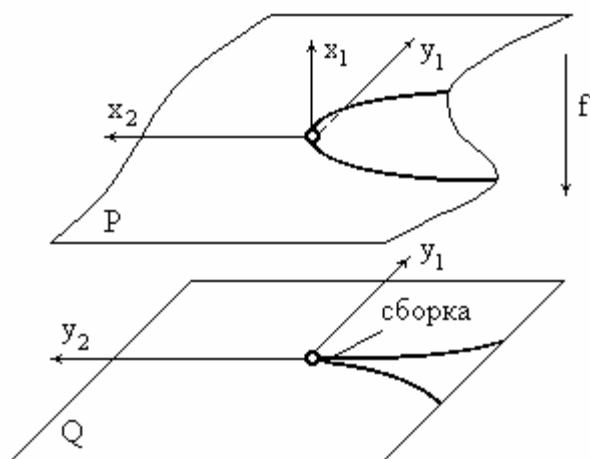


Рис. 2. Сборка проектирования поверхности на плоскость

В работах [2,3] доказана удовлетворительная сходимость результатов натурных исследований с моделированием сдвижения горных пород при разработке угольных пластов методом конечных элементов (МКЭ). Пример моделирования отработки двух пологих угольных пластов последовательно лавами 1–5 приведен на рис. 3. Участок длиной 700 м по простиранию пластов мощностью по 3,5 м и 500 м по падению разбит на 840 треугольных элементов, в узлах которых рассчитывались вертикальные и горизонтальные смещения по мере отработки лав.

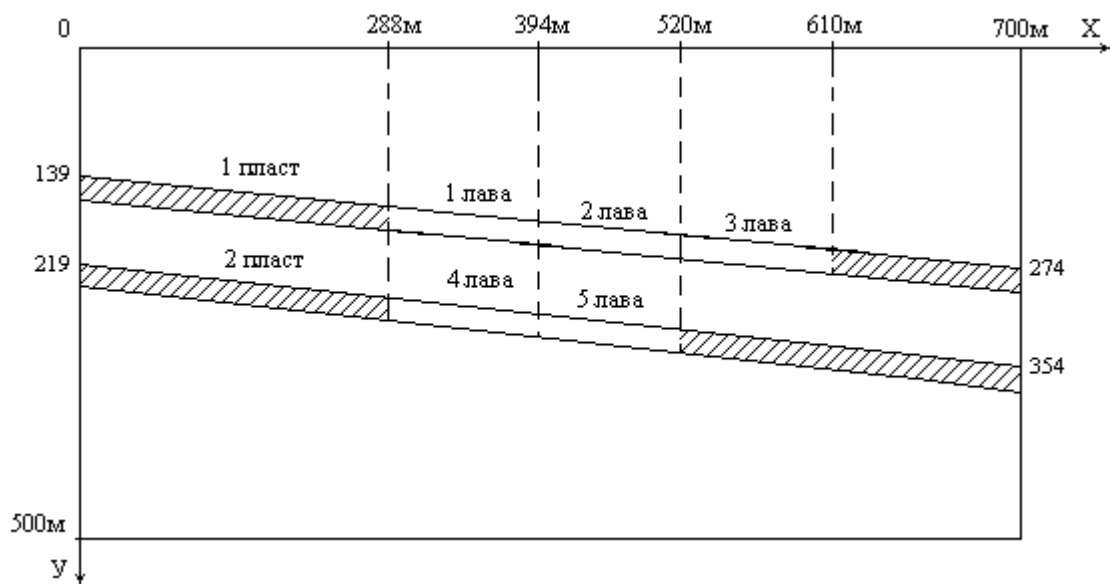


Рис. 3. Схема моделирования отработки двух пологих угольных пластов последовательно пятью лавами

Рассмотрим вертикальные и горизонтальные смещения поверхности, не вникая в технологические подробности, а учитывая лишь последовательность отработки пластов, начиная с первой лавы и кончая пятой. Спроектировав расчетные узловые точки, расположенные на поверхности вдоль линии простирания пластов, на ось Y (в начало координат), получим отображение мульды сдвижения поверхности на плоскость XY. Радиус вектор смещений узловых точек рисует вид этого отображения. На рис. 4 приведены 5 кривых отображения для пяти состояний отработки пластов.

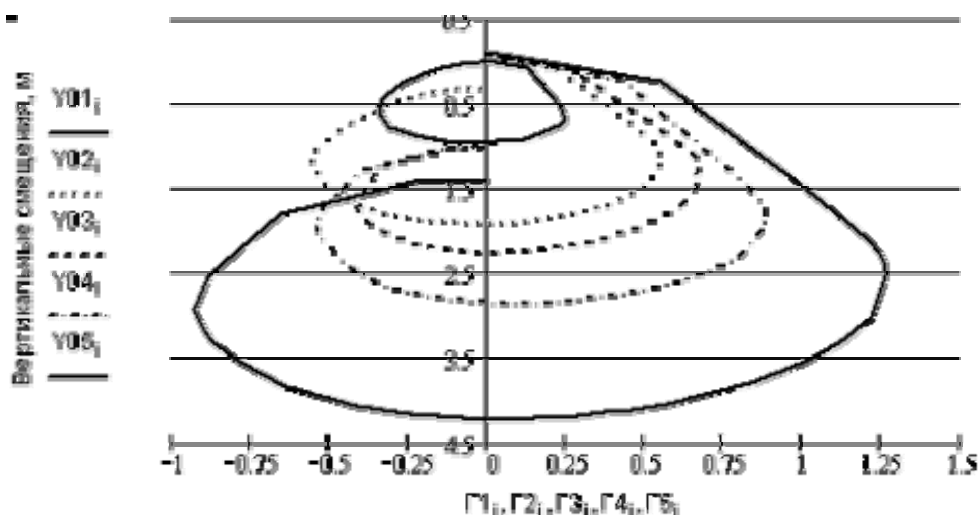


Рис.4. Отображение мульды сдвижения поверхности на ось ХУ для пяти состояний отработки угольных пластов

Здесь $Y01$ – вертикальные, а $Г1$ – горизонтальные смещения мульды при выемке угля из первого пласта первой лавой. $Y02$ – вертикальные, $Г2$ – горизонтальные сдвижения мульды при выемке угля из первого пласта первой и второй лавами, и т.д. Полученные кривые могут интерпретироваться как складки Уитни и, соответственно, обладают присущими им особенностями. В данной статье мы опускаем анализ этих особенностей.

В отображениях на плоскость ХУ смещений кровель и почв первого и второго угольных пластов, кроме складок, сборок и точек возврата, наблюдаются и другие особенности ("ласточкин хвост", "пирамида", "кошелек", "блин" и т.л.), которые появляются при анализе, например, каустик, аттракторов, проектирования гладких поверхностей. Выявление и анализ этих особенностей позволит представить развитие смещений горных пород от глубинных слоев до поверхности. По известным особенностям можно представить и аппроксимировать аналитический вид сдвижений горных пород, которые в сходных горно-геологических условиях позволяют производить прогнозные оценки.

Таким образом, намечается следующий путь исследований смещений горных пород при отработке угольных пластов с использованием теории катастроф:

- по результатам моделирования или натурных измерений получают отображения смещений или деформаций горных пород на одну из трех плоскостей: в плане, в плоскости простирание-падение или в плоскости вкрест простирания-падение;
- производят выявление и анализ особенностей полученных отображений методами теории особенностей, теории бифуркаций и их приложений;
- аппроксимируют наблюдаемые сдвижения и деформации подходящими гладкими функциями;
- выявляют граничные горно-геологические условия, в которых можно производить прогнозные оценки.

Литература

1. Арнольд В.И. Теория катастроф. М.: Наука, 1990. 127с.
2. Серяков В.М., Ягунов А.С. Расчет процессов разрушения в слоистом горном массиве. // ФТПРПИ. 1991. №3. С.28–35.
3. Ягунов А.С. Закономерности сдвижения горных пород в Кузбассе. СПб: ВНИМИ, 2000. 304с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОМЕТРИИ НЕСИММЕТРИЧНЫХ ПРОФИЛЕЙ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Б.П. Тимофеев, Д.А. Фролов

Введение

Колеса с несимметричными зубьями могут использоваться тогда, когда нагрузка при вращении в одну и другую сторону неодинакова. В зубчатых колесах с несимметричными профилями зубьев один из профилей, испытывающий большую нагрузку, улучшается за счет менее нагружаемого профиля. Применение несимметричных зубьев позволяет повысить несущую способность эвольвентных передач по контактной и изгибной прочности в основном (рабочем) направлении вращения за счет увеличения угла зацепления. Например, если исходить из расчета контактных напряжений по формуле Герца, контактные напряжения σ_n прямо пропорциональны $\cos \alpha_w^{1/2}$. Это означает, что увеличение угла зацепления α_w с 20° до 30° , при прочих равных условиях, приведет к уменьшению контактных напряжений в 1,16 раза, что позволит увеличить передаваемую нагрузку более чем в 1,34 раза [1]. Из формулы по расчету толщины масляной пленки следует, что в полюсе зацепления она является функцией $\varphi = \sin^{1,15} \alpha_w \cos^{0,15} \alpha_w$. При прочих равных условиях увеличение угла зацепления α_w с 20° до 30° сопровождается увеличением толщины масляной пленки примерно в 1,5 раза [1]. Такой рост толщины масляной пленки, в свою очередь, приводит к образованию естественного демпфера колебаний в зацеплении, а также к увеличению долговечности передачи, к уменьшению тепловыделения и потерь на трение. Нельзя забывать о негативной стороне повышения угла зацепления α_w . При том же крутящем моменте и межосевом расстоянии увеличение угла зацепления α_w приводит к увеличению радиальных сил, действующих на опоры.

Формула для расчета нормальной толщины на поверхности вершин зубьев колеса с симметричным профилем выглядит следующим образом [2]:

$$S_{na} = d_a \cdot \left[\frac{\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha}{z} + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_a \right] \cdot \cos \beta_a.$$

Исходя из этого, можно получить формулу для расчета нормальной толщины на поверхности вершин зубьев колеса с несимметричным профилем:

$$S_{na} = d_a \cdot \left[\frac{\pi}{2 \cdot z} + \frac{x}{z} (\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2) + \frac{\operatorname{inv} \alpha_{t1} - \operatorname{inv} \alpha_{a1}}{2} + \frac{\operatorname{inv} \alpha_{t2} - \operatorname{inv} \alpha_{a2}}{2} \right], \quad (1)$$

где d_a – диаметр вершин зубьев, x – коэффициент смещения, z – число зубьев, α_1 , α_2 – угол профиля для правой и левой сторон соответственно, α_{t1} , α_{t2} – угол профиля (в торцовом сечении) для правой и левой сторон соответственно, α_{a1} , α_{a2} – угол профиля зуба в точке на окружности вершин для правой и левой сторон соответственно.

Определение предельных величин α_2 при $\alpha_1=20^\circ$ и $\alpha_1=25^\circ$ при соблюдении высотных параметров стандартного исходного реечного контура

Под стандартными высотными параметрами исходного реечного контура понимаются: коэффициент высоты головки зуба $h_a^* = 1,0$, коэффициент высоты ножки зуба $h_f^* = 1,0$, коэффициент граничной высоты $h_l^* = 2,0$, коэффициент радиального

зазора $c^* = 0,25$. Предельные величины α_2 при $\alpha_1=20^\circ$ и $\alpha_1=25^\circ$ определены при построении.

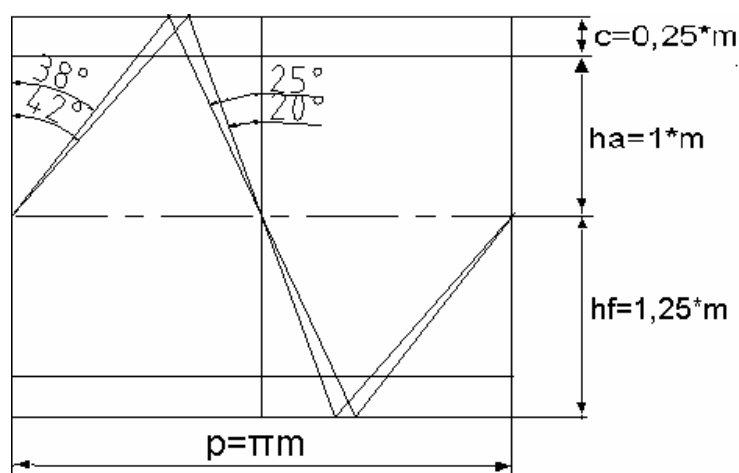


Рис. 1. К расчету предельных значений α_2

Из рис. 1 видно, что при $\alpha_1=20^\circ$ предельное значение $\alpha_2=42^\circ$, а при $\alpha_1=25^\circ$ предельное значение $\alpha_2=38^\circ$.

Определение предельных значений α и x при различных значениях z (от 10 до 200), соответствующих началу заострения

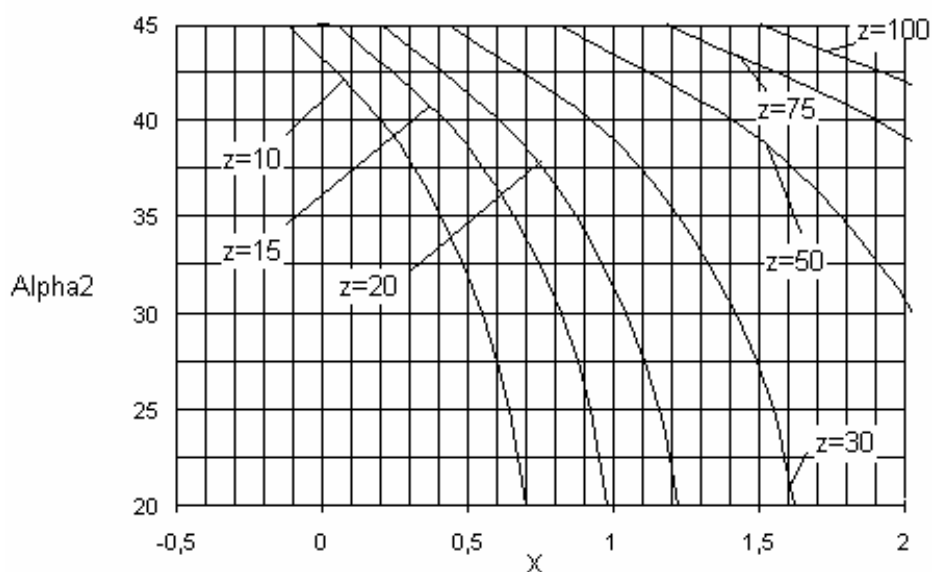


Рис. 2. Значения $\alpha_1=20^\circ$ при изменении α_2 от 20° до 42°

На рис. 2 и 3 представлены графики для определения предельных значений α и x при различных значениях z (от 10 до 200), соответствующих началу заострения. На рис. 2 представлены графики для значения $\alpha_1=20^\circ$ при изменении α_2 от 20° до 42° , для $z = 10, 15, 20, 30, 50, 75, 100$ (при $z > 100$ зубья не будут иметь заострения в указанных пределах коэффициентов смещений). На рис. 3 представлены графики для значения $\alpha_1=25^\circ$ при изменении α_2 от 25° до 38° , для $z = 10, 15, 20, 30, 50, 75$ (при $z > 75$ зубья не будут иметь заострения в указанных пределах коэффициентов смещений). Максимальные значения α_2 взяты с учетом сохранения высотных параметров

стандартного исходного реечного контура (рис. 1). Кривая на графике соответствует началу заострения. Каждая точка кривой представляет собой сочетание α_2 и x при тех значениях z , при которых существует заострение.

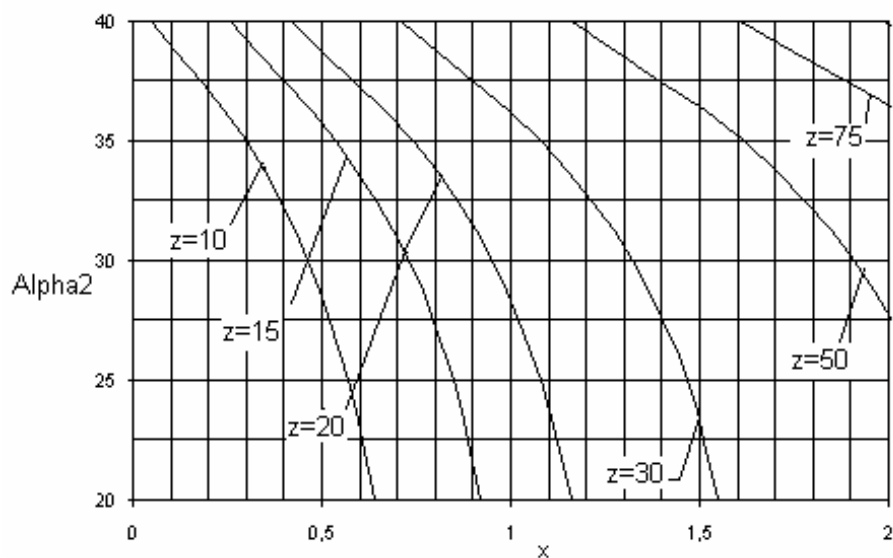


Рис. 2. Значения $\alpha_1=25^\circ$ при изменении α_2 от 25° до 38°

Литература

1. Вулгаков Э.Б. Теория эвольвентных зубчатых передач. М.: Машиностроение. 1995. 320 с.
2. ГОСТ 16532-70. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет геометрии..

ЛОКАЛЬНАЯ ЭКЗОЭЛЕКТРОННАЯ ЭМИССИЯ КАК МЕТОД ДИАГНОСТИКИ МАТЕРИАЛОВ

А.О. Голубок, А.А. Дюбарев, С.Ю. Кerpелева, И.Д. Сапожников, А.К. Чуркина

В работе рассматривается явление экзоэлектронной эмиссии (ЭЭЭ). Представлен обзор работ по использованию ЭЭЭ для исследования различных материалов.

Экзоэлектронная эмиссия (ЭЭЭ) как физический процесс представляет нестационарную низкотемпературную эмиссию, возникающую с поверхности твердых тел вследствие ее возбуждения. Поверхность может возбуждаться либо в результате физико-химических процессов (адсорбции, окисления, коррозии, катализа, фазовых превращений), либо за счет внешних воздействий, например, механической обработки, облучения различными видами радиации [1].

ЭЭЭ характеризуется малыми значениями тока эмиссии (10^{-16} – 10^{-19} А), поэтому для усиления эффекта ЭЭЭ, как правило, применяют дополнительное постоянное световое или линейно изменяющееся во времени тепловое возбуждение эмиттера.

По характеру стимулирующего воздействия различают фотостимулированную ЭЭЭ (ФЭЭЭ) и термостимулированную ЭЭЭ (ТЭЭЭ). На практике часто применяют одновременно световое и тепловое воздействия. ЭЭЭ без дополнительных средств возбуждения называют "темновой" эмиссией.

После возбуждения поверхности исследуемого образца ЭЭЭ при постоянной температуре довольно быстро затухает, как правило, по гиперболическому закону. Различные вещества дают кривые затухания разного вида и зависят от не только от материала, но и от способа предварительной обработки его поверхности или объема. Например, интенсивность и скорость затухания эмиссии существенно зависят от температуры образца. В ряде случаев при непрерывном нагреве наблюдается несколько эмиссионных пиков, анализ которых позволяет получать картину энергетического спектра уровней локализации электронов на поверхности. Изучая изменения интенсивности ЭЭЭ во времени при постоянной температуре, можно исследовать кинетику поверхностного процесса.

Сам процесс ЭЭЭ зависит от числа и энергетического расположения локальных уровней. При внешнем возбуждении электроны могут вновь заселять опустевшие уровни и тем самым усиливать эффект ЭЭ (см. рис. 1).

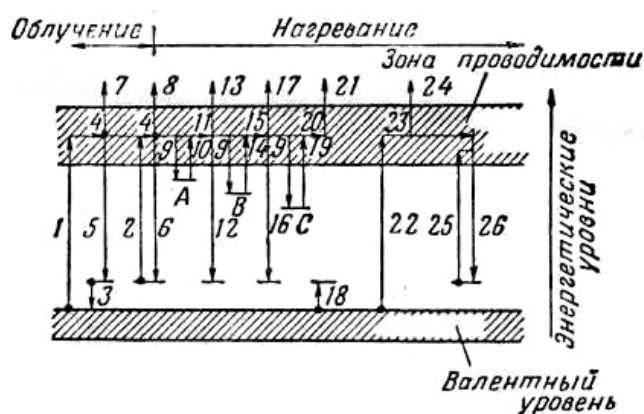


Рис 1. Схема энергетических уровней

Стрелками обозначены процессы, которые могут происходить при возбуждении и последующем нагревании кристалла. При облучении электроны из валентной зоны 1 или с уровней активатора 2 могут переходить в зону проводимости. Положительные дырки, возникающие в валентной зоне, мигрируют к уровню активатора и захватывают его экзоелектрон 3. Таким образом уровни активатора опустошаются. Электроны, поднятые в зону проводимости, могут там свободно передвигаться (4). При этих процессах наряду с электропроводностью кристалла наблюдается люминесценция (5, 6) – при переходе электронов на свободные уровни активатора, или электронная эмиссия (7, 8) – при выходе электронов за пределы кристалла. Некоторая часть электронов попадает при этом на уровни захвата 9. С неглубоких уровней они могут освобождаться за счет тепловой энергии (10). Поэтому после прекращения возбуждения процессы электропроводности 11, фосфоресценции 12 и ЭЭЭ 13 затухают постепенно. Локальные уровни, расположенные глубже, опустошаются только при нагревании 14. Это сопровождается новым возрастанием электропроводности, люминесценции и ЭЭЭ кристалла. На приведенном рисунке А, В и С соответствуют трем типам уровней захвата, причем уровни В и С опустошаются при более высоких температурах. Повышение температуры приводит к заполнению активаторных уровней электронами валентной зоны 18, что ведет к прекращению люминесценции, появление люминесценции в большинстве случаев связано с присутствием активатора. Для люминесценции всегда необходимо присутствие уровней – акцепторов электронов, для ЭЭЭ это условие необязательно.

Важной характеристикой ЭЭЭ является энергия экзоелектронов. Обычно она невелика и лежит в интервале от десятых долей до нескольких электрон-вольт. Энергетический спектр изменяется со временем и сложным образом зависит от температуры. Измерения характеристик энергетического спектра важны для выяснения физической природы центров эмиссии и понимания механизмов ЭЭЭ. Особенностью этого явления является смещение энергетического спектра, описываемого максвелловским распределением, в область более высоких энергий.

Благодаря высокой структурной чувствительности ЭЭЭ возможности метода ЭЭЭ для изучения и неразрушающего контроля ряда физических и физико-химических явлений, происходящих на поверхности материалов, очень широки, несмотря на то, что механизмы многих процессов, приводящих к ЭЭЭ, еще не изучены.

Наиболее перспективными областями применения метода ЭЭЭ являются: трение, износ, пластическая деформация, усталостное разрушение, адсорбция, десорбция, окисление, коррозия, гетерогенно-каталитические реакции, радиационные нарушения, структурные и фазовые превращения.

Конструкция прибора и схема измерения токов ЭЭЭ определяются главным образом объектами и задачами исследования или контроля, а также требованиями к составу и давлению атмосферы в камере измерения. Поскольку токи ЭЭЭ, находящиеся в интервале 10^{-16} – 10^{-19} А, можно измерить только в режиме счета отдельных электронов, коллекторами служат газонаполненные счетчики открытого типа или ВЭУ в комплекте со стандартной радиометрической аппаратурой.

Наиболее часто используется термостимулированная ЭЭЭ и фотостимулированная ЭЭЭ. Для наблюдения ТЭЭЭ и ФЭЭЭ с исследуемой поверхности необходимо осуществить ее предварительную активацию. Одним из способов активации исследуемых методом ЭЭЭ поверхности твердых тел является их обработка плазмой газового разряда или потоком γ -квантов. При этом считается, что вся исследуемая поверхность облучается равномерно и активирующие заряженные частицы локализуются на биографических дефектах (ловушках), характерных для всего приповерхностного объема материала образца, а наблюдаемая при последующей фото-

или термостимуляции экзоэмиссия характеризует интегральную дефектность изучаемой поверхности.

Запись интенсивности ТЭЭЭ при линейном (с постоянной скоростью) нагреве образца дает характерную кривую ("глоу-кривую") с максимумами, температурное положение которых определяется типом структурных нарушений поверхностного слоя образца, а интенсивность пропорциональна концентрации эмиссионно-активных центров [4].

В то же время существуют условия, при которых активирующие частицы могут избирательно захватываться отдельными участками поверхности. Это, в частности, может иметь место при активации диэлектрических пленок, в которых имеются локальные заряженные участки или участки, обладающие повышенной электрической проводимостью. В этом случае активации подвергаются только эти локальные участки, и наблюдаемый экзоэлектронный спектр (кривые интенсивности экзоэлектронного тока в зависимости от температуры или энергии стимулирующего воздействия) будет характеризовать только свойства этих отдельных участков, а совсем не всей поверхности. Для проверки этого вывода в 1997 году было проведено исследование ТЭЭЭ с поверхности пленок полиамида, образец инициировался отрицательной короной в воздухе [2].

При исследовании термостимулированной экзоэлектронной эмиссии кристаллов LiIO_3 в интервале температур 20–500 °С была установлена связь между характером эмиссии, составом, особенностями их получения и кристаллической структурой. Инициирование образцов осуществлялось в поле коронного разряда. Полученные результаты свидетельствуют о том, что метод ЭЭЭ может существенно дополнить арсенал методов исследования и контроля кристаллов [3].

Для выяснения влияния анизотропии свойств веществ на характер ТЭЭЭ было проведено исследование кристаллов лейкосапфира и оксида цинка, которые показали, что спектры ТЭЭЭ и положение пиков тока эмиссии зависят от ориентации грани кристаллов [4].

Изучена термостимулированная ЭЭЭ при структурном переходе $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$. При исследовании этого вещества было обнаружено, что структурному переходу $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$ в области 200 °С из моноклинной в гексагональную модификацию соответствует резкий рост ЭЭЭ при и пик спектра ТЭЭЭ [5].

Фотостимулированная ЭЭЭ является одним из наиболее чувствительных методов, позволяющих надежно идентифицировать начальные стадии изменения структуры твердых тел при протекании в них фазовых переходов [6].

Исследование фотостимулированной экзоэлектронной эмиссии в аморфных металлических материалах показало, что положение спектра экзоэмиссии и его интенсивность зависит от условий термообработки сплава [7]. Температурные зависимости спектра ФЭЭЭ отражают двухстадийный характер изменений структуры, происходящих в аморфном металлическом сплаве при его нагреве. Анализ спектра ФЭЭЭ позволяет определить энергию активации каждой из стадий процесса кристаллизации. Рост интенсивности ФЭЭЭ наблюдается у аморфных металлических сплавов, проходящих начальную стадию кристаллизации [6].

Механоактивационная обработка материалов также влияет на ЭЭЭ, она влияет на рост общего тока ЭЭЭ и числа пиков эмиссии, возбуждаемых при нагреве образца.

Таким образом, метод исследования поверхности с использованием ЭЭЭ может представить информацию об энергетическом распределении дефектов на поверхности или в приповерхностном слое твердого тела. Актуальным для экзоэлектронной спектроскопии считается выявление локализации структурных центров и возможность оценки координат поверхности с повышенной концентрацией дефектов.

Количественные эмиссионные измерения можно проводить по следующей методике (рис. 2). Исследуемый образец помещается в высоковакуумную камеру с туннельным микроскопом. В процессе сканирования для возбуждения ЭЭЭ проводится периодическое воздействие сильным электрическим полем. Возникающая при этом вынужденная ЭЭЭ регистрируется ВЭУ, работающим в режиме счета отдельных электронов. Специальная пересчетная схема, подключенная к выходу ВЭУ, преобразует количество полученных одноэлектронных импульсов в аналоговый сигнал, который синхронно с информацией о топографии поверхности, после преобразования в АЦП, передается в ПК. Таким образом, можно получить два изображения исследуемой поверхности.

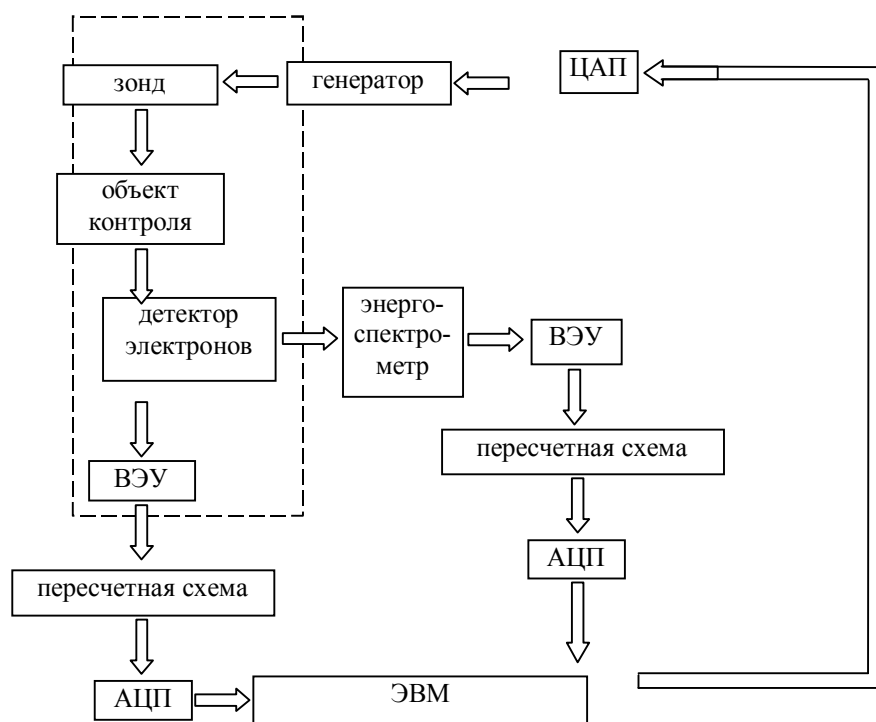


Рис. 2. Блок-схема установки для исследования ЭЭЭ

Благодаря такому прибору возникает возможность неразрушающим методом контроля более точно определить наличие включений, структурных неоднородностей в изучаемых объектах.

Литература

1. Черепин В.Т., Васильев М.А. Методы и приборы для анализа поверхности материалов. Киев: Наукова думка, 1982. 51 с.
2. Виленский А.И., Ключев В.А., Топоров Ю.П., Ревина Е.С. Влияние гетерогенности диэлектрической пленки на процесс ее активации и параметры наблюдаемой с нее термостимулированной экзоэлектронной эмиссии. // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. Вып. 6. С. 90.
3. Захаров Н.А., Ключев В.А., Топоров Ю.П., Захарова Т.В. Экзоэлектронная эмиссия кристаллов LiIO_3 . // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. Вып. 3. С. 35.
4. Влияние кристаллографической ориентации поверхности на термостимулированную экзоэмиссию кристаллов лейкосапфира и оксида цинка. // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. Вып. 17. С. 25.

5. Захаров Н.А., Ключев В.А., Орловский В.П. Термостимулированная экзоэлектронная эмиссия при структурном переходе $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$. // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. Вып. 4. С.1.
6. Векслер А.С., Гаврилюк А.А., Морозов И.Л., Семенов А.Л. Особенности экзоэлектронной эмиссии в аморфных металлических сплавах. // Физика твердого тела. 2001. Т. 43. Вып. 12. С. 2113.
7. Болдырев В.И., Векслер А.С., Гаврилюк А.А. Влияние термической обработки сплава $\text{Fe}_{64}\text{Co}_{21}\text{B}_{15}$ на спектральные особенности экзоэлектронной эмиссии. // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. Вып. 12. С. 76.
8. Шихалев П.М. Электронная эмиссия, индуцированная рентгеновским излучением во вторично-эмиссионных пористых материалах. // Журнал технической физики. 2000. Т. 70. Вып. 3. С.52.
9. Ключев В.А., Кутузова О.А., Ревина Е.С., Топоров Ю.П. Влияние механоактивации на экзоэмиссионные свойства активированного угля. // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. Вып. 5. С. 32.

АНАЛИЗ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ОПТИЧЕСКОГО ВОЛОКНА

В.Г. Иванов

Введение

Создание высоконадежных оптических кабельных систем связи стало возможным в результате разработки оптических волокон с малыми потерями. Важнейшим фактором в развитии оптических систем и кабелей связи явилось появление оптического квантового генератора – лазера.

Волоконная оптика в настоящее время получила широкое развитие и находит применение в различных областях науки и производства (связь, радиоэлектроника, энергетика, термоядерный синтез, медицина, машиностроение, вычислительные комплексы и т.д.). Темпы роста волоконной оптики и оптоэлектроники на мировом рынке составляют 40% в год. Технико-экономический анализ показал, что в перспективе при массовом производстве оптических кабелей они будут конкурентоспособными с электрическими при потребностях обеспечения передачи сигналов в диапазонах частот 10^7 – 10^9 Гц.

Кабельная техника развивается в следующих направлениях:

- преимущественное развитие коаксиальных систем, позволяющих организовать мощные пучки связи и передачу программ телевидения на большие расстояния по однокабельной системе связи;
- создание и внедрение перспективных волоконно-оптических кабелей связи;
- широкое внедрение в кабельную технику пластмасс, обладающих хорошими электрическими и механическими характеристиками и позволяющих автоматизировать производство;
- внедрение алюминиевых, стальных и пластмассовых оболочек вместо свинцовых. Оболочки должны обладать герметичностью и обеспечивать стабильность электрических параметров кабеля в течение всего срока службы;
- разработка и внедрение в производство экономичных конструкций кабелей внутризоновой связи (однокоаксиальных, одночетверочных, безбронных).
- создание экранированных кабелей, надежно защищающих передаваемую по ним информацию от внешних электромагнитных влияний и грозы;
- повышение электрической прочности изоляции кабелей связи.

Все эти направления ставят перед собой цель – развитие линий связи до уровня требований, предъявляемых высокоразвитой современной техникой электросвязи:

- стабильность и устойчивость электрических параметров линии связи;
- осуществление внутригосударственной связи на расстояния до 12500 км;
- широкополосность и пригодность для передачи различных видов информации (телевидение, телефонирование и т.д.);
- экономичность системы в целом.

В первую очередь стоит обратить внимание на проблему стабильности работы ВОЛС. Неоспоримое преимущество волоконно-оптической связи – высокая скрытость (ответвление сигнала возможно только при непосредственном подсоединении к кабелю, что нередко весьма проблематично).

Изготовление стекла состоит из нескольких этапов, которые определяют условия получения высококачественного стекла, необходимого для волоконной и интегральной оптики. В этот процесс входят: выбор шихтных материалов, составление шихты, выбор печи и материала тигля, варка стекла, отжиг стекла, разделка и переработка стекла.

Химическая устойчивость стекол

Химическая устойчивость – сложное свойство поверхности стекла, отражающее степень ее химической активности при взаимодействии с водой или водными растворами.

Некоторые стекла отличаются химической устойчивостью. Так, например, кварцевое стекло не растворяется в растворах кислот.

Существует два показателя, основанных на химической устойчивости стекла: устойчивость к пятняющим реагентам или устойчивость к кислоте; устойчивость к действию влажной атмосферы.

Устойчивость к пятняющим реагентам (кислоте). Под действием пятняющих реагентов на поверхности стеклянных полированных деталей возникают пятна произвольной формы и разнообразной окраски. Пятна являются следствием локальных взаимодействий не по всей поверхности и, как правило, возникают при изготовлении оптических деталей. Цвет пятна колеблется от слабо-оранжевого до желтовато-коричневого. На пятнение влияет состав стекла и температура пятняющего агента. Оно также определяется концентрацией кремнезема и борного ангидрида. (Увеличение концентрации SiO_2 увеличивает стойкость стекла к пятнению, а B_2O_3 – снижает). Щелочные стекла с большим радиусом ионов имеют особенно сильную склонность к пятнению. С другой стороны, Zr, Al, Sn уменьшают склонность к пятнению. Несиликатные стекла имеют две закономерности: у них чаще всего имеет место не пятнаемость, а нарушение поверхности; кроме того, на их устойчивость сильное влияние оказывает введение щелочных металлов.

Устойчивость к влажной атмосфере. Устойчивость к влажной атмосфере есть характеристика взаимодействия поверхности стекла исключительно с водяными парами при обязательном отсутствии выпадения на стекло капель воды (в противном случае начинается пятнение). Налетоопасность приносит больший вред, чем пятнаемость, так как поражает прибор в целом. Оценка качества поверхности налетоопасных стекол производится после пребывания во влажной атмосфере при следующих условиях: силикатных стекол – при 85%-ной влажности и $T = +50^\circ\text{C}$; для несиликатных стекол – при 85%-ной влажности и $T = +60^\circ\text{C}$.

Классификация оптических стекол

К стеклу, которое используются в ВОЛС, предъявляется целый комплекс требований. Их выполнение возможно при одновременном сочетании в стекле целого ряда свойств. В связи с этим оптическое стекло делится на несколько групп.

Оптическое бесцветное стекло. Группа этих стекол, разнообразных по двум основным параметрам – показателю преломления и коэффициенту дисперсии – служит для построения всей рефракционной оптики. Большое количество марок (эта группа насчитывает около 150 различных марок) стекла с различными комбинациями n_D и v_e позволяет строить объективы, исправленные относительно хроматических и других аберраций.

Оптическое цветное стекло. Основной нормируемой характеристикой здесь является спектр поглощения в видимой области. Эти стекла используются в качестве фильтров для выделения той или иной области спектра.

Оптические активированные стекла – сравнительно новая группа. В эти стекла включаются специальные добавки элементов, придающих стеклу определенные спектральнолюминесцентные характеристики. Среди таких добавок можно встретить переходные металлы и лантаноиды, с помощью которых получают стекла с узкими полосами люминесценции, необходимыми для генерации света в стекле лазера.

Оптические стекла, прозрачные в особых областях спектра. Сюда относятся халькогенидные стекла, прозрачные в области 1,0–25 мкм. Эти стекла замечательны тем, что в их состав в достаточно большом количестве входят такие металлы, как германий и мышьяк.

Специальные оптические стекла. Особые спектральные характеристики этих стекол зависят от облучения светом и особых магнитооптических свойств.

Анализируя состав стекол, следует отметить, что чем выше содержание SiO_2 , Al_2O_3 и им подобных окислов, тем выше температура варки стекла. А такие окислы, как Na_2O , K_2O , B_2O_3 , PbO , наоборот, резко понижают температуру варки стекла.

Наиболее распространены в производстве оптического стекла такие окислы, как SiO_2 , Na_2O , K_2O , CaO , BaO , PbO , ZnO , Al_2O_3 , La_2O_3 , B_2O_3 . Этот факт благоприятен и с точки зрения производства стекол для волоконной оптики: подобные стекла необходимо изготавливать из сверхчистых материалов, следовательно, нет нужды добиваться очистки всех материалов, а достаточно иметь только перечисленные окислы в волоконном исполнении.

Силикатные стекла

Силикатные стекла представляют большой практический интерес. Среди используемых стекол их доля составляет около 95%.

Самым простым, однокомпонентным является кварцевое стекло. На практике часто используется многокомпонентное стекло, содержащее, помимо SiO_2 , добавки щелочных, щелочноземельных и других оксидов.

Структура щелочносиликатных стекол является результатом разрыва непрерывной трехмерной сетки тетраэдров $[\text{SiO}_4]^- \text{Me}^+$. С точки зрения связи это – переход от чисто мостиковых (ковалентных) связей кислорода $-\text{Si}-\text{O}-\text{Si}-$ к появлению значительной концентрации немостиковых (ионных) связей типа $-\text{Si}-\text{O}-\text{Me}-$.

Таким образом, структура стекла в месте встраивания ионов Me^+ оказывается разорванной. Разрыв связей идет до тех пор, пока все тетраэдры не будут изолированы друг от друга. Это должно приводить к быстрой кристаллизации подобных расплавов, а по структуре соответствовать ортосиликату, в котором $\text{Me}_2 : \text{SiO}_2 = 2:1$.

Начиная с 10 мол% Na_2O , склонность к стеклообразованию увеличивается и достигает максимума приблизительно при 23 мол% Na_2O . Такой состав практически соответствует эвтектике, образованной кремнеземом и дисиликатом натрия ($\text{Na}_2\text{O} \cdot 2\text{SiO}_2$). Второй максимум наблюдается вблизи эвтектики, образованной дисиликатом натрия и метасиликатом натрия, $\text{Na}_2\text{O} \cdot \text{SiO}_2$.

Таким образом, стеклоустойчивость зависит от положения кривой ликвидуса. Низким температурам ликвидуса соответствует большая стеклоустойчивость. При приближении к составу эвтектики скорость кристаллизации первично выделяющейся фазы (кристобалита) уменьшается; в то же время возрастает скорость кристаллизации вторично выделяющейся фазы (дисиликата). Аналогичная ситуация наблюдается и в литиевых стеклах. Скорость кристаллизации обратно пропорциональна вязкости стекла.

Катионы щелочноземельных элементов в структуре стекла выполняют роль модификаторов, т.е. они тоже способствуют образованию немостиковых ионов кислорода. Но степень связанности кремнекислородной сетки здесь падает слабее, чем при введении щелочных оксидов, так как щелочноземельные ионы, обладая более высоким зарядом, могут связывать отдельные кремнекислородные цепочки.

Таким образом, роль катионов в структуре стекла и их влияние на его свойства определяются следующими параметрами: зарядом и радиусом иона, координационным

числом, поляризуемостью и поляризующей способностью, силой поля катиона, степенью ионности-ковалентности, направленностью и прочностью химических связей.

В трехкомпонентных стеклах, в первую очередь содержащих одновременно оксиды щелочных и щелочноземельных элементов, их подобие и различия проявляются в полной мере. В частности, в системе $\text{Na}_2\text{O}-\text{CaO}-2\text{SiO}_2$ наблюдаются те же структурные изменения, что и в простых (двойных) стеклах. Однако замена Na_2O на CaO приводит к увеличению степени связанности каркаса стекла, что отражается на его свойствах, в частности, на увеличении вязкости и химической стойкости.

Введение CaO и MgO повышает стабильность стекла с малым содержанием SiO_2 и позволяет получать стекла составов $0,84 \text{ Na}_2\text{O} \cdot 0,2 \text{ CaO} \cdot 1,0 \text{ SiO}_2$ (49 мол% SiO_2); Na-Mg-SiO_2 (45,7 мол% SiO_2).

Многочисленные экспериментальные исследования показывают, что в стекле алюминий выполняет ту же структурную роль, что и в кристаллах. Поэтому при введении Al_2O_3 в щелочносиликатное стекло происходит связывание немостиковых ионов кислорода в тетраэдры $[\text{AlO}_4]^-$, упрочение структуры стекла и увеличение его стабильности. Но так продолжается только до соотношения $\text{Al}_2\text{O}_3:\text{Me}_2\text{O}=1$, после чего весь избыточный по отношению к щелочи алюминий переходит в октаэдрическую координацию, выступая в роли модификатора и ослабляя структуру стекла.

Боратные стекла

В отличие от чистого SiO_2 , чистый B_2O_3 не представляет никакого практического интереса, что обусловлено, в первую очередь, его низкой химической устойчивостью (подобное стекло очень быстро разрушается атмосферной влагой). Поэтому в практике B_2O_3 обычно вводится в силикатные стекла. Сами боратные стекла используются редко.

Основное отличие чистого B_2O_3 от структуры SiO_2 – замена тетраэдров на треугольники. Закристаллизовать же B_2O_3 гораздо труднее, чем SiO_2 . До сих пор никто не наблюдал непосредственно кристаллизацию B_2O_3 при атмосферном давлении. Это обстоятельство связывают с аномально высоким отношением прочности связи к температуре плавления B_2O_3 . Действительно, чем прочнее связь и чем ниже температура плавления, тем легче образуется стекло. В случае B_2O_3 оба эти фактора одновременно способствуют стеклообразованию.

Структура боратных стекол в двойных системах также существенно отличается от структуры соответствующих силикатных стекол. При введении MeO в борный ангидрид происходит переход части треугольников в тетраэдры в соответствии с реакцией $[\text{B}_2\text{O}_3] + \text{Me}_2\text{O} \rightarrow [\text{BO}_4]^- \text{Me}$.

Стекла от чистого B_2O_3 до состава с максимальным содержанием модифицирующего окисла образуются только со щелочными ионами. Но практически расплавы во многих случаях не способны образовывать стекла.

Стабильность стекол с высоким содержанием PbO и BeO объясняется особенностями строения ионов Pb и Be , которые имеют внешнюю электронную оболочку и 18 электронов и обладают большой поляризуемостью и направленностью своих связей с кислородом, что затрудняет перегруппировку не только B_2O_3 , но и SiO_2 .

Особый интерес представляют системы, содержащие два стеклообразователя – B_2O_3 и SiO_2 , так как большинство практически важных стекол основано именно на этих системах.

Бор в щелочно-силикатных системах играет ту же роль, что и алюминий, но, в отличие от последнего, никогда не является модификатором, даже при избытке содержания по сравнению с Me_2O . В последнем случае стеклообразование осуществляется треугольниками $[\text{B}_2\text{O}_3]$.

Особенности строения и свойств силикатных и боратных стекол используются для создания широкого набора различных сортов стекол – технических, оптических, специальных.

Германатные стекла

Эти стекла являются ближайшими аналогами силикатных стекол. В отличие от SiO_2 , температура плавления кристаллических форм GeO_2 сравнительно низка ($T_{\text{пл}}=1185^\circ\text{C}$ для рутилоподобной формы). Поэтому германатные стекла по сравнению с силикатными плавятся легче, отличаются меньшей химической стойкостью и, следовательно, практического применения почти не имеют.

Германатные стекла менее стабильны по сравнению с силикатными; их вязкость при температуре ликвидуса намного выше, чем у силикатных стекол.

В германатных стеклах германий может находиться как в тетраэдрической, так и в октаэдрической координации. Они похожи на боратные стекла в том смысле, что введение Me_2O не приводит первоначально к образованию немостиковых связей.

Фосфатные стекла

В основе фосфатных стекол лежит P_2O_5 . Они построены из тетраэдров $[\text{PO}_4]$, причем один из атомов кислорода не может участвовать в образовании связи с другими полиэдрами, входящими в состав стекла, из-за наличия двойной связи $\text{P}=\text{O}$. Мостиковыми могут быть только три атома кислорода тетраэдра $[\text{PO}_4]$, что является основным отличием от тетраэдрических группировок. Пространственная структура фосфатных стекол состоит из колец разного размера, образованных связями $\text{P}-\text{O}$, лент или цепочек из тетраэдров $[\text{PO}_4]$.

Вследствие высокой летучести перевод P_2O_5 в стеклообразное состояние возможен лишь в запаянном сосуде.

В двойных системах стекла образуются в широких концентрационных пределах. Зато при смешанных стеклообразователях $\text{P}_2\text{O}_5\text{-SiO}_2$ и $\text{P}_2\text{O}_5\text{-B}_2\text{O}_3$ области стеклообразования практически отсутствуют.

Основными недостатками фосфатных стекол являются большая склонность к кристаллизации, малая химическая стойкость, сильная летучесть, резкий переход от жидкого состояния к твердому.

Фосфатные стекла находят применение при изготовлении оптических стекол, а также при получении цветных и специальных стекол. В частности, увиолевые стекла на основе системы $\text{Li}_2\text{O-BeO-P}_2\text{O}_5$ хорошо пропускают УФ-лучи вплоть до 195 нм. На их основе изготавливают теплозащитные очки.

Существует еще несколько классов оксидных стекол – теллуридные, ванадиевые и др. К ним применимы те же принципы стеклообразования, что и к рассмотренным выше. Частично практическое значение имеют только теллуридные стекла, обеспечивающие $n_D < 2$.

Галогенидные стекла

Наиболее известны стекла на основе BeF_2 , который в кристаллохимическом отношении похож на SiO_2 , но обладает более ослабленной структурой.

Границы областей стеклообразования в двойных системах очень сильно различаются по сведениям различных авторов.

Стекла кристаллизуются и могут быть получены только в малых объемах. Следует отметить токсичность и летучесть BeF_2 , вследствие чего эти стекла

практически не находят применения, хотя и обладают рядом ценных свойств, например, повышенным пропусканием в УФ (185 нм) и ИК (5,5 мкм) областях спектра.

В последнее время большое внимание привлекли стекла на основе ZrF_4 и PbF_2 . Интерес к ним обусловлен тем, что в ИК-области спектра они могут обладать поглощением менее 0,01 дБ/км, что важно в линиях связи. Однако в силу их очень высокой кристаллизационной способности и из-за трудности полного избавления от кислорода в настоящее время их поглощение находится на уровне единиц дБ/км. Сюда же следует отнести трудности их переработки в волоконнооптические изделия из-за кристаллизации и необходимость полной их изоляции от атмосферы при перетяжке, чтобы не загрязнять их кислородом.

Халькогенидные стекла

S и Se в чистом виде дают стекла. Еще более сильно стеклообразование проявляется для таких соединений, как Al_2S_3 . Сейчас этот класс стекол интенсивно изучается. Они значительно отличаются от родственных (та же группа) кислородных стекол. Если сравнить соединения Al_2O_3 и Al_2S_3 , то они сходны по структуре, и оба являются стеклообразователями. Но в системе As-O стекло образуется только для соединения As_2O_3 , в то время как сплавы As-S можно получить от чистого As до чистой S, т.е. в любых соотношениях.

К халькогенидным стеклам, по-видимому, не применимы концепции модификатора, так как в стекло можно ввести MeS или Me_2S в очень малых концентрациях, и нельзя с уверенностью сказать, что они разрывают сетку.

Халькогенидные стекла образуются в широком интервале составов в системах с элементами IV и V групп (Ge, Si, P, As, Sb, Bi). Последние можно получить в аморфном состоянии, что подтверждается существованием стеклообразных $CdBeAs_2$ и $CdGeP_2$. У всех этих элементов структура определяется преимущественно ковалентными связями.

Как в двух-, так и в трехвалентных системах, содержащих халькоген, получены обширные области стеклообразования. Это, в первую очередь, относится к системам As-S(Se)-Ge(Tl), но до некоторых пределов сюда входят Au, Ag, Cu, Cd, Mg, Ga, Ln, Sn, Pb.

Обширные области устойчивости обнаружены в системах Te-Si-P, Se-Sb-Si, S-Sb-Si, Se-Ge-P, Ge-P-S, Te-Si-As.

Проблемы и перспективы

Высокая степень развития поверхности волоконных световодов в сочетании с их длинномерностью ставит проблему защиты поверхности в ранг самых актуальных. Важно уделить внимание следующим аспектам этой проблемы: защита световода от химических и механических повреждений; химическая защита от воды; механическая защита от климатических и технологических воздействий; защита от микроизгибов световода, приводящих к росту затухания.

Уже сегодня имеется большое количество методов определения, выявления, устранения множества повреждений, полученных как в процессе создания кабеля, так и в процессе работы.

Тщательно выбирая метод создания стекла (для конкретной задачи), можно не только производить ВОЛС с усиленной защитой от наиболее существенных проблем, улучшенными показателями передачи большего объема информации, но и предупреждать возможные повреждения.

Весьма перспективно применение оптических кабелей на высоковольтных линиях передачи (ЛЭП) для организации технологической связи и телемеханики.

Оптические волокна встраиваются в фазу или в торс. Здесь реализуется высокая защищенность каналов от электромагнитных воздействий ЛЭП и грозы.

Легкость, малогабаритность, невоспламеняемость оптических кабелей сделали их весьма полезными для монтажа и оборудования летательных, судов и других мобильных устройств.

Исследование фтористых и халькогенидных стекол с добавками циркония, бария и других соединений, обладающих сверхпрозрачностью в инфракрасном диапазоне волн, дает возможность еще больше увеличить длину регенерационного участка.

При построении абонентских сетей ВОЛС, кроме традиционной структуры телефонной сети радиально-узловой типа, предусматривается организация кольцевых сетей, обеспечивающих экономию кабеля.

Можно полагать, что в ВОЛС второго поколения усиление и преобразование сигналов в регенераторах будут происходить на оптических частотах с применением элементов и схем интегральной оптики. Это упростит схемы регенерационных усилителей, улучшит их экономичность и надежность, снизит стоимость.

В третьем поколении ВОЛС предполагается использовать преобразование речевых сигналов в оптические непосредственно с помощью акустических преобразователей. Уже разработан оптический телефон и проводятся работы по созданию принципиально новых АТС, коммутирующих световые, а не электрические сигналы. Имеются примеры создания многопозиционных быстродействующих оптических переключателей, которые могут использовать для оптической коммутации.

Литература

1. Берлин Б.З. Волоконно-оптическая связь на ГТС. / Справочник. М.: Радио и связь, 1994.
2. Гроднев И.И., Мурадян А.Г., Шарафутдинов Р.М. Волоконно-оптические системы передачи и кабели. Справочник. М.: Радио и связь, 1993.
3. Гроднев И.И. Оптические кабели. Конструкция, характеристики. М.: Энергоатомиздат, 1991
4. Данилов С.В. Основы материаловедения для волоконной оптики / Учебное пособие. СПб.: СПбГИТМО(ТУ), 1998
5. Складов О.К. Современные волоконно-оптические системы передачи.
6. Стерлинг Д.Д. Техническое руководство по волоконной оптике. М.: Лори, 1998.
7. Убайдуллаев Р. Волоконно-оптические сети. М.: ЭпоТЕНДЗ, 1998

ДИАГНОСТИКА ПОВЕРХНОСТЕЙ ТОНКИХ ПЛЕНОК ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТОДА ЭЛЛИПСОМЕТРИИ В ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ УСЛОВИЯХ

С.В. Антонов

В настоящее время практическая область эллипсометрии уже хорошо исследована. Разработано множество высокоточных приборов и методик для диагностики поверхностей и многослойных структур. Например, с помощью эллипсометрии удастся измерять толщину оксидной пленки подзатворного слоя на полевых кремниевых транзисторах с точностью до 0,01 нм. Однако большинство таких приборов спроектированы для работы только в лабораторных условиях. Соответственно, имеет смысл разработка эллипсометров для производственного контроля и диагностики. Их отличительными чертами являются в первую очередь такие параметры, как обеспечение работы в реальном масштабе времени и возможность измерения степени поляризации с неизвестной направленностью вектора напряженности магнитного H или электрического E поля.

Для достижения этих целей предлагается эллипсометр, схема которого представлена на рис. 1.

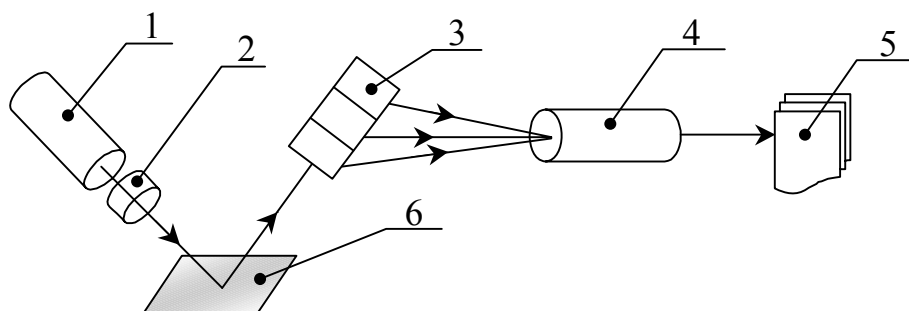


Рис. 1. Схема трехплощадочного автоматизированного эллипсометра

Световой сигнал, испущенный полупроводниковым лазером 1, проходит через фокусирующее устройство 2. Далее, отражаясь от поверхности образца 6, излучение попадает на три трехплощадочных анализатора, обозначенных 3, плоскости поляризации которых повернуты на 0, 45° и 90°, соответственно. После анализатора излучение передается на трехплощадочный фотоприемник 4, преобразующий электромагнитное излучение в цифровые сигналы, поступающие на блок анализа и хранения данных 5.

Реализовать первую цель, а именно достижение быстродействия, достаточного для работы в реальном масштабе времени, можно благодаря следующим особенностям модели.

Во-первых, излучателем является полупроводниковый лазер, что обусловлено как когерентностью, монохроматичностью и узкой направленностью излучения, так и сравнительной компактностью и дешевизной применяемых устройств.

Во-вторых, излучение с лазера попадает на исследуемый образец непосредственно, а не через поляризатор (присутствие которого необходимо в большинстве других моделей), что, в свою очередь, удешевляет и упрощает конструкцию. Важно, что не ослабляется само излучение, в отличие от случая с поляризатором, когда не используется примерно половина интенсивности. Такая возможность обусловлена тем, что отраженное от образца излучение считывается не одним, а тремя анализаторами.

Третьей особенностью является использование комплекса обработки данных, который включает аналогово-цифровой преобразователь, систему оперативного анализа, носитель для хранения обработанных данных и интерфейс для оперативной настройки системы.

Для достижения второй цели, т.е. независимости измерений от угла поляризации, используется не один, а три анализатора, каждый из которых определяет напряженность вектора H или E , при углах поворота 0° , 45° , 90° , обозначенных через соответственные интенсивности на рис. 2.

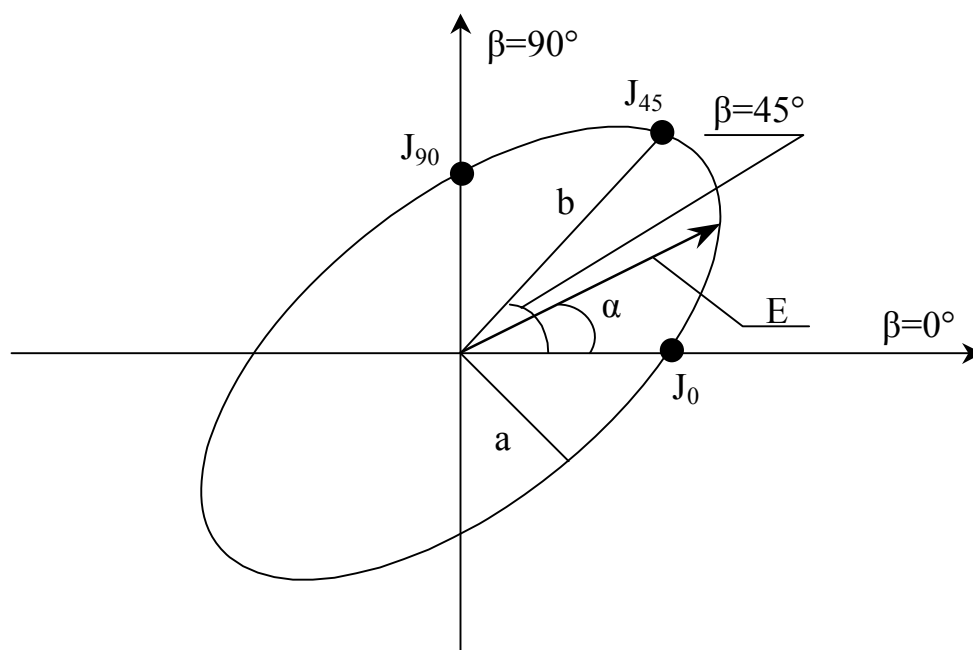


Рис. 2. Эллипс поляризации

Для нахождения степени поляризации обычно применяют соотношение $\Delta = \frac{J_{\parallel} - J_{\perp}}{J_{\parallel} + J_{\perp}} \cdot 100\%$, но в таком случае необходимо знать угол поляризации. В данном же эллипсометре степени поляризации рассчитывается через полуоси эллипса:

$$\Delta = \frac{b^2 - a^2}{b^2 + a^2} \cdot 100\%.$$

Далее решаются уравнения эллипса для интенсивностей излучения в точках J_0 , J_{45} , J_{90} . Найденные величины подставляются в уравнение степени поляризации. Рабочая формула имеет вид:

$$\Delta = \frac{\sqrt{2J_{45}^2 J_0^2 + 4J_0 J_{90} (J_0 J_{90} - J_0 J_{45} - J_{90} J_{45}) + 2J_{45}^2 J_{90}^2}}{J_{45} (J_0 + J_{90})}.$$

Отметим, что в качестве излучателя перспективней использовать не лазер, а источник ЭУФ (экстремальное ультрафиолетовое излучение, длина волны порядка 10–30 нм), что обусловлено рядом преимуществ данного диапазона длин волн.

- ЭУФ излучение обладает наивысшей чувствительностью к присутствию различного рода окисленных, адгезионных и адсорбированных слоев на поверхности и позволяет без каких-либо проблем обнаружить приповерхностный слой толщиной несколько ангстрем (один монослой атомов или молекул).

- Рассеяние ЭУФ излучения позволяет извлечь информацию о шероховатости поверхностей и границ раздела на основе теории возмущений, справедливой в этом диапазоне для любого угла рассеяния. Причем важно, что именно теория возмущений позволяет получить информацию о шероховатости простым и однозначным образом и не требует, в отличие от, например, борновского приближения с искаженными волнами, использования дополнительных априорных предположений о виде кросс-корреляционных функций.
- С помощью ЭУФ излучения, как и с помощью атомно-силовой микроскопии (АСМ), можно исследовать поверхностные шероховатости в диапазоне пространственных частот вплоть до 100 мкм^{-1} , причем, в отличие от АСМ, ЭУФ излучение предоставляет возможность изучения скрытых границ раздела и приповерхностных слоев.
- Наивысший коэффициент отражения многослойных зеркал достигается как раз в ЭУФ диапазоне, что позволяет создать поляризованное излучение и проанализировать поляризацию отраженного пучка, т.е. провести эллипсометрические измерения в ЭУФ области спектра. ЭУФ эллипсометрия обладает еще более высокой чувствительностью, чем ЭУФ рефлектометрия.
- В настоящее время редкоземельные элементы широко используются во многих областях науки и технологии. Интенсивные $4d-4f$ спектральные линии редкоземельных элементов лежат как раз в ЭУФ области спектра. Это обстоятельство означает очень высокую чувствительность спектра отражения ЭУФ излучения к присутствию атомов редкоземельных элементов в образце и открывает возможность прецизионных исследований редкоземельных элементов и наноструктур на их основе.

До недавнего времени в основном применялись дорогостоящие синхротронные источники ЭУФ, не позволяющие производить оперативные измерения. Сейчас ведутся разработки портативных источников ЭУФ с возможностью работы в производственных условиях.

Подводя итог, можно сказать, что данный метод диагностики является одним из наиболее перспективных благодаря возможности высокой точности измерений и широкой области применения.

Литература

1. Аззам Р., Башара Н., Эллипсометрия и поляризованный свет. М., 1981.
2. Зиятдинов Р.Р., Звездин В.В., Гумеров А.Ф., Сабиров И.С. Заявка на изобретение № 2000118517/28(019419), приоритет от 20.07.2000. Способ измерения степени поляризации электромагнитных волн.
3. Калитиевский Н. И., Волновая оптика. М., 1978.
4. Ландсберг Г. С., Оптика. М., 1976.
5. Лапидус О. В., Хмелевцова Т. А., Осташев В. И. Описание проекта № 2297, Изучение поверхностей в экстремальной УФ области спектра.

ОТРАЖАТЕЛЬНАЯ ЭЛЛИПСОМЕТРИЯ В ПРИБОРОСТРОЕНИИ

С.В. Антонов

Эллипсометрия является оптическим методом, дающим возможность бесконтактного выявления нарушений поверхности, программного моделирования воздействия структурных дефектов на свойства пленок, а также решения ряда других задач механики и оптики. Важной особенностью метода эллипсометрии является наличие матричного аппарата, который эффективно реализуется программным путем.

Преимуществами данного метода являются в первую очередь его дешевизна, надежность, простота реализации и использования, причем при применении его на производстве можно улучшить контроль качества поверхностей и многослойных структур. К недостатку можно отнести несколько меньшую точность, чем при непосредственном выявлении дефектов образца разрушающими методами. Данный недостаток обусловлен обработкой данных на цифровых системах и, как следствие, их дискретностью, однако в свете совершенствования программных и аппаратных средств при применении методов аппроксимации полученных данных можно получить результаты, не имеющие практического отличия от результатов, полученных непосредственно разрушающими методами.

Многоканальная спектральная эллипсометрия позволяет вести *in situ* контроль слоистых полупроводниковых структур. Одновременное измерение коэффициента отражения, фазы и поляризации от ближнего инфракрасного до дальнего ультрафиолетового диапазонов дает возможность с высокой точностью определять не только толщины слоев, но даже размер переходных областей, т.е. качество границ.

Если подходить к свету с волновой точки зрения, то его можно представить в виде гармонических колебаний электрической и магнитной составляющих, вектора напряженности которых обозначим соответственно через E и H . Характерно то, что они перпендикулярны друг другу и направлению распространения волны. Физическая характеристика оптического излучения, описывающая поперечную анизотропию световых волн, называется поляризацией света. Поскольку векторы E и H электромагнитной волны перпендикулярны друг другу, то для полного описания состояния поляризации светового пучка требуется знание поведения лишь одного из них. Обычно для этой цели выбирается вектор E .

Свет, испускаемый каким-либо атомом или молекулой, всегда поляризован. Но макроскопические источники света состоят из огромного числа таких частиц-излучателей. При этом пространственная ориентация вектора E и моменты актов испускания света отдельными частицами в большинстве случаев распределены хаотически. Поэтому в результирующем излучении направление вектора E в каждый момент времени непредсказуемо. Подобное излучение называется неполяризованным (естественным) светом.

Свет называется полностью поляризованным, если две взаимно перпендикулярные компоненты (проекции) вектора E светового пучка совершают колебания с постоянной во времени разностью фаз. Обычно состояние поляризации света изображается с помощью эллипса поляризации – проекции траектории конца вектора на плоскость, перпендикулярную лучу. Проекционная картина полностью поляризованного света в общем в случае имеет вид эллипса с правым или левым направлением вращения вектора E во времени. Такой свет называется эллиптически поляризованным. Наибольший интерес представляют предельные случаи эллиптической поляризации – линейная (плоская) электромагнитная волна, когда эллипс поляризации вырождается в отрезок прямой линии, определяющий положение плоскости поляризации, и циркулярная (круговая), когда эллипс поляризации представляет собой окружность. В первом случае свет называется линейно

поляризованным, а во втором – право- или лево-циркулярно поляризованным в зависимости от направления вращения вектора E .

Рассмотрим плоскую электромагнитную волну, распространяющуюся вдоль оси абсцисс. Уравнение такой волны может быть записано [4] в виде

$E_x = 0, E_y = E_0(t)\cos(\omega t - kx), E_z = 0; H_x = 0, H_y = 0, H_z = H_0(t)\cos(\omega t - kx),$
где $k=\omega/u$ – волновое число, u – скорость волны.

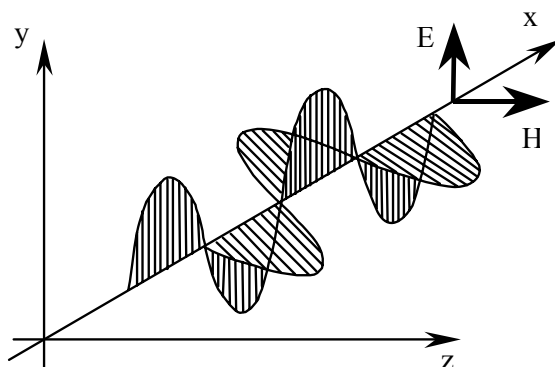


Рис. 1. Линейно поляризованная волна

Как видно, вдоль оси абсцисс, по которой волна распространяется, не происходит колебаний векторов поля ($E_x = H_x = 0$). Это означает, что электромагнитная волна является поперечной. Этим она принципиально отличается от упругих волн, у которых практически всегда имеется продольная составляющая.

Явление поляризации света и особенности взаимодействия поляризованного света с веществом нашли исключительно широкое применение в научных исследованиях кристаллохимической и магнитной структуры твердых тел, оптических свойств кристаллов, природы состояний, ответственных за оптические переходы, структуры биологических объектов, характера поведения газообразных, жидких и твердых тел в полях анизотропных возмущений (электрическом, магнитном, световом и пр.), а также для получения информации о труднодоступных объектах (в частности, в астрофизике). Поляризованный свет широко используется во многих областях техники, например, при необходимости плавной регулировки интенсивности светового пучка (закон Малюса), при исследованиях напряжений в прозрачных средах (поляризационно-оптический метод исследования), для увеличения контраста и ликвидации световых бликов в фотографии, при создании светофильтров, модуляторов излучения и пр.

Закон Малюса состоит в следующем. Если поляроид (поляризационный светофильтр) падает линейно поляризованная волна, то интенсивность I прошедшего света будет зависеть от угла α между направлением поляризации падающего света и выделенным направлением самого поляроида следующим образом (закон Малюса): $I = I_0 \cos^2 \alpha$.

Когда направление выделенной оси поляроида совпадает с направлением поляризации падающего света, на экране за поляроидом видно пятно с максимальной интенсивностью. Когда эти направления перпендикулярны, свет полностью поглощается поляроидом, и световое пятно на экране отсутствует.

Применимость свойств поляризации для исследования структурных свойств материалов положила начало такому направлению, как эллипсометрия. Эллипсометрия является совокупностью методов изучения поверхностей жидких и твердых тел по состоянию поляризации светового пучка, отраженного этой поверхностью и преломленного на ней. Падающий на поверхность плоско поляризованный свет

приобретает при отражении и преломлении эллиптическую поляризацию вследствие наличия тонкого переходного слоя на границе раздела сред. Зависимость между оптическими постоянными слоя и параметрами эллиптически поляризованного света устанавливается на основании формул Френеля.

На принципах эллипсометрии построены методы чувствительных бесконтактных исследований поверхности жидкости или твердых веществ, процессов адсорбции, коррозии и др. В качестве источника света в эллипсометрии используется монохроматическое излучение зеленой линии ртути, а в последнее время – лазерное излучение, что дает возможность исследовать микронеоднородности на поверхности изучаемого объекта.

Получило развитие также новое направление спектральной эллипсометрии в широком интервале длин волн, существенное при исследованиях атомного состава неоднородных и анизотропных поверхностей и пленок. Представим себе две линейно поляризованные волны, падающие на подложку с образцом. Одна волна, отраженная от подложки, не испытывает изменения состояния поляризации и отражается также в виде линейно поляризованной волны. Другая волна, отраженная от образца, меняет поляризацию на круговую.

Дефектоскопия при помощи эллипсометрии обычно осуществляется следующим способом. Излучение лазерного источника проходит сначала через поляризатор, а затем через двулучепреломляющую пластинку, которая из волны линейной поляризации формирует эллиптически поляризованную волну. Отражаясь от образца, свет изменяет состояние поляризации и превращается в линейно поляризованную волну. Объектив собирает свет, отраженный от образца, и через анализатор (по сути тот же поляризатор) направляет этот свет на фотоприемную матрицу. Анализатор сориентирован так, что задерживает свет линейной поляризации, отраженный от образца, в то время как значительная часть света эллиптической поляризации, отраженного от подложки, проходит на фотоприемное устройство. В результате образец становится видимым на фоне подложки в виде темного пятна. Изменяя взаимную ориентацию поляризатора, анализатора и двулучепреломляющей пластинки, можно получать позитивное изображение исследуемого объекта, его негативное изображение, а также все промежуточные состояния, выбирая то, при котором контраст объекта будет максимальным. При данном способе достигается большая точность и не вносятся никаких изменений в структуру кристалла.

В результате можно сказать, что на сегодняшний день эллипсометрия является наиболее эффективным способом исследования тонких пленок, причем ввиду быстрого развития компьютеров это направление видится особенно перспективным.

Литература

1. Ландсберг Г. С. Оптика. М., 1976.
2. М. Борн, Э. Вольф, Основы оптики. М., 1973.
3. Аззам Р., Башара Н. Эллипсометрия и поляризованный свет. М., 1981.
4. Калитиевский Н. И. Волновая оптика. М., 1978.

НАШИ АВТОРЫ

Антонов Станислав Владимирович – студент 4 курса

Абрамова Лариса Юрьевна – начальник лаборатории ВНИИМ им. Д.И. Менделеева

Акульшин Юрий Дмитриевич – старший научный сотрудник СПбГТУ

Алексеева Анна Александровна – аспирантка кафедры оптико-электронных приборов и систем

Аникеенко Алексей Дмитриевич - аспирант каф. мехатроники.

Белобородов Андрей Владимирович – аспирант кафедры экологического приборостроения и мониторинга

Богатинский Егор Маркович – студент 5 курса

Бузян Артём Тимофеевич – студент 5 курса

Валетов Вячеслав Алексеевич - профессор кафедры технологии приборостроения

Витол Элина Александровна – студентка 3 курса

Ворона Алексей Михайлович – студент 5 курса

Гвоздев Сергей Семенович - ст. преподаватель кафедры измерительных технологий и компьютерных томографии, руководитель студенческого проектно-исследовательского бюро

Гебель Иосиф Давыдович – кандидат технических наук, зав. лабораторией ООО "Техномаш"

Голубок Александр Олегович – доктор физико-математических наук, ст. научный сотрудник., зав. кафедрой материаловедения

Горбачев Алексей Александрович.– студент 5 курса

Гортинская Лидия Вячеславовна – студентка 4-го курса

Гусарова Наталия Федоровна – кандидат технических наук, доцент кафедры технологий профессионального обучения

Демин Роман Евгеньевич.– аспирант кафедры оптико-электронных приборов и систем

Дюбарев Алексей Анатольевич – студент 5 курса

Егоров Владимир Иванович – кандидат технических наук, доцент кафедры компьютерной теплофизики и энергофизического мониторинга

Иванов Владислав Александрович – доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой измерительных технологий и компьютерной томографии

Иванов Владислав Геннадьевич – аспирант

Иванов Станислав Владимирович – магистр кафедры измерительных технологий и компьютерной томографии

Иванов Сергей Евгеньевич – аспирант кафедры

Ильина Лариса Петровна – кандидат физ-мат наук, ведущий научный сотрудник теоретического отдела ОАО СПб ТЕХНОЛОГИЯ

Калинина Марина Игоревна – студентка 5 курса

Карасев Никита Николаевич – кандидат технических наук, доцент кафедры оптических технологий

Керпелева Светлана Юрьевна – аспирант кафедры мехатроники

Киреева Алиса Андреевна.- аспирант

Кириченко Андрей Игоревич – инженер кафедры мехатроники

Козлов Владислав Петрович - аспирант СПбГТУ

Койнов Руслан Васильевич – аспирант кафедры физики.

Колесников Юрий Леонидович – доктор физико-математических наук, профессор, проректор.

Конопелько Леонид Алексеевич – доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой экологического приборостроения и мониторинга

Коняхин Игорь Алексеевич – доктор технических наук, профессор кафедры оптико-электронных приборов и систем

Копытенко Юрий Анатольевич – доктор физико-математических наук, профессор, директор института СПбФ ИЗМИРАН РАН

Кудрявцева Ирина Михайловна – студентка 5 курса

Лайне Варвара Александровна – кандидат технических наук, доцент кафедры компьютерной теплофизики и энергофизического мониторинга

Ларичкин Михаил Петрович - бакалавр кафедры мехатроники

Ларичкина Анна Петровна – аспирант

Лисицына Любовь Сергеевна – кандидат технических наук., доцент, директор Регионального центра Федерации Интернет-образования, зав. кафедрой компьютерных образовательных технологий

Лобачева Анна Михайловна – аспирант

Лукин Сергей Борисович – кандидат технических наук, доцент кафедры оптико-электронных приборов и систем

Майорова Ольга Валериевна – аспирант кафедры твердотельной оптоэлектроники

Мандрыко Юрий Анатольевич – ст. лаборант кафедры. электроники.

Мануйлов Константин Викторович – аспирант кафедры измерительных технологий и компьютерных томографии, начальник теоретического отдела ОАО "СПб–Технология"

Маятин Александр Владимирович – аспирант кафедры технологий профессионального обучения

Михеев Сергей Васильевич– студент 5 курса

Млокосевич Станислав Юрьевич – инженер кафедры мехатроники

Мусалимов Виктор Михайлович – доктор технических наук, профессор кафедры мехатроники

Мусалимов Виктор Михайлович- доктор технических наук, профессор кафедры мехатроники

Несмачный Денис Витальевич – инженер рентгеновского отделения (ЯМРТ) НИПИ им. В.М. Бехтерева

Оносовская Елена Георгиевна –аналитик ООО Компьютер-Прайс

Панфёров Андрей Анатольевич – генеральный директор ОАО "СПб-Технология"

Петров Вячеслав Александрович – студент 5 курса

Попов Игорь Юрьевич профессор – доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой высшей математики

Потеев Михаил Иванович – кандидат технических наук, профессор, зав. кафедрой технологий профессионального обучения

Прытков Антон Сергеевич – аспирант кафедры системотехники оптических приборов и комплексов:

Пушкарева Александра Евгеньевна – студентка 6 курса

Пятышев Евгений Нилович - кандидат физико-математических наук, зав. лабораторией СПбГТУ

Рущенко Нина Геннадьевна – ассистент кафедры инженерной и компьютерной графики

Сапожников Иван Дмитриевич – ст. научный сотрудник ИАнП РАН

Сизиков Валерий Сергеевич – доктор технических наук, профессор кафедры измерительных технологий и компьютерных томографии

Смирнов Михаил Захарович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник отделения лазерной физики, техники и медицины СПГИТМО (ТУ).

Соколов Дмитрий Юрьевич – студент 5 курса

Сокольский Михаил Наумович – доктор технических наук, профессор кафедры системотехники оптических приборов и комплексов

Сургутская Екатерина Владимировна – студентка 6 курса

Суровегина Татьяна Владимировна – аспирантка кафедры технологий профессионального обучения

Сучкова Виктория Юрьевна – аспирант

Тесовская Екатерина Станиславовна – студентка 4 курса

Тимофеев Александр Николаевич – кандидат технических наук, заведующий лабораторией кафедры оптико-электронных приборов и систем

Тимофеев Борис Павлович – доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой мехатроники

Третьяков Сергей Дмитриевич - аспирант каф. технологии приборостроения

Фролов Дмитрий Александрович – инженер кафедры мехатроники

Хомутникова Екатерина Валерьевна – студентка 5 курса

Чуркина Анастасия Константиновна – студент 5 курса

Шакин Антон Олегович – аспирант кафедры оптических технологий

Шеламова Татьяна Валентиновна – аспирант

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
1. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ	5
Лисицына Л.С., Койнов Р.В. Методика обучения студентов университета с использованием Интернет-технологий по дисциплине "Дискретная математика"	5
Колесников Ю.Л., Потеев М.И., Шеламова Т.В. Виртуальный музей истории создания и развития образовательного учреждения как составляющая его информационной среды	8
Гусарова Н.Ф., Маятин А.В., Петров В.А. Организация профессионального обучения программным продуктам на основе активизации познавательной деятельности обучающихся	12
Гусарова Н.Ф., Суroveгина Т.В. Исследование индивидуальных факторов успешности студентов при обучении computer science	17
2. МАТЕМАТИКА.....	22
Гортинская Л.В., Попов И.Ю., Тесовская Е.С. Асимптотики резонансов для двумерных волноводов, соединенных малыми отверстиями при граничном условии Неймана	22
3. НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В МЕХАНИЧЕСКИХ И ФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ.....	29
Иванов С.Е. Исследование нелинейных колебаний механической системы с тремя степенями свободы на вибрирующей платформе	29
4. ПРОБЛЕМЫ ПЕРЕНОСА ЭНЕРГИИ, МАССЫ, ИМПУЛЬСА И ИНФОРМАЦИИ.....	33
Егоров В.И., Лайне В.А., Калинина М.И. Расчет блока радиоэлектронной аппаратуры с естественной вентиляцией	33
5. КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОНИКА И БИМЕДИЦИНСКАЯ ОПТИКА	37
Смирнов М.З., Пушкарева А.Е., Сургутская Е.В. Сравнительный анализ воздействия излучения лазерного и лампового источников на вены	37
6. ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ	41
Абрамова Л.Ю., Майорова О.В. Исследование конфокального оптоэлектронного микроскопа для измерения мер малой длины	41
7. СИЛОВАЯ ЭЛЕКТРОНИКА.....	44
Мандрыко Ю.А. Исследование и анализ физических процессов в газоразрядной ксеноновой лампе на стадии расширения плазменного канала.....	44
8. ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ	51
Конопелько Л.А., Белобородов А.В. Оптимизация спектральных характеристик газоанализатора монооксида углерода.....	51
Коняхин И.А., Михеев С.В., Ворона А.М. Сравнительный анализ методов компьютерной обработки видеок кадров ПЗС-камер.....	57

Алексеева А. А., Коняхин И.А. Оптико-электронная авторефлексионная система со специальным контрольным элементом для измерения линейных смещений.....	59
Богатинский Е.М., Тимофеев А.Н. О схемах построения прожекторов с круговой оптической равносигнальной зоной.....	64
Бузян А.Т., Коняхин И.А. Особенности энергетического расчета оптико-электронных измерительных систем на основе матриц ПЗС.....	68
Витол Э.А. Исследование методов повышения точности автоколлимационной оптико-электронной системы для измерения линейных смещений	70
Горбачев А.А., Коняхин И.А., Тимофеев А.Н. Исследование погрешности измерения поперечных смещений распределенной автоколлимационной системой контроля деформаций при изменениях яркости источников.....	73
Горбачев А.А., Тимофеев А.Н. Экспериментальные исследования зависимости погрешности измерения поперечных смещений от количества измерений в распределенной автоколлимационной системе контроля деформаций.....	78
Демин Р.Е., Лукин С.Б. Экспресс-метод бесконтактного обнаружения патогенных бактерий на поверхности мясных продуктов	80
9. ПРИКЛАДНАЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ ОПТИКА.....	83
Прытков А.С., Сокольский М.Н. Сравнение эффективности различных методов синтеза оптических систем.....	83
Карасев Н.Н., Шакин А.О. Исследование структуры тонких диэлектрических слоев оптическими методами	88
10. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И КОМПЬЮТЕРНАЯ ТОМОГРАФИЯ	95
Гвоздев С.С., Кудрявцева И.М., Ильина Л.П. Анализ поведения линейных характеристик цилиндрических гофрированных оболочек при однонаправленном сжатии.....	95
Иванов В.А., Мануйлов К.В., Несмачный Д.В. Точное решение дифференциального уравнения, описывающего свободные и вынужденные колебания маятника с трением в точке подвеса	99
Иванов С.В., Рущенко Н.Г., Сизиков В.С., Соколов Д.Ю., Хомутникова Е.В. О решении задачи синтеза магнитного поля в МР-томографе методом регуляризации с ограничениями и методом аппроксимации δ -функцией	105
Ильина Л.П., Мануйлов К.В., Оносовская Е.Г. Аналитическое описание поведения поверхности Френеля в анизотропной среде с однонаправлено или периодически изменяющимся показателем преломления	113
Ильина Л.П., Мануйлов К.В., Панфёров А.А. Движение жесткой эллипсоидальной оболочки, заполненной реальной жидкостью, около неподвижного центра тяжести	121
Мануйлов К.В. Аналитическое описание плоской кривой, "данной свободным влечением руки"	127
Мануйлов К.В., Курбатов А.А. Решение уравнений Эйлера, описывающих движение тяжёлого твёрдого тела около неподвижной точки, в общем случае	131
Кудрявцева И.М., Мануйлов К.В., Гвоздев С.С. Аналитическое описание изгибаний сальффона с помощью абелевых функций.....	140

11. МЕХАТРОНИКА	144
Акульшин Ю.Д., Козлов В.П., Пятыхев Е.Н., Мусалимов В.М , Лобачева А.М., Киреева А.А. Контроллеры автоматизированных систем для производства микросистемной техники.....	144
Аникеенко А.Д., Валетов В.А., Ларичкин М.П., Мусалимов В.М., Третьяков С.Д. Идентификация динамики процесса циклического изнашивания	149
Гебель И.Д., Тимофеев Б.П., Млокосевич С.Ю. Измерение некруглости валов	154
Кириченко А.И., Тимофеев Б.П. Отыскание параметров зубчатых передач, обеспечивающих минимальные контактные напряжения	159
Копытенко Ю.А., Мусалимов В.М., Сучкова В.Ю. Микромеханические кремниевые магнитометры	165
Ларичкина А.П. Анализ сдвижения горных пород при отработке угольных пластов с точки зрения теории катастроф	169
Тимофеев Б.П., Фролов Д.А. Исследование геометрии несимметричных профилей зубчатых колёс.....	172
12. ФИЗИКА И ФИЗИЧЕСКОЕ МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ.....	175
Голубок А.О., Дюбаров А.А., Керпелева С.Ю., Сапожников И.Д., Чуркина А.К. Локальная экзoeлектронная эмиссия как метод диагностики материалов.....	175
Иванов В.Г. Анализ материалов для оптического волокна	180
Антонов С.В. Диагностика поверхностей тонких плёнок при использовании метода эллипсометрии в производственных условиях	187
Антонов С.В. Отражательная эллипсометрия в приборостроении	190
НАШИ АВТОРЫ.....	193

Научно-технический вестник СПб ГИТМО (ТУ). Выпуск 9.
Подготовка научных кадров: методики, технологии, результаты. / Под ред.
Ю.А. Гатчина. СПб: СПб ГИТМО(ТУ), 2003. 199 с.

**НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
СПб ГИТМО (ТУ)**

**Выпуск 9
ПОДГОТОВКА НАУЧНЫХ КАДРОВ: МЕТОДИКИ, ТЕХНОЛОГИИ,
РЕЗУЛЬТАТЫ**

Редактор Ю.А. Гатчин

Дизайн обложки В.А. Петров
Редакционно-издательский отдел СПб ГИТМО (ТУ)

Зав. РИО Н.Ф. Гусарова
Лицензия ИД № 00408 от 05.11.99.
Подписано в печать 15.07.03.
Заказ 708. Тираж 100 экз.